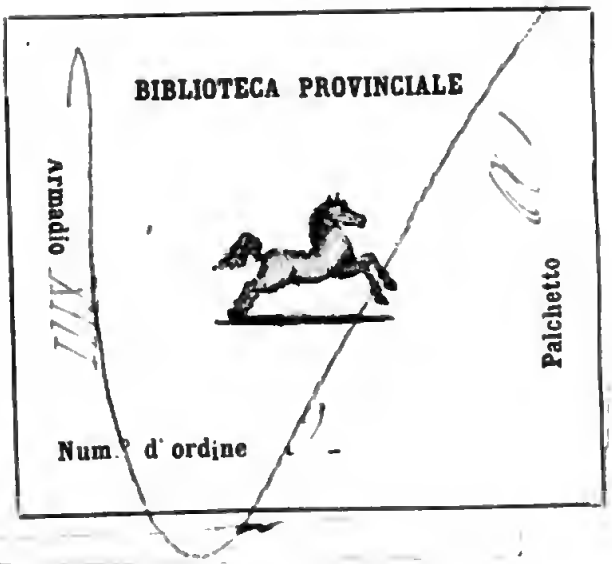
FONDO PIZZOFALCONE



5-H-27

NAZIONALE
B. Prov.
VITT. EM. III
2087
NAPOLI

B. Prov.
I
2087

Digitized by Google

608289

DE

LA MANŒUVRE DES VAISSEAUX,

OU

TRAITÉ DE MÉCHANIQUE ET DE DYNAMIQUE;

DANS LEQUEL ON RÉDUIT A DES SOLUTIONS très-simples les Problêmes de Marine les plus difficiles, qui ont pour objet le mouvement du Navire.

Par M. BOUGUER, *de l'Académie Royale des Sciences, de la Société Royale de Londres, Honoraire de l'Académie de Marine, ci-devant Hydrographe du Roi au Port du Croisic & au Havre-de-Grace,*

A PARIS,

Chez H. L. GUERIN & L. F. DELATOUR, rue S. Jacques, à S. Thomas d'Aquin.

M. DCC. LVII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

PRÉFACE.

Après que l'on eut fait en mer quelqu'uſage dela Bouſſole, on ne tarda pas à reconnoître qu'on pouvoit, par une application aſſez facile de la Géométrie & de l'Aſtronomie, réduire en Art cette partie de la Navigation qui trace ſur la Carte la route du Vaiſſeau. Le Pilote, en conſidérant ſa vîteſſe & la direction qu'il ſuit, examine avec ſoin tout ce qui peut lui en donner une connoiſſance préciſe; & au défaut des objets voiſins, il conſulte le Ciel dont l'obſervation ſert à le redreſſer lorſqu'il eſt tombé dans quelque erreur. Inſtruit de ces différents moyens il réuſſit à déterminer l'endroit de la Mer où il ſe trouve, & ſa Carte lui indique la route qu'il doit choiſir pour achever heureuſement ſa navigation. Ces choſes ont été expliquées dans pluſieurs Traités qui marquent par leur date les divers degrés de perfection qu'on a, depuis près de trois ſiecles, ajouté peu à peu à la Science nautique. Toutes les Nations maritimes ont de ces Livres qui ſervent à l'inſtitution de leurs Pilotes, & qui ſont entre les mains de leurs Navigateurs.

Mais il ne ſuffit pas d'examiner ou d'obſerver le mouvement du Navire, il faut pouvoir le produire malgré la grande maſſe du corps ſur lequel on agit, & le régler malgré l'agitation de la mer & la violence du vent qui s'y oppoſent & qui ſont ſujettes aux plus extrêmes irrégularités. Cette ſeconde partie de la Marine qu'on connoît ſous le nom de *Manœuvre*, n'eſt pas moins importante que la premiere : il ſemble néanmoins qu'on l'ait juſqu'à préſent abandonnée à la ſeule pratique des Navigateurs qui ne s'y perfectionnent que par un long & pénible travail. Il eſt vrai qu'elle conſiſte principalement dans l'exécution, au lieu que l'autre toute ſpéculative, pour ainſi dire, ne s'occupe que de ſes obſervations ou des inductions qu'elle en tire par le calcul. Mais la Manœuvre en doit-elle être moins ſoumiſe à des regles préciſes dans l'emploi des moyens phyſiques dont elle ſe ſert pour imprimer du mouvement au Vaiſſeau, & les Marins ne s'en inſtruiroient-ils pas beaucoup plus aiſément s'ils en avoient

des Traités faits avec méthode ?

ON CHERCHEROIT inutilement des lumieres chez les Anciens : ils connurent auſſi peu cette ſeconde partie de l'art de naviguer, que la premiere. Leur navigation étoit imparfaite à tous égards, & nous aurions tort de la prendre pour modele. Si on en jugeoit néanmoins ſur les deſcriptions trop pompeuſes qu'ils nous ont laiſſées de quelques-uns de leurs Navires, on ſeroit tenté de croire qu'ils l'emportoient beaucoup ſur nous par leur habileté dans l'Architecture navale, & on ſe perſuaderoit très-fauſſement qu'ils appliquoient à la Marine la Méchanique de la maniere la plus parfaite. Mais on peut s'en rapporter au jugement de Tite-Live & de Plutarque qui ne font pas difficulté d'aſſurer, en parlant de ces Vaiſſeaux extraordinaires dont les dimenſions étoient ſi grandes, qu'on les avoit plutôt conſtruits par oſtentation & pour tenir lieu de Palais d'une eſpece ſinguliere, que pour en tirer quelque ſervice ſur mer [a]. Outre cela nous avons un moyen auſſi ſimple que sûr de nous faire une idée exacte de l'état où les Anciens porterent leur Marine : jugeons-en par leurs expéditions, & nous ne ſaurions nous tromper.

NOUS ne demanderons pas s'ils affrontoient la violence des flots dans tous les temps de l'année, comme nous ne craignons pas de le faire ; on nous répondroit que n'ayant point de Bouſſole ils ne ſe hazardoient en mer que pendant les plus beaux jours. Mais lorſqu'ils avoient le vent favorable, naviguoient-ils avec autant de promptitude qu'on le fait actuellement ? Imprimoient-ils à leurs Navires, par le moyen des voiles, tous les mouvements qu'ils vouloient ? Savoient-ils ſe ſervir du même vent pour faire des routes directement contraires ? On ſera forcé d'avouer, ſi l'on répond à ces différentes queſtions, que les Anciens donnerent tous leurs ſoins à perfectionner leurs Navires à rames qui étoient les ſeuls dont ils ſe ſerviſſent dans la guerre ; & qu'à l'égard des autres dont l'invention eſt poſtérieure & qu'ils employerent ordinairement pour les tranſports, ils les conſtruiſirent toujours d'une maniere trop groſſiere, en ajoutant à cette faute celle de n'en pas augmenter aſſez les voiles.

ILS SURENT dans la ſuite prendre le vent un peu de côté lorſqu'il n'étoit pas parfaitement favorable ; ils remontoient,

[a] *Voyez* Tite-Live, *Liv.* 33. & Plutarque, *vie de Démétrius.*

par exemple, le Nil avec les vents Etéſiens qui venoient du Nord, mais qui n'en venoient pas exactement. S'ils ne donnerent pas pluſieurs mâts à leurs Vaiſſeaux, car il ne paroît pas qu'ils en connuſſent l'utilité, ils employerent au moins, dans l'occaſion, des voiles plus ou moins étendues. Nous avons tranſporté à celle de la poupe qui eſt une de nos plus petites, le nom qu'ils donnoient à leur plus grande, celle dont ils ne ſe ſervoient ſans doute que dans les plus beaux temps. Ils ſurent enfin s'avancer quelquefois en pleine mer & s'éloigner des terres ſans en ſuivre les contours, lorſqu'un vent réglé pouvoit les diriger en leur ſervant comme de Bouſſole : c'eſt ce que leur enſeigna Hippalus dans la mer des Indes [a]. Mais il eſt certain que leurs Galeres alloient toujours plus vîte que leurs Navires à voiles, ſi on excepte les rencontres rares dans leſquelles ils joignoient l'effort des hommes à celui du vent.

Ils ne nous ont pas laiſſé ignorer combien ils employoient de jours pour faire certains trajets dont nous connoiſſons actuellement la juſte longueur. Hérodote a marqué le temps qu'on mettoit à traverſer le Pont-Euxin en différents ſens : de l'Orient à l'Occident il falloit neuf jours & huit nuits, & du Septentrion au midi trois jours & trois nuits. Pline nous apprend [b] qu'on ſe rendoit de Carthage à Rome le quatrieme jour ; mais on peut ſoupçonner que cette courſe ne ſe faiſoit ſi promptement que ſur des Galeres, de même que les traverſées du Pont-Euxin. Cependant comme il s'agiſſoit pour Pline d'exprimer d'une maniere frappante par la navigation de Carthage aux côtes d'Italie, combien les deux rivages étoient voiſins l'un de l'autre, il eſt certain qu'on marqueroit actuellement la même choſe en ſpécifiant que le trajet s'eſt fait en un jour & demi ou tout au plus en deux jours. On paſſoit, ſelon le même Auteur, en quarante jours de la mer Rouge à la côte de Malabar, lorſque la navigation s'étant déja beaucoup perfectionnée, on ſuivoit la route tracée en droite ligne la premiere fois par Hippalus qui ſe laiſſoit emporter par le vent de Sud-Oueſt dont il attendoit le retour, & auquel dans la ſuite on donna ſon nom. Ce n'eſt pas ici le lieu de recueillir beaucoup d'exemples ſemblables. Nous ajouterons ſimplement que Lucien [a] fait parvenir un Navire à voiles le ſeptieme jour, d'un vent qui n'étoit pas

a Plin. *Lib.* VI. *Cap.* 23. = b Plin. *Lib.* 15. *Cap.* 68.

tout-à-fait fort, d'Alexandrie à la vue d'Acamas dans l'iſle de Chypre. Il ne faut pas oublier de rectifier la longueur de tous ces trajets ſur les notions plus exactes que nous en fournit actuellement la Géographie. La diſtance de la mer Rouge à Malabar, qui demandoit quarante jours de navigation, n'eſt guere que de 450 de nos lieues marines, ce qui fait un peu plus de onze lieues par jour; & celle d'Alexandrie au cap d'Acamas eſt d'environ quatre-vingts lieues, ce qui donne un réſultat peu ſupérieur à l'autre. Il eſt vrai que notre ſillage n'eſt pas quelquefois plus prompt; mais c'eſt lorſque nous nous plaignons du calme, ou que le vent nous eſt contraire.

Ainsi il paroît qu'on ne donna jamais dans l'Antiquité aſſez de voilure aux Navires, ou qu'on les conſtruiſit toujours d'une maniere trop informe. On ignora outre cela l'uſage que pouvoient avoir des voiles appliquées en différents endroits de la longueur du Vaiſſeau, pour le faire tourner en divers ſens, en ſuppléant au gouvernail. Comme on rendoit la poupe & la proue beaucoup trop hautes, elles recevoient, de la part du vent, une impulſion d'autant plus dangereuſe, qu'elle n'étoit pas ſoumiſe à la volonté du Navigateur, & qu'elle dominoit ſur l'effort trop foible des voiles. Applaudiſſons donc, ſi l'on veut, à l'activité des Anciens lorſqu'ils réuſſiſſoient quelquefois à bâtir des flottes entieres en cinquante ou ſoixante jours; la petiteſſe ordinaire de leurs Navires & la proximité des lieux où ils en trouvoient alors tous les matériaux, diminuoient beaucoup néanmoins la difficulté de l'entrepriſe; mais avouons que leur Marine étoit inférieure, à tous égards, à celle des Modernes. Nos Navires à voiles, dont nous entendons toujours parler ici, reçoivent le tiers ou le quart de la viteſſe du vent, au lieu que ceux des Anciens, dans le temps même qu'ils n'étoient pas conſtruits ſi groſſiérement, n'en prenoient peut-être que la ſixieme ou ſeptieme partie.

Il faut donc s'approcher des derniers temps pour voir la Navigation prendre une forme nouvelle & devenir toute différente. Ce changement n'eut pas exactement en Europe l'invention de la Bouſſole pour époque; ce qui n'empêche pas que tous les ſuccès de la Marine moderne n'en ayent

a Dialogue intitulé : *le Navire* ou *les Souhaits.*

dépendu. Les découvertes ſe ſont ſucceſſivement ſelon un certain ordre, & celle de la Bouſſole devoit précéder la perfection de la Manœuvre de même que celle de l'art du Pilote; elle étoit un préalable auſſi néceſſaire pour l'une que pour l'autre. L'uſage plus commun de cet inſtrument fit qu'on s'éloigna des côtes avec plus de hardieſſe, & qu'on oſa traverſer dans toutes les ſaiſons les mers orageuſes, en faiſant de très-longs trajets. Dès-lors il fallut donner plus de ſolidité aux Navires, augmenter la capacité de leur carene, & en régler la forme avec plus de ſoin. Il eſt très-facile de réuſſir dans la conſtruction d'un Bâtiment qui ne ſort du Port que pendant les plus beaux jours d'été, & dont la partie ſubmergée n'enfonce que très-peu dans l'eau; il ſuffit que ſa proue ſe termine en pointe. Mais l'Architecture navale devint un art trés-compliqué & très-difficile auſſi-tôt qu'on augmenta conſidérablement la profondeur des Navires, & qu'on groſſit beaucoup leur carene, comme on y fut obligé lorſqu'on entreprit de longs voyages en pleine mer. Pour vaincre le choc irrégulier des vagues contre une ſurface beaucoup plus grande, il fallut multiplier les voiles, les rendre plus étendues, & mettre entre celles de la proue & de la poupe un équilibre exact, afin non-ſeulement de tirer du vent une plus grande force, mais de pouvoir en diſpoſer à ſon gré.

Il n'étoit pas poſſible qu'on pensât à augmenter le nombre des mâts, ſans ſe propoſer au moins confuſément la plupart des grands avantages qu'on en retireroit. Peut-être que c'eſt aux Barbares qui infeſterent nos côtes dans le neuvieme ſiecle, qu'on doit la premiere idée des nouvelles diſpoſitions dont notre Marine tire un ſi grand avantage. Leurs Barques, quoique très-petites, puiſqu'on les tranſportoit quelquefois à terre pour les faire gliſſer ſur des rouleaux, avoient deux mâts. Ce fut un exemple dont on put profiter lorſqu'on conſtruiſit, longtemps après, de plus grands Navires. Ceux que Marco-Paolo vit en divers endroits de la mer des Indes, avoient leur mâture diſpoſée à peu près comme les nôtres, & ce Voyageur rapporte qu'on ſe rendoit en 20 ou 25 jours des côtes de Malabar à l'iſle de Madagaſcar. Ce trajet eſt d'environ 700 lieues, ce qui montre que la Marine avoit acquis dès-lors *, dans l'Orient, une perfection qu'elle n'avoit pas eue dans l'Antiquité. En même temps

* Vers la fin du treizieme ſiecle.

qu'on rendoit le ſillage plus rapide, on avoit le moyen d'aſſujettir le Navire dans la ſituation qu'on vouloit. On s'affranchiſſoit encore plus de la néceſſité de ſuivre abſolument la même route en ſe laiſſant entraîner par le vent. Le trouvoit-on contraire? on lui préſentoit obliquement la proue de même que les voiles, & on réuſſiſſoit à ſe ſervir de ſon effort pour aller contre le vent même.

COMBIEN les Anciens, dont on nous vanteroit inutilement les ſuccès, ignoroient-ils d'eſpeces de prodiges dans ce genre qui n'excitent pas aſſez notre admiration, parce que nous y ſommes accoutumés, & qui d'ailleurs n'ont guere pour témoins que les ſeuls Navigateurs. Nous voyons réunies dans les Vaiſſeaux toutes les merveilles que peuvent opérer les forces mouvantes. Lorſque le fameux André Doria, qui ſe fit un ſi grand nom dans la Marine du temps de François I, ſe jouoit, pour ainſi dire, de la violence du vent, les ſpectateurs trop peu verſés dans cet art ne ſavoient comment expliquer la facilité avec laquelle il tiroit de la même force les effets les plus contraires; & il eſt rapporté qu'ils crurent, dans leur embarras, devoir imputer le tout à quelque vertu magique. Ce que Doria faiſoit au commencement du ſeizieme ſiecle, nos Marins l'exécutent tous les jours, & ſans doute encore mieux. Il eſt certain que les Tourville, les Baert, les du Queſne, les Dugué-Trouin dûrent la plus grande partie de la réputation qu'ils s'acquirent ſi légitimement à l'habileté qu'ils avoient dans la Manœuvre, & nous pouvons dire la même choſe de tous les grands hommes de mer dont la France jouit actuellement. Qu'on ſuive tous les mouvements par leſquels M. le Marquis de la Galiſſoniere prépara la gloire de l'action mémorable du 20 Mai dernier *, on reconnoîtra qu'elle ne fut pas moins le fruit de ſes lumieres que de ſon extrême valeur.

IL FAUT AVOUER auſſi que la partie de la Marine, dont nous parlons, eſt celle que l'Officier doit cultiver le plus, & qui lui eſt abſolument néceſſaire. Comme voyageur il peut, en paſſant dans les régions les plus éloignées, ſe propoſer une infinité de recherches utiles; il peut nous enrichir d'obſervations précieuſes d'Aſtronomie, de Géographie, d'Hiſtoire naturelle; mais rien ne l'intéreſſe plus que de poſſéder la Manœuvre, cette partie qui lui fournit les plus ſûres reſ-

* A la hauteur de Minorque le 20 Mai 1756.

ſources dans les occaſions preſſantes, & qui le rend ſupérieur dans un combat. Le grand homme de mer pourroit bien n'être pas excellent Pilote; il ſuffiroit qu'il déférât aux lumieres de quelques autres perſonnes, & rien ne l'empêche d'y avoir recours; mais le Général ou le Capitaine, principalement dans la chaleur de l'action, eſt obligé de prendre ſon parti ſur le champ, ſans pouvoir tirer d'ailleurs que de ſon propre fonds, les réſolutions les plus déciſives. Il eſt étonnant avec quelle promptitude un Vaiſſeau bien diſpoſé obéit, pour ainſi dire, aux ordres du Manœuvrier habile. Si le Navigateur au contraire ne ſait pas toutes les fineſſes de ſon art, ſon Navire, quoiqu'excellent, n'eſt plus qu'une lourde maſſe qui reçoit tout ſon mouvement du caprice des vents ou des flots, qui, malgré le courage & le déſeſpoir de l'Officier, devient trop ſûrement la proie de l'ennemi, ou qui termine bientôt ſon ſort par un naufrage.

Ce n'est cependant que vers la fin du dernier ſiecle qu'on crut pouvoir aſſujettir cette partie de la Navigation à des regles certaines. Le P. Pardies ſe tourna vers cet objet en 1673; & quoiqu'il ne fût pas heureux dans l'examen qu'il en fit, nous lui ſommes obligés de ce qu'il ne regarda pas l'entrepriſe comme impoſſible. Il fit ſentir au moins qu'elle étoit digne de l'attention des Savans, ce qui les détermina ſans doute à s'en occuper. De deux Auteurs très-exercés dans la pratique de la Marine, qui y travaillerent, M. le Chevalier Renau [a] & le P. Hoſte [b], le ſecond nous donna un Traité d'autant plus eſtimable qu'il contient un plus grand nombre de Problêmes, & qu'il eſt moins fondé ſur le principe erroné du P. Pardies. Nous devons encore les plus grands éloges à Meſſieurs Hughens [c], Jean Bernoulli [d], Pitot [e], Mac-Laurin [f] & Euler [g], dont nous avons des Traités faits exprès ſur cette matiere, ou des découvertes qui l'enrichiſſent.

Mais, pour connoître l'état auquel on a réellement porté la théorie de la Manœuvre, il nous ſuffit de conſidérer ce que fit M. Bernoulli dans l'Eſſai qu'il en publia. Ce grand Géometre compara la carene des Vaiſſeaux à des figures qui

[a] Théorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux, 1689. = [b] Recueil de Traités de Mathématiques, 1692. = [c] Bibl. univ. mois de Septem. 1693, ou Journal des Savans de 1695. = [d] Eſſai d'une nouvelle Théorie de la Manœuvre, 1714. = [e] La Théorie de la Manœuvre réduite en pratique, 1731. = [f] Traité des Fluxions, *vers la fin.* = [g] *Scientia Navalis.*

y étoient trop peu conformes ; il ſuppoſa toujours que la viteſſe du vent étoit infinie par rapport à celle du Navire, ce qui eſt fort éloigné d'être vrai, & il ſe contenta d'expliquer la conſtruction de quelques Tables qu'il regarda comme ſuffiſantes dans la pratique, quoiqu'elles laiſſaſſent la ſolution des principales difficultés de Manœuvre, ſujette à un tâtonnement très-peu exact & trop long pour être utile. Eludant enfin tout ce qui rendoit le ſujet trop compliqué, il ne conſidéra dans les Navires qu'une ſeule voile, quoiqu'ils en aient ordinairement pluſieurs, & que ce ſoit de cette pluralité, comme nous l'avons vu, que dépende preſque toute la ſupériorité de la Marine moderne. Ce que nous avançons ici touchant le travail de M. Bernoulli qui le premier a connu les vrais principes de cet art, on peut le dire, avec quelques reſtrictions, des recherches, quoiqu'excellentes, des autres Savans qui ont marché dans la même carriere. Ainſi on voit ce qu'il y avoit à faire ; on voit, qu'en laiſſant même à part toutes les remarques ſur la diſtribution de la charge & ſur les mouvements d'évolution ou de rotation du Navire, remarques qui doivent ſervir en mer & faire par conſéquent partie de la ſcience du Navigateur, on ne pouvoit ſe diſpenſer, pour embraſſer la matiere dans toute ſon étendue, d'inſiſter ſur diverſes circonſtances qu'on en avoit toujours écartées juſqu'à préſent ; on voit auſſi qu'il a fallu réſoudre un aſſez grand nombre de nouveaux Problèmes.

Il ne m'a pas été poſſible après cela de prendre pour modeles, dans cet ouvrage, la plupart des Traités faits ſur l'autre partie de la ſcience du Navigateur, le Livre en particulier que je publiai ſur le Pilotage en 1753. Je n'ai pu, dans la rencontre préſente, compoſer un Livre purement élémentaire, puiſqu'il s'agiſſoit pour moi, non-ſeulement d'éclairer les pratiques de la Manœuvre, mais d'expoſer en même temps les moyens que j'avois employés pour découvrir les nouvelles regles que je propoſe. Je me ſuis donc trouvé dans la néceſſité de fondre, pour ainſi dire, deux ouvrages en un ſeul ; l'un que j'ai tâché de mettre à la portée du commun des Marins, que l'on doit avoir principalement en vue, lorſqu'il s'agit d'inſtructions ; l'autre qui demande des Lecteurs ſuffiſamment verſés dans les diſcuſſions géométriques. Tout ce que j'ai fait de plus dans cette double compoſition en faveur des premiers Lecteurs, ç'a été d'entrer pour

pour eux dans un grand détail, de leur donner des raiſons phyſiques & palpables, en rejettant à la fin de chaque Section, ou même de chaque Chapitre, les recherches plus compliquées dans leſquelles ils ne ſeront point obligés de s'engager. On ne regardera pas ſans doute comme un grand mal, qu'ils aient ſans ceſſe ſous les yeux & comme malgré eux, des preuves ſenſibles de l'utilité de la Géométrie dans la Marine. Mais s'ils veulent pourtant ſe borner aux ſeules remarques qui ſont abſolument néceſſaires, ils n'auront qu'à s'épargner la lecture de tout ce qui leur paroîtra trop difficile, ou de ce qu'ils trouveront accompagné de quelque appareil de calcul Algébrique.

Il n'est nullement queſtion dans cet Ouvrage de la conſtruction des Vaiſſeaux, autre partie de la Marine qui en eſt, à proprement parler, la premiere, mais qui étant exercée à terre par des perſonnes qui s'en occupent entiérement, n'eſt pas l'objet des connoiſſances du Navigateur. Nous avons des Livres ſur cet important ſujet qui, dans l'ordre des choſes, précede le Pilotage & la Manœuvre; je l'ai examiné expreſſément dans le *Traité du Navire*, & on ne ſauroit trop recommander ſur cette même matiere les Ouvrages de M. Euler & de M. Duhamel.

Mais, pour revenir au Livre que je préſente, je ne ſai ſi l'arrangement peu ordinaire que j'ai cru devoir préférer, m'aura permis de ſatisfaire aux vues ſages de M. de Chézac, Capitaine des Vaiſſeaux du Roi, & Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis, qui contribue, plus que perſonne, à exciter cette louable ardeur avec laquelle on tâche d'allier, dans toutes les parties de l'art de naviguer, la théorie à la pratique. Afin de mieux inſpirer à Meſſieurs les Gardes de la Marine, auxquels il commande à Breſt, ſon goût éclairé pour toutes les connoiſſances propres à des Officiers, il demandoit des éléments de Méchanique & de Dynamique dont les principes fuſſent continuellement appliqués à la Navigation. Le premier Livre de ce Traité pourra, ce ſemble, remplir d'autant mieux ce plan, que j'ai fait tous mes efforts pour que les deux autres, auxquels il ſert comme d'introduction, y répondiſſent. Je ſuis perſuadé outre cela que mon travail ne ſera pas inutile pour d'autres Lecteurs à qui il eſt indifférent qu'on leur parle de Marine ou de tout autre ſujet,

pourvu qu'on les exerce dans cette partie des Mathématiques dont un ſi grand nombre d'Arts attendent leur perfection. Il étoit abſolument néceſſaire de joindre la Dynamique à la Méchanique, puiſqu'on ne conſtruit ordinairement les machines que pour qu'elles prennent du mouvement, & que les Navires ſont deſtinés à recevoir une très-grande vîteſſe.

Il arrive ſouvent qu'on renverſe entiérement l'ordre des méthodes dans cette partie de la Méchanique; & il ſemble, qu'auſſi-tôt qu'on peut employer le mot de *Dynamique* à la tête d'un Ecrit, on ceſſe d'être obligé de ſe rendre intelligible. Le mal vient de ce qu'on ſubſtitue aux vrais principes ou aux loix de la Nature, dont la ſimplicité & la généralité ne ſauroient être plus grandes, d'autres regles qui n'en ſont que des conſéquences conditionnelles & très-éloignées. L'illuſtre M. Jean Bernoulli, à qui toutes les Mathématiques ont de ſi grandes obligations, a contribué le plus à mettre en uſage un de ces principes trop obſcurs, connu ſous le nom de *Conſervation des Forces vives*, qu'il croyoit abſolument néceſſaire pour la ſolution d'une claſſe entiere de Problêmes [a]. Si cette prétention néanmoins avoit eu quelque fondement, ou s'il avoit été réellement impoſſible de réſoudre pluſieurs difficultés ſans le nouveau ſecours, le Géometre ſe fût également trouvé dans l'impoſſibilité d'en montrer la bonté ou d'en lier la certitude avec celle des loix de la communication des mouvements dont elle doit dépendre. Mais ce qui eſt encore plus étrange, M. Bernoulli étoit obligé de ſuppoſer que les corps qu'il conſidéroit, étoient parfaitement élaſtiques, quoique nous n'en connoiſſions point de tels. Ainſi la regle ou le principe de Dynamique qu'employoit alors cet illuſtre Mathématicien, & qu'il regardoit comme une loi primitive de la Nature, n'étoit applicable qu'à un cas hypothétique auquel la Nature même a donné l'excluſion. On peut, malgré cela, dans une infinité d'autres rencontres, tirer de cette regle trop limitée des inductions très-heureuſes. Quelquefois on regarde comme trop difficile, d'agir avec pleine lumiere ou de ſuivre l'enchaînement de toutes les vérités intermédiaires; on renonce, par pareſſe ou par impuiſſance, à l'avantage de voir parfaitement clair. On ferme

[a] Voyez le Diſcours ſur les Loix & la Communication des Mouvements; Paris, 1727.

les yeux, pour ainſi dire, en ſe ſervant du prétendu principe, & on s'élance vers le but, autant qu'il eſt poſſible, pour s'épargner la peine de s'y rendre pas à pas.

MAIS, puiſque ce principe eſt obſcur, qu'il n'eſt pas généralement vrai, qu'il a quelquefois induit en erreur les plus grands Méchaniciens, & qu'il n'eſt, à proprement parler, qu'une conſéquence géométrique tirée dans quelques circonſtances particulieres, des loix générales du mouvement, n'eſt-il pas évident qu'on ſe conduit d'une maniere bien plus naturelle & plus ſatisfaiſante pour l'eſprit, en rapportant tout immédiatement à ces mêmes loix? Eſt-il rien de plus illuſoire & de plus propre à répandre des ténebres ſur la partie des Méchaniques la plus utile, que de renoncer à des principes univerſels, ſenſibles & féconds, pour leur en préférer de ſecondaires qu'on s'eſt encore plu depuis à multiplier, qui ſont tantôt faux & tantôt vrais, & dont on ne peut apprétier la juſte valeur qu'en remontant à la ſource ou en les comparant à ces mêmes principes qu'on feint d'abandonner?

LORSQUE pluſieurs corps, en agiſſant les uns ſur les autres, changent mutuellement leur état, tous les mouvements que les uns ſont forcés de prendre, forment toujours un parfait équilibre avec tous les mouvements que les autres perdent; ces mobiles ayant de l'inertie comme toutes les autres parties de la matiere, ne prennent du mouvement & n'en perdent qu'avec difficulté, & leurs réſiſtances réciproques ſe contrebalancent exactement par leur oppoſition. Cette regle ou loi eſt ſi ſimple, qu'il ſuffit de l'expliquer; & le ſavant M. Bernoulli n'avoit qu'à le vouloir pour en tirer, ainſi qu'il l'a fait en d'autres rencontres, tous les ſecours dont il avoit beſoin. Comme elle conduit ſeule à des ſolutions naturelles & lumineuſes dans une infinité de Problêmes, il m'a paru que je ne pouvois mieux faire que de continuer à l'employer, après m'en être déja ſervi dans ceux de mes autres Ouvrages où il s'eſt préſenté des difficultés de même genre. J'en avois même fait uſage dès 1728, en réfutant, malgré les égards dûs au célebre Géometre que je viens de citer, la trop grande généralité de ſes aſſertions.

AU SURPLUS, puiſque nous conſacrons ce Traité à l'utilité du Public, nous ne devons pas manquer de reconnoître,

que s'il fût jamais néceſſaire de joindre la Pratique à la Théorie, c'eſt principalement dans la Marine. Outre qu'il faut examiner ſur le Vaiſſeau même ce grand nombre de cordages qui ſervent à la Manœuvre, le Navigateur doit ſavoir une infinité de choſes de fait ou de détail que nous n'avons pas eſſayé de décrire, & qu'il n'apprendra jamais bien que dans des voyages réïtérés. Quelqu'un qui ſe confiant trop dans ſes connoiſſances ſpéculatives, entreprendroit de conduire un Navire la premiere fois qu'il s'embarque, ſeroit trop certainement une expérience fatale de ſon peu de capacité. Avant qu'il eût eu le temps de ſaiſir l'état actuel des choſes dans leur changement continuel, qu'il eût raſſemblé toutes ſes idées, & qu'il eût formé une réſolution, il auroit laiſſé échapper l'inſtant favorable, & ſon Navire ſe ſeroit briſé contre quelqu'écueil. Il faut donc allier néceſſairement la pratique à la ſpéculation : nous voulons dire, qu'après que le Navigateur a pris une connoiſſance ſuffiſante des maximes utiles, il faut qu'il ſe les rende aſſez familieres par un grand exercice, pour pouvoir les appliquer comme machinalement & ſans le ſecours pénible de la réflexion.

Le Vaisseau recevant, par le moyen du gouvernail & des voiles, tous les mouvements qu'on lui imprime, l'homme de mer ne ſe ſera pas encore aſſez exercé dans ſon art, ſi un coup d'œil ne lui ſuffit, pour ſe rendre préſentes toutes ces parties mobiles. Il faut qu'il y tienne, pour ainſi dire, comme à ſes propres muſcles, ou qu'il regarde ſon Navire comme un autre corps qu'il anime en même temps que le ſien, & qui en eſt comme une extenſion. Le Navigateur ne parvient, il eſt vrai, à cet état qu'après pluſieurs années d'un travail opiniâtre; mais de combien la difficulté ne ſera-t-elle pas moindre, ſi on joint l'étude des Méchaniques à celle de la Marine? On ne verra rien enſuite à quoi on ne ſoit préparé d'avance, & dont on ne puiſſe ſe donner l'explication à ſoi-même. Ainſi, pour faire de grands progrès dans la pratique, ou pour contracter l'habitude qui la conſtitue, il ſuffira de répéter ſouvent les mêmes actes, ou de prendre part à toutes les manœuvres qu'on verra faire. Comme on ne ſera plus obligé de rien exécuter à l'aveugle, on ſentira bientôt les heureux effets qu'un exercice réfléchi doit produire, & la qualité de bon Praticien coûtera par conſéquent beaucoup moins à acquérir.

ON DEVIENDRA non-ſeulement Manœuvrier beaucoup plus promptement par la route que nous indiquons, on donnera à la pratique, des fondemens plus parfaits & plus ſolides. Lorſqu'on fait une manœuvre en préſence d'un jeune Marin, il ne ſait ſouvent ni pourquoi on l'exécute, ni comment agiſſent les inſtruments dont on ſe ſert; & il ſe trouve environné de gens trop occupés, pour qu'il puiſſe en tirer le moindre éclairciſſement. Qu'on juge donc combien il doit perdre de temps pour prendre ces notions même groſſieres qui lui tiendront lieu de Théorie, ou qui ſerviront de baſe peu sûre à la pratique qu'il regarde comme ſon principal objet? Les connoiſſances imparfaites, auxquelles notre jeune Marin parviendra, ſeront, à la honte de la raiſon, le fruit du plus long travail; & néanmoins comme elles ſe reſſentiront toujours de leur origine vitieuſe, elles ne l'éclaireront jamais aſſez; elles le laiſſeront toujours manquer de regles ou de méthodes exactes ſur leſquelles il puiſſe abſolument compter. Il donnera, par exemple, une certaine obliquité aux voiles, & il recevra le vent avec une incidence déterminée; mais ſaura-t-il s'il n'y auroit pas quelque choſe à changer dans un ſens ou dans l'autre, à l'une & l'autre diſpoſition? A-t-on jamais fait les expériences néceſſaires pour s'en aſſurer?

ON PEUT, par des eſſais même groſſiers, trouver dans une machine la diſpoſition la plus avantageuſe d'une certaine partie, lorſqu'elle eſt la ſeule dont la ſituation ſoit variable. On la change de place; & ſi on voit que l'effet qu'elle produit va en diminuant, on fait un changement dans le ſens contraire, & après un certain nombre de tentatives on réuſſit à trouver une eſpece de milieu auquel on s'arrête. Mais combien la difficulté n'augmente-t-elle pas, lorſque le degré de perfection qu'on recherche dépend de divers agents extérieurs & de la diſpoſition de pluſieurs parties qui ont des rapports eſſentiels les unes avec les autres? Pour réſoudre un pareil Problême par l'expérience, il faudroit, en laiſſant une partie dans un état conſtant, examiner les divers degrés d'avantage qui réſultent de tous les divers états des autres; & après avoir fait ce pénible examen, il faudroit encore en commencer une infinité d'autres, en faiſant varier la diſpoſition de la premiere partie. Quelqu'un a-t-il jamais entrepris en mer toutes ces expériences? A-t-il pu compter qu'il n'y ſeroit troublé, ni par l'inconſtance du vent, ni par

l'irrégularité de quelque cauſe accidentelle? A-t-on même jamais eu la commodité de faire ces longs eſſais pour un ſeul Navire? Car les différentes formes de leur carene & les divers rapports entre leurs voiles doivent rendre les réſultats différents. Auſſi le Praticien ſe borne-t-il toujours à vous répondre qu'il ſe conforme, le plus exactement qu'il peut, à ce qu'il a vu exécuter; & que s'il n'a point de regle préciſe, l'autorité que fournit l'exemple des anciens Marins ſuffit pour le raſſurer.

Il appartient donc à la Théorie aidée de quelque expérience, de parvenir à des regles certaines dans une ſemblable matiere, & de perfectionner la pratique, en lui communiquant les lumieres dont elle avoit beſoin. Je m'applaudirai beaucoup ſi mon Livre peut avoir cet avantage, en contribuant à multiplier les Manœuvriers habiles, & en rendant plus familieres les applications de la Méchanique & de la Dynamique, aux parties de la Navigation qui en ſont ſuſceptibles. Je ne pouvois choiſir des circonſtances plus favorables pour le publier, que lorſque l'activité & les vues ſupérieures d'un grand Miniſtre donnent à notre Marine comme une création nouvelle. Eloignés que nous ſommes de ces ſiecles où l'on mettoit ſi aiſément en mer des flottes nombreuſes, parce qu'elles n'étoient formées que de très-petits Navires, pouvions-nous prévoir que nous aurions tout-à-coup en France des Eſcadres puiſſantes pour oppoſer partout à l'ennemi & pour le vaincre? Il faut que toutes les Provinces du Royaume concourent, par leurs différentes productions, à la conſtruction & à l'équippement d'un Vaiſſeau de ligne; il faut même quelquefois aller chercher certaines matieres dans les Pays les plus éloignés. M. le Garde des Sceaux a ſurmonté tous ces obſtacles & tous les autres qui ſont inſéparables des grandes entrepriſes. Les Vaiſſeaux ſont comme ſortis de terre; ils ſe trouvent commandés par des Officiers intrépides qui exécutent avec courage les ordres dictés avec le plus de ſageſſe, & notre Pavillon porte la gloire du Roi dans toutes les Mers. Je regarderois mes veilles comme bien employées, je le répete, ſi le Livre que j'offre au Public, rempliſſoit au moins, dans cette rencontre, une partie de mon objet, en ôtant les épines d'une Science auſſi importante que celle de la Manœuvre des Vaiſſeaux.

Fin de la Preface.

Digitized by Google

TABLE
DES CHAPITRES.

LIVRE PREMIER.

Dans lequel on donne les connoiſſances de Méchanique & de Dynamique utiles ou néceſſaires aux Navigateurs, avec la ſolution de pluſieurs Problêmes importants de Marine.

PREMIERE SECTION.

De l'équilibre entre les corps ſolides qui agiſſent les uns contre les autres par leur tendance au mouvement. *Page* 3

CHAPITRE I. *De l'uſage des Poulies dans les Méchaniques, & en particulier dans la Marine,* Ibid.

Diſpoſitions de Poulies qui ſervent à augmenter la force, 5

Diſpoſitions ordinaires des Poulies dans la Marine, avec la méthode d'évaluer le changement qu'elles apportent à l'effet, 7

CHAP. II. *De la décompoſition des forces ou des mouvements,* 10

De la décompoſition de force qui ſe fait ſouvent dans l'uſage des Poulies, 11

Du plan incliné, 13

Examen de l'effort que doit faire la puiſſance lorſqu'elle ne tire pas parallelement au plan incliné, 16

De la décompoſition des forces à l'égard d'un bras de levier ou d'un mât, &c. lorſqu'on le tire obliquement, 18

CHAP. III. *De la compoſition des forces ou des mouvements*, 26
Confirmation de la regle donnée ci-devant pour juger de l'équilibre par les vîteſſes que prendroient les poids ſi l'équilibre s'altéroit, 24
Autre méthode pour déterminer le rapport qui doit ſe trouver entre les poids ou les forces qui ſont en équilibre, & application de cette méthode au plan incliné, *Ibid.*
CHAP. IV. *De la maniere dont les forces agiſſent les unes contre les autres, lorſqu'elles ſont appliquées à un levier.* 27
Que le levier peut être droit ou courbe, & que l'action des puiſſances ſera toujours la même tant qu'elles agiront avec la même force & ſur les mêmes directions, 30
Que dans l'équilibre les *moments* des forces ou les produits de ces forces par la diſtance de leurs directions au point d'appui ſont toujours exactement égaux, 32
CHAP. V. *Suite du Chapitre précédent. De l'équilibre entre un grand nombre de puiſſances appliquées à un levier*, 35
CHAP. VI. *Du centre de gravité des corps, avec les moyens de les déterminer.* 40
Du centre de gravité de quelques figures géométriques, 45
Déterminer le centre de gravité d'un corps par l'expérience, 47
CHAP. VII. *Explication de diverſes machines compoſées dont la plupart ſont employées ſur les Vaiſſeaux*, 48
Du Cabeſtan, *Ibid.*
Des Rames ou des Avirons, 50
Du Gouvernail, 51
De la Vis ou du Verrin, 52
Du Coin, 56
CHAP. VIII. *De la nature du frottement, & moyen d'en faire entrer la conſidération dans l'examen des machines*, 57
Du frottement dans les machines, 61
CHAP. IX. *De la difficulté que font les cordages à ſe plier & de l'effet que produit cette réſiſtance dans les machines*, 67
Premier moyen d'éprouver la roideur d'un cordage, 68

Second

Second moyen d'éprouver la roideur des cordages; 69
Evaluation de l'effet d'un Palan lorſque le frottement & la roideur des cordages ſont conſidérables, 72

SECONDE SECTION.

De l'action des corps ſolides, & de leur équilibre lorſqu'ils ſont en mouvement, 76

CHAP. I. *De l'inertie des corps, de leur mouvement, de leur peſanteur, &c.* ibid.
CHAP. II. *De la chûte des corps peſants & de l'accélération de leur vîteſſe,* 82
Du mouvement des graves qu'on lance en haut, 87
Table des chûtes des corps peſants, 88
CHAP. III. *De la chûte des corps le long des plans inclinés,* 89
CHAP. IV. *Du mouvement d'oſcillation ou de balancement,* 93
Des vibrations des reſſorts, 94
Des oſcillations des Pendules, 97
Table des longueurs des Pendules, 100
Des oſcillations d'une liqueur dans un tuyau dont les deux branches ſont recourbées vers le haut, 102
CHAP. V. *De la chûte verticale des Graves qui en tombant font monter quelqu'autre corps ſuſpendu de l'autre côté d'une poulie,* 105
De la vîteſſe d'un corps en montant ſur un plan incliné, 106
CHAP. VI. *Suite du Chapitre précédent. De la chûte d'un Grave ſoutenu en partie par un palan,* 110
De la chûte d'un grave appliqué au bas d'un palan formé de quatre cordons, & de l'élévation du contre-poids, 111
Du plus grand effet machinal poſſible à l'égard du contre-poids qui s'éleve par le palan, 112
CHAP. VII. *De la chûte des Graves lorſqu'ils agiſſent les uns contre les autres par des leviers,* 114
CHAP. VIII. *De la chûte des Graves lorſqu'ils agiſſent par le moyen de tambours de différents rayons, & que la peſanteur de ces tambours eſt conſidérable,* 118
Des oſcillations d'un Pendule qui eſt chargé d'un poids ſitué autour du point de ſuſpenſion, 122

CHAP. IX. *Du changement que la peſanteur des cordages ou autres parties mobiles qui entrent dans la compoſition des machines peut apporter au mouvement*, 125

CHAP. X. *Des machines mues par l'action des hommes*, 133

De la vîteſſe que prennent les roues ou tympans dans leſquels on fait marcher des hommes, 134

De la vîteſſe que peut prendre l'ancre en montant, lorſqu'on la leve en ſe ſervant du cabeſtan, 139

CHAP. XI. *Du mouvement que les corps ſe communiquent par le choc, & premierement ceux qui ſont denués de reſſort*, 145

Que la quantité du mouvement dans le même ſens eſt égale avant & après le choc, & que le centre de gravité des deux corps ſe meut toujours avec la même vîteſſe, 148

Du choc des corps à reſſort, 150

Que la peſanteur des corps ou leur tendance vers le centre de la terre n'altere en rien les loix de la communication des mouvements, 154

CHAP. XII. *Du mouvement des corps qui ſe frappent obliquement*, 155

Du choc d'un corps qui en frappe pluſieurs autres tout à la fois, 156

CHAP. XIII. *Du choc des corps qui agiſſent les uns contre les autres par le moyen d'un levier*, 161

CHAP. XIV. *Du mouvement que prend un corps parfaitement libre lorſqu'il eſt frappé ſelon une direction qui ne paſſe pas par ſon centre de gravité*, 165

Que le centre de rotation, ou le point ſur lequel tourne librement un corps eſt toujours de l'autre côté de ſon centre de gravité, par rapport au point où ſe fait la percuſſion, & que les diſtances de ces deux points au centre de gravité ſont toujours en raiſon inverſe l'une de l'autre, 169

CHAP. XV. *Suite du Chapitre précédent. Remarques ſur le mouvement de rotation : que l'angle que font deux ſituations différentes du mobile en tournant, eſt proportionnel à la force employée dans le choc, multipliée par la diſtance au centre de gravité du mobile*, 174

TROISIEME SECTION.

De l'action des Fluides par leur choc & par leur preſſion ſur les corps ſolides. 181

CHAPITRE I. *De l'action des Fluides par leur choc, & principalement de celle de l'eau & du vent,* Ibid.
Table des Impulſions du vent ſur une ſurface d'un pied quarré frappée perpendiculairement, 184
Table des Impulſions de l'eau ſur une ſurface d'un pied quarré frappée perpendiculairement, 185
Moyens de meſurer la force actuelle du vent, *Ibid.*
De l'Impulſion des Fluides qui ſe font obliquement, 187
CHAP. II. *De la maniere dont les voiles font accélérer le mouvement du Navire, avec quelques remarques particulieres au ſujet de leur courbure,* 189
CHAP. III. *Que la peſanteur du Navire ou de tout autre corps flottant eſt égale à celle du volume d'eau dont il occupe la place, & doit agir dans la même direction,* 195
CHAP. IV. *Que le centre de gravité du corps qui flotte librement ne doit point être au deſſus d'une certaine hauteur : moyens de déterminer cette hauteur,* 200
Méthode de déterminer le *Métacentre* ou le point qui ſert de limite à la plus grande hauteur du centre de gravité du Navire, 202
Application de la Méthode précédente à un corps flottant qui auroit la figure d'un Ellipſoïde, 204
De la hauteur du Métacentre lorſqu'il s'agit des inclinaiſons qui ſe font ſelon la longueur, 206
CHAP. V. *De la ſtabilité du Navire, ou de la force avec laquelle il conſerve ſa ſituation horiſontale : différents moyens de la trouver,* 207
Trouver la ſtabilité du Navire par l'expérience, 211
CHAP. VI. *Remarques ſur l'arrangement des parties les plus peſantes de la charge,* 216
CHAP. VII. *Des Oſcillations auxquelles les Navires & tous les autres corps flottants ſont ſujets,* 220

Que les Oſcillations ſe font autour du centre de gravité du corps, 220
Que les Oſcillations ſont iſochrones, 223
Comparaiſon des Oſcillations du corps flottant, avec celles du Pendule de la figure 46, 224
CHAP. VIII. *Remarques générales ſur la méthode précédente, avec l'application de cette méthode à un Navire qui auroit la forme d'un Ellipſoïde,* 227
CHAP. IX. *Des moyens de rendre plus lents les balancements du Navire dans le roulis & dans le tangage,* 235
De la diſtribution des parties legeres & peſantes de la charge par rapport aux mouvements du tangage & du roulis, 237
Trouver le changement qu'apporte à la durée des Oſcillations du Navire la tranſpoſition de quelques-unes de ſes parties, 239
Trouver tous les points du Navire où l'on peut tranſpoſer un poids ſans changer la promptitude des balancements du roulis ou du tangage, 241
CHAP. X. *De l'étendue des balancements du Navire, comparée avec leur promptitude,* 245
CHAP. XI. *Du changement que cauſe à l'étendue des balancements du Navire, la tranſpoſition de quelques parties de ſa charge,* 250
CHAP. XII. *Des Oſcillations auxquelles les corps flottants ſont ſujets lorſqu'ils ſont d'une figure irréguliere,* 256
CHAP. XIII. *Suite du Chapitre précédent. Déterminer le Métacentre lorſqu'un corps flottant irrégulier fait des Oſcillations,* 264
CHAP. XIV. *Applications de la Méthode précédente à quelques corps particuliers lorſqu'ils ſe balancent ſelon leur longueur,* 269

LIVRE SECOND.

Des mouvements d'évolution ou de rotation du Navire.

PREMIERE SECTION.

Faire tourner le Navire en toutes ſortes de ſens par le moyen de ſon Gouvernail & de ſes Voiles. 275

CHAPITRE I. *De l'uſage du Gouvernail pour faire tourner le Navire*, 276

Que l'angle le plus avantageux du Gouvernail & de la quille n'eſt pas de 54° 44″, & qu'il eſt ſenſiblement moindre, 279

De la partie de l'effort du Gouvernail qui nuit au ſillage, 281

CHAP. II. *Dénombrement des voiles & des principaux cordages qui ſervent à les orienter*, 283

CHAP. III. *De l'équilibre qu'il faut mettre entre les voiles de la proue & de la poupe pour que le Navire ne tourne pas*, 287

CHAP. IV. *De la maniere de faire tourner le Vaiſſeau par le moyen de ſes voiles*, 291

Que les voiles de la proue & de la poupe peuvent avoir auſſi des uſages tout contraires à ceux qu'on vient de leur attribuer, 296

Regles pour orienter une voile de maniere qu'elle produiſe le plus grand effet poſſible en faiſant tourner un Vaiſſeau, 297

Table des diſpoſitions les plus avantageuſes d'une voile pour pouſſer ſous le vent, 299

Table des diſpoſitions les plus avantageuſes d'une voile pour porter au vent, *Ibid.*

CHAP. V. *Faire revirer un Navire, ou le faire paſſer d'une route du plus près à l'autre route du plus près*, 300

Revirer vent devant, 301
Revirer vent arriere, 303
CHAP. VI. *Se mettre en panne ou côté à travers, & ſe mettre à la cape,* 305
Se mettre à la cape, 307
CHAP. VII. *Trouver la ſituation qu'il faut donner à une voile & à toute autre ſurface frappée par un fluide, pour qu'elle pouſſe le plus qu'il eſt poſſible ſelon une certaine direction,* 308
CHAP. VIII. *Suite du Chapitre précédent. Déterminer la ſituation la plus avantageuſe d'une voile pour faire tourner le Navire, lorſque le centre d'effort de cette voile eſt ſujet à changer de place,* 312
Trouver la diſpoſition la plus avantageuſe d'une voile pour faire tourner le Vaiſſeau, lorſque cette voile eſt inclinée, 315
Table des diſpoſitions les plus avantageuſes des voiles d'étais & des focs pour faire tourner le Navire, 320
CHAP. IX. *De la ſituation la plus avantageuſe du Gouvernail, lorſque ſes diverſes parties ſont frappées par l'eau ſelon différentes directions,* 321

SECONDE SECTION.

Sur le plus ou le moins de facilité qu'ont les Navires à recevoir le mouvement de rotation ou à bien gouverner. 326

CHAPITRE I. *Que le temps que les grands Vaiſſeaux mettent à faire les mêmes évolutions ſont ſenſiblement comme les quarrés de leurs longueurs,* Ibid.
CHAP. II. *Moyen de calculer le temps employé par un Vaiſſeau à tourner d'une certaine quantité,* 330
Expreſſion algébrique de l'angle de rotation du Navire, 335
CHAP. III. *Déterminer par l'expérience le centre de gravité du Navire, & le point ſur lequel ſe fait le mouvement de rotation,* 337
Premier moyen de déterminer le point ſur lequel le Navire

tourne lorſqu'il eſt pouſſé par ſon gouvernail, & de trouver le centre de gravité du Navire, &c. 338
Second moyen de déterminer par l'expérience le centre de rotation & le centre de gravité du Navire, 343
CHAP. IV. *Trouver le changement qu'apporte à la facilité qu'a le Navire de tourner ou de gouverner, l'addition d'un nouveau poids*, 348
Déterminer l'endroit où il faut placer un poids qu'on ajoute à la charge pour qu'il favoriſe, le plus qu'il eſt poſſible, l'action d'une certaine voile dans le mouvement de rotation du Navire, 351
CHAP. V. *Augmenter, le plus qu'il eſt poſſible, par la tranſpoſition de quelques-unes des parties peſantes du Navire, la facilité avec laquelle il gouverne*, 354
De l'effet que produit la tranſpoſition des parties peſantes de la charge à l'égard du Gouvernail, 358

LIVRE TROISIEME.

De la diſpoſition la plus avantageuſe des Voiles pour ſuivre une route avec vîteſſe, ou en ſatisfaiſant à quelqu'autre condition, 362

PREMIERE SECTION.

Qui contient pluſieurs remarques ou regles générales de Manœuvre, avec la maniere particuliere d'orienter la voile lorſqu'il n'y en a qu'une dans les Navires dont on peut négliger la dérive. 363

CHAPITRE I. *De la diſtinction entre les deux directions du vent, la réelle & l'apparente, avec la maniere de diſtinguer en mer les objets qu'on a au vent, & ceux qu'on a ſous le vent*, Ibid.
Diſtinguer, lorſqu'on eſt en mer & qu'on fait route, les objets qu'on a au vent & ceux qui ſont ſous le vent, 366

CHAP. II. *Moyens de découvrir la direction réelle du vent lorſqu'on eſt en mer*, 368
Premier moyen, *Ibid.*
Second moyen de déterminer en mer la direction réelle du vent, 369
Troiſieme moyen de connoître la direction réelle du vent, 371
CHAP. III. *Lemme important & général pour la ſolution des Problêmes de Manœuvre, & moyen d'orienter la voile dans les Navires exempts de dérive, lorſqu'on fait une route donnée avec une ſeule voile*, 372
Reconnoître dans un Navire exempt de dérive ſi la voile eſt bien diſpoſée pour faire une route donnée, 373
Calcul & uſages de la premiere Table qui eſt à la fin de ce Traité, avec différentes remarques, 375
CHAP. IV. *De la diſpoſition la plus avantageuſe de la voile pour gagner au vent & pour s'éloigner d'une côte*, 378
Conſtruction & uſage de la ſeconde Table qui eſt à la fin de ce Traité, 381
Evaluation de ce qu'on perd en orientant mal la voile lorſqu'on ſingle au *plus près*, 382
CHAP. V. *De la maniere de donner chaſſe à un Navire en lui coupant le chemin le plus promptement qu'il eſt poſſible*, 384
Donner chaſſe à un Vaiſſeau qui eſt au vent, 387
CHAP. VI. *Remarques au ſujet du Navire qui fuit. Moyens de déterminer la route qui donne la plus grande de toutes les vîteſſes*, 389
CHAP. VII. *Que notre troiſieme & notre ſeconde regle, pour choiſir la route qui nous procure la plus grande de toutes les vîteſſes ou qui nous éloigne le plus vîte qu'il eſt poſſible d'une ligne droite donnée de poſition, ſont applicables à tous les Navires : avec quelques autres remarques*, 392
Que lorſque la voile reſte toujours orientée de la même maniere par rapport au Navire, les vîteſſes du ſillage dans les différentes routes, ſont comme les ſinus de l'angle que fait la direction abſolue du vent avec la voile, 395

Que

Que pour s'éloigner, le plus qu'il eſt poſſible, d'une ligne donnée de poſition, il faut dans tous les Navires, que la route faſſe avec cette ligne un angle égal à celui que forme la direction abſolue du vent avec la voile, 396
Du changement de la vîteſſe du ſillage par l'augmentation ou la diminution de l'étendue des voiles, *ibid.*
CHAP. VIII. *Solutions directes des Problêmes de Manœuvre pour les Navires qui ſont exempts de dérive*, 398
Choiſir la route oblique qu'il faut ſuivre pour marcher avec la plus grande des vîteſſes poſſibles, 400
Qu'il n'eſt jamais avantageux de ſubſtituer deux routes obliques conſécutives à la place de la route directe dans les Navires qui n'ont qu'une voile, 404
CHAP. IX. *Suite du Chapitre précédent. Trouver d'une maniere directe la diſpoſition la plus avantageuſe du Navire & de la voile pour s'éloigner d'une ligne droite donnée de poſition*, 407
Déterminer la ſituation la plus avantageuſe du Navire & de ſa voile pour gagner au vent le plus qu'il eſt poſſible, 409

SECONDE SECTION.

De la diſpoſition la plus avantageuſe de la Voile dans les Navires, dont on ne peut pas négliger la dérive, 412

CHAP. I. *De la maniere d'obſerver ſur un Vaiſſeau la quantité de la dérive*, Ibid.
CHAP. II. *De la diſtinction de la dérive proprement dite, & de l'obliquité cauſée à la route par le mouvement de la mer*, 415
Que le mouvement de la mer ſe communique plus ou moins aux Navires de différentes grandeurs, 416
Reconnoître ſi la dérive proprement dite eſt exactement indiquée par la houache, 419
CHAP. III. *De la relation qu'il y a entre l'angle de la dérive & l'impulſion de l'eau, & avec l'angle formé par la voile & par la quille*, 421

De la dérive des Navires qu'on peut rapporter aux parallélipipedes rectangles, 422
De l'impulsion de l'eau sur la carene des Navires, qu'on peut rapporter aux parallélipipedes rectangles, 424
CHAP. IV. *Trouver dans les Navires qu'on peut comparer à des parallélipipedes rectangles, la disposition la plus avantageuse de la voile pour faire une route donnée*, 427
CHAP. V. *Que les pratiques expliquées dans le Chapitre précédent sont également bonnes lorsque le Navire est emporté par un courant dont la profondeur est considérable*, 433
CHAP. VI. *La direction & la vîtesse qu'a la mer très-proche de sa surface étant données pendant que l'eau inférieure dans laquelle plonge le bas de la carene est tranquille; reconnoître si on a réussi à orienter la voile de la maniere la plus avantageuse pour la route qu'on suit*, 435
Trouver la situation de la voile pour une dérive & une route données; 436
Trouver la grandeur que doit avoir l'angle d'incidence apparent du vent, 438
Que les regles de Manœuvre expliquées dans les Chapitres précédents sont sensiblement bonnes, quoiqu'on navigue dans un courant superficiel, 441
CHAP. VII. *Solutions exactes & générales des problêmes qu'on vient de résoudre par approximation*, 443
Application de la méthode précédente aux Navires dont la carene peut se rapporter à des parallélipipedes rectangles, 446
CHAP. VIII. *De la relation qu'il y a entre la situation de la voile & la dérive dans les figures de carenes plus composées*, 448
Remarques sur l'usage trop limité des figures précédentes, pour représenter la carene des Vaisseaux, 452
CHAP. IX. *De la relation qu'il y a entre la situation de la voile & l'angle de la dérive dans les Navires, dont on peut comparer la carene à une figure mixtiligne formée d'arcs de cercles & de lignes droites*, 454

Calcul analytique de l'impulſion du fluide ſur les ſurfaces qui ſont courbes ſelon un arc de cercle, 457
Sur le choix qu'on doit faire entre les diverſes figures fictices pour repréſenter la carene des Vaiſſeaux, 459
CHAP. X. *Suite du Chapitre précedent. Trouver pour les Navires dont on vient d'indiquer la forme, la diſpoſition la plus parfaite de la voile, par rapport à la quille, pour faire une route donnée,* 461

TROISIEME SECTION.

De la diſpoſition la plus avantageuſe des voiles dans les Navires qui en ont pluſieurs, & qui ſont ſujets à la dérive, 469

CHAP. I. *Remarques ſur l'effet des voiles lorſqu'on en employe pluſieurs,* *Ibid.*
Qu'il ſeroit très-avantageux de pouvoir élargir ou retrécir les voiles du grand mât dans les routes obliques, 472
CHAP. II. *De la diſpoſition la plus avantageuſe pour ſuivre une route donnée lorſque le Navire a pluſieurs voiles,* 473
CHAP. III. *Uſages de la ſixieme & ſeptieme Tables de la fin de ce Traité, qui indiquent, conformément à la conſtruction qu'on vient d'expliquer, les diſpoſitions les plus avantageuſes des voiles, par rapport au Navire & par rapport au vent,* 476
De la maniere d'appliquer à tous les Navires les recherches précédentes, 479
CHAP. IV. *Suite des deux Chapitres précédents. Remarques ſur les vîteſſes du Navire qui eſt pouſſé par pluſieurs voiles : uſage des Tables qui ſont à la fin de ce Livre,* 481
CHAP. V. *Reconnoître par une conſtruction géométrique ſi les voiles ſont bien orientées & le Navire bien diſpoſé : 1°. Lorſqu'on veut s'éloigner d'une ligne droite donnée de poſition ; 2°. Lorſqu'on veut courir avec la plus grande de toutes les vîteſſes,* 485

Diſtinguer celle de toutes les routes qui rend le ſillage le plus rapide, dans un Navire qui a pluſieurs voiles, 486

CHAP. VI. *Démonſtration de la derniere pratique expliquée dans le Chapitre précédent, pour rendre l'impulſion du vent ſur les voiles la plus grande qu'il eſt poſſible, ou calcul analytique dont cette pratique eſt tirée,* 488

CHAP. VII. *Détermination analytique de l'angle d'incidence du vent, pour une route donnée, lorſque le Navire a pluſieurs voiles, & qu'il eſt ſujet à la dérive. Demonſtration de la regle indiquée dans le Chap. II.* 493

Application de la formule générale aux Navires dont on peut comparer la carene à des parallélipipedes rectangles, 498

CHAP. VIII. *Demonſtration analytique de la conſtruction générale expliquée dans le Chapitre V. pour s'éloigner le plus vîte qu'il eſt poſſible, d'une ligne droite dont la poſition eſt donnée,* 502

PREMIERE TABLE.

Diſpoſitions les plus avantageuſes lorſque la route eſt donnée, que le Navire dans lequel on navigue n'a qu'une voile, & qu'on peut négliger ſa dérive, 512

SECONDE TABLE.

Diſpoſitions les plus avantageuſes pour s'éloigner d'une côte ou d'une ligne droite dont le giſſement eſt donné, lorſqu'on navigue dans un Navire dont on peut négliger la dérive, & qui n'a qu'une voile, 513

TROISIEME TABLE.

Diſpoſitions les plus avantageuſes lorſque la route eſt donnée, & qu'on navigue dans un Navire qu'on peut rapporter à un parallélipipede rectangle & qui n'a qu'une voile, 514

QUATRIEME TABLE.

Les diſpoſitions les plus avantageuſes avec les vîteſſes que prend le Navire qu'on peut rapporter à un parallélipipede rectangle ſeize fois plus long que large, lorſque ce Navire n'a qu'une voile & que la route eſt donnée, 515

CINQUIEME TABLE.

Diſpoſitions lorſque la route eſt donnée, qu'on eſt dans un Navire qui n'a qu'une voile, & qu'on peut rapporter à une figure formée de deux àrcs de cercle, 516

SIXIEME TABLE.

Diſpoſitions les plus avantageuſes lorſque la route eſt donnée & qu'on eſt dans un Navire dont on peut négliger la dérive, mais qui a deux voiles, 517

SEPTIEME TABLE.

Quantités dont les angles d'incidence apparents du vent doivent être plus petits, lorſque le Navire a deux voiles que lorſqu'il n'en a qu'une ſeule, *ibid.*

HUITIEME TABLE.

Diſpoſitions pour s'éloigner d'une côte ou d'une ligne donnée de poſition lorſqu'on eſt dans un Navire dont on peut négliger la dérive, mais qui a deux voiles, 518

Fin de la Table des Chapitres.

Errata, ou Fautes à corriger.

PREFACE, *page* v, *ligne* 34, Marco-Paolo : *liſez :* Marco-Polo.
TABLE, *page* xxij, *ligne* 25, changez ainſi le Sommaire du Chapitre I. de la ſeconde Section du Livre II : *Que les temps employez à faire les mêmes évolutions par différents Vaiſſeaux, ſont comme les longueurs de ces Vaiſſeaux.*
Page 65, *ligne* 7, la poulie : *liſez :* ſur la poulie.
Page 72, *ligne* 1, $\overline{cF-Ac}$: *liſez :* $\overline{cF-Ac}$.
Page 72, *ligne* 17, qui réſiſtoit : *liſez :* qui répondoit.
Page 142, *ligne* 23, devienne plus grand : *liſez :* devienne un plus grand.
Page 157, *ligne* 22, le mouvement : *liſez :* le changement.
Page 187, *ligne* 11 : *liſez :* qui ſe fait.
Page 212, *ligne* 25, $P \times M\Gamma$: *liſez :* $P \times MG$.
Page 229, *ligne* 12, la diſtance AC : *liſez :* la diſtance QC.
Page 234, *ligne* 4, pouces. La : *liſez :* pouces, la.
Page 242, *ligne* 27 : *liſez* y^2.
Page 243, *ligne* 25, à $\sqrt{p}$: *liſez :* à $\sqrt{P}$.
Page 264, *ligne* 5, $Q = \frac{\int E^2 dm}{hP}$: *liſez :* $z =$
Page 301, *à la marge*, Figure 88 : *liſez :* Figure 83.
Page 324, *ligne* 7, l'angle POQ : *liſez :* OPQ.
Page 335, *ligne* 13, nous nommerons a la : *liſez :* nous nommerons *a* la.
Page 375, *ligne* 13, manqué : *liſez :* manquée.
Page 403, *ligne* 3, $\times a$: *écrivez :* $\times \frac{1}{3} a$.
Page 409, *ligne* 23, $\sqrt{n^2 - q^2}$: *écrivez :* $\sqrt{n^2 - b^2}$.
Page 426, *ligne* 9, frappée : *liſez :* frappé.
Page 427, *ligne* 5, proue : *liſez :* carene.
Page 454, *ligne* 5, *d'arcs, de cercles ;* ôtez la virgule.
Page 459, *ligne* 13, ſe fonder : *liſez :* ſe fonder.
Page 463, *ligne* 8, l'arc AO : *liſez :* l'arc Ao.
Page 465, *ligne* 23, $P \times Q + P^2 q$: *liſez :* $P^2 \times Q + p^2 q$.
Page 486, *ligne* 25, & de la voile : *effacez* de.

DE

DE LA MANŒUVRE
DES VAISSEAUX,
OU
TRAITÉ DE MÉCHANIQUE
ET
DE DYNAMIQUE;

DANS LEQUEL on réduit à des ſolutions très-ſimples les Problêmes de Marine les plus difficiles, qui ont pour objet le mouvement du Navire.

ON entreprend dans cet Ouvrage de traiter de la Méchanique & de la Dynamique principalement par rapport à la Marine. La Méchanique conſidere l'action des forces qui en s'exerçant les unes contre les autres, ſuſpendent réciproquement leur effet, au lieu que la Dynamique conſidere les corps lorſqu'ils ſont en mouvement, & qu'ils ne ſont pas encore parvenus à un état permanent par l'équilibre. Ces deux Sciences forment un corps de connoiſſances qui ſont également utiles au Navigateur pour pouvoir ſe rendre maître de l'agitation de la mer, & ſe ſervir avec ſuccès de la force du vent. L'homme de mer n'eſt que ſimple obſervateur lorſqu'il remplit les fon-

ctions de Pilote, lorſqu'il obſerve la hauteur des aſtres, ou qu'il conſulte ſa bouſſole. Mais il faut qu'il paſſe néceſſairement de ces opérations tranquilles à une très-grande action, & qu'il employe l'uſage de pluſieurs machines ou inſtruments lorſqu'il veut imprimer à ſon Navire tous les mouvemens néceſſaires.

On donne le nom de *Manœuvre* aux cordages qui ſoutiennent la mâture & qui ſervent à orienter les voiles; mais le même nom pris dans un autre ſens ſignifie la Dynamique ou la ſcience des forces mouvantes appliquée à la Marine. Une de ſes parties enſeigne à diſtribuer le poids dont le Navire eſt chargé, de maniere qu'il navigue ſans péril & qu'il puiſſe recevoir plus aiſément tous les mouvements qu'on doit lui imprimer. On nomme *Arrimage* cette partie de l'art qui regle la diſtribution la plus avantageuſe de toutes les parties peſantes de la charge.

La Manœuvre proprement dite apprend à faire tourner le Navire ou le faire changer de ſituation dans tous les ſens, & à lui procurer la plus grande viteſſe, lorſqu'il s'agit de paſſer d'un endroit à un autre, ou d'éluder quelquefois en partie l'effort du vent par le vent même. On manque en mer de méthodes exactes ou ſûres pour exécuter toutes ces choſes. Nous tâcherons d'y ſuppléer & de découvrir des regles aſſez faciles pour qu'on puiſſe les mettre commodément à exécution. Afin même de nous rendre plus clairs dans le traité de Méchanique & de Dynamique qui formera le premier Livre de notre Ouvrage, & qui, à certains égards, ſera une introduction à cette partie de l'art de naviguer que nous nous propoſons d'enſeigner, nous éviterons toutes les fois que nous le pourrons, le langage des démonſtrations géométriques, pour y ſubſtituer celui des plus ſimples explications.

LIVRE PREMIER.

Dans lequel on donne les connoiſſances de Méchanique & de Dynamique utiles ou néceſſaires aux Navigateurs, avec la ſolution de pluſieurs Problêmes importants de Marine.

PREMIERE SECTION.

De l'équilibre entre les corps ſolides qui agiſſent les uns contre les autres par leur tendance au mouvement.

CHAPITRE PREMIER.

De l'uſage des Poulies dans les Méchaniques, & en particulier dans la Marine.

ON ne veut pas toujours faire enſorte qu'une puiſſance médiocre ſoutienne un grand poids ou réuſſiſſe à le mouvoir ; on veut quelquefois changer ſimplement la direction ou la ligne ſelon laquelle elle agit. Lorſque les poulies qui ſont en très-grand nombre dans les

Vaiſſeaux, & dont tous les lecteurs connoiſſent la forme, ſont diſpoſées comme dans nos deux premieres figures, elles n'ont abſolument que ce ſecond uſage. Si le corps *P* peſe 100 livres, il faudra que la puiſſance qui eſt appliquée en *M*, ſoutienne ces 100 livres, & qu'elle faſſe un peu plus d'effort, ſi on veut rompre l'équilibre ou faire monter le poids. Qu'on mette ſucceſſivement pluſieurs autres poulies qui ne faſſent que détourner la corde ou lui donner une autre direction, la viteſſe du fardeau *P* ne changera pas, & il n'y aura aucune augmentation ni diminution de force. Ce ſera préciſément la même choſe que ſi l'on tiroit ſur une corde plus courte; avec cette ſeule différence, qu'on ſe procure ſouvent par ces poulies *de renvoi* ou *de retour* une plus grande facilité dans le travail. Ainſi lorſque la force avec laquelle on agit eſt égale au poids, il y a ici un parfait équilibre entre les deux; c'eſt-à-dire, que l'un & l'autre reſtent dans le même état, ou que l'un ne l'emporte pas ſur l'autre.

Fig. 1. & 2.

Il ne faut pas attribuer à la rondeur exacte de la poulie la propriété qu'elle a de ne rien changer dans la grandeur de l'effet. Si une conſole *ABC* (*fig.* 3.) a ſa ſurface ſupérieure parfaitement polie, & qu'elle ne forme point d'angle qui oblige la corde *MBP* de ſe plier d'une maniere bruſque, il faudra encore employer en *M* préciſément la même force pour empêcher le poids *P* de tomber. Toutes les parties de la corde *MBP* ſeront également tendues. Car ſi la premiere partie *MB* l'étoit davantage, elle agiroit ſur l'autre & lui cauſeroit un nouveau degré de tenſion. Ainſi tout effort en *M* doit ſe tranſmettre en *P* ſans ſouffrir le plus leger changement, pourvu que la corde *MBP* gliſſe avec toute la facilité poſſible ſur le ſupport. Cependant dans l'uſage ordinaire, la poulie *A* (*fig.* 1 & 2) eſt préférable à la conſole. Sa mobi-

Figure 3.

lité & ſa forme ronde ſont cauſe que l'action de la puiſſance *M* ſe tranſmet plus aiſément juſqu'au poids.

Diſpoſitions de Poulies qui ſervent à augmenter la force.

MAIS la même puiſſance ſoutiendra un poids deux fois plus grand, ſi les poulies ſont diſpoſées comme dans la figure 4. Le poids *P* eſt attaché à la poulie *B* qui deſcend en même temps que lui en gliſſant ſur le cordage ou *funin ABCM*. Alors les deux parties de la corde ſont également chargées ; chacune porte la moitié du poids, & puiſque la puiſſance *M* ne tire que ſur une des parties, elle ne doit reſſentir que la moitié du poids, pendant que le point fixe *A*, auquel eſt attachée l'autre extrêmité de la corde, ſupportera l'autre moitié. La puiſſance ne travaillera pas plus que dans les diſpoſitions repréſentées dans les trois premieres figures ; & cependant elle ſoutiendra, comme on le voit, un poids double. Mais il faut remarquer auſſi que dans le cas du mouvement, le poids montera deux fois moins vîte que dans les autres diſpoſitions. Figure 4.

Lorſque dans la premiere figure ou dans la ſeconde, la puiſſance *M* parcourt un pied en tirant de haut en bas ou en tirant horiſontalement, le poids *P* monte préciſément d'un pied ; au lieu que dans la quatrieme figure il ne montera que d'un demi-pied ; puiſqu'il ne monte qu'à meſure que les deux parties de la corde ſe racourciſſent, & que le racourciſſement de chaque partie n'eſt que la moitié de celui que ſouffre toute la portion *ABC* par le mouvement de la puiſſance ou force motrice *M*. Ainſi on apperçoit qu'il y a ici une eſpece de compenſation qu'on remarquera également dans l'uſage de toutes les autres machines. On fait monter dans la figure 4 un poids d'une pe-

ſanteur double en employant la même force que dans les figures 1, 2 & 3; mais ce plus grand poids monte deux fois moins vîte.

Figure 5. Suppoſé que les poulies ſoient diſpoſées comme dans la figure 5, la même puiſſance appliquée en *M*, ſoutiendra un poids encore beaucoup plus grand ſitué en *P*; mais auſſi ce poids monteroit encore avec beaucoup moins de vîteſſe s'il prenoit réellement du mouvement. Toute la peſanteur du poids *P* ſe partage entre les deux parties *AB* & *BC* de la corde ou du *funin*; chacune porte une moitié du poids. La moitié dont eſt chargée *BC* ſe diviſe encore par la moitié, en ſe diſtribuant également aux deux parties *DC* & *CE* de la corde *DCE*. Par conſéquent, *CE* ne porte que le quart du poids *P*, & ce quart ſe partageant entre les deux parties *FE* & *EG* de la corde *FEG*, chacune n'eſt chargée que de la huitieme partie du poids *P*. Enfin il ſe fait encore un dernier partage; parce que toute la partie du poids dont eſt chargée *EG* ſe diſtribue aux deux parties *HG* & *GI*. Ainſi *GI* ne ſoutient que la ſeizieme partie du poids; & comme la poulie *I* ne change rien à cet effort, il ſuffira que la puiſſance qui s'exerce en *M*, tire ſur *IM* avec une force ſeulement égale à la ſeizieme partie du poids *P* pour empêcher ce corps de tomber. Suppoſé qu'il peſe 160 livres, il ſuffira que la main appliquée en *M* agiſſe avec une force de 10 livres.

On remarquera qu'il y a encore ici l'eſpece de compenſation déja obſervée ci-devant. Si la puiſſance *M* parcouroit de haut en bas un eſpace d'un pied en tirant ſur la corde *AM* de la figure premiere, elle feroit monter le corps ſimple *P* d'un pied: au lieu que par la même action elle éleveroit dans la quatrieme figure le poids *P* qui ſeroit double, & dans la cinquieme figure un poids *P* qui ſeroit ſeize fois plus grand. Mais d'un autre côté le poids qu'on éleve dans

la quatrieme figure ne monte que d'un demi-pied, & dans la cinquieme il ne monte que d'un ſeizieme de pied. Ainſi le produit du poids qu'on éleve multiplié par la vîteſſe qu'on lui donne, eſt toujours le même, & il n'y a que la diſtribution des deux multiplicateurs, le poids & la vîteſſe, qui ſoit changée; l'un étant augmenté, l'autre diminue dans le même rapport.

Diſpoſitions ordinaires des Poulies dans la Marine, avec la méthode d'évaluer le changement qu'elles apportent à l'effet.

ON n'emploie pas dans la Marine de Poulies arrangées de ſuite comme dans la figure 5; mais la diſpoſition ſimple repréſentée dans la figure 4, y eſt d'un uſage très-fréquent. On veut, par exemple, (*fig. 6.*) obliger le *point A* d'une voile, c'eſt-à-dire, un de ſes angles d'en bas, de s'approcher du bord *B* du Navire, on ſe ſert d'une poulie *C* arrêtée contre le coin ou le *point* de la voile; & alors le cordage *BCM* augmente deux fois l'effort de la puiſſance *M*, en même temps que le point *A* de la voile s'approche deux fois moins vîte du bord du Navire, que la puiſſance *M* ne fait de chemin.

Au lieu d'arranger les poulies comme dans la figure 5, on les joint enſemble, en les mettant à côté les unes des autres, ou les unes au-deſſus des autres, dans la même boîte ou *mouſle*, comme le repréſente la figure 7; & leur aſſemblage avec le cordage forme un *palan* ou une *caliorne* dont l'uſage dépend préciſément de la même méchanique. En général pour ſavoir combien de fois la force eſt multipliée, ou combien de fois la vîteſſe eſt diminuée par un de ces aſſemblages

Figure 7.

Figure 7. de poulies, il n'y a toujours qu'à compter le nombre des branches de la corde qui ſoutient le fardeau. Il y en a ici quatre ; car il ne faut pas compter la partie *BM* ſur laquelle s'exerce la puiſſance *M*, laquelle partie n'eſt que le prolongement d'une des quatre branches dont chacune ſoutient le quart du poids. La force eſt donc augmentée quatre fois, & il eſt facile de l'augmenter davantage en ſe ſervant d'un plus grand nombre de poulies ; pourvu qu'on conſente à perdre de la vîteſſe avec laquelle on éleve le poids.

On n'agit pas toujours immédiatement ſur la corde *BM* ; on ſe ſert quelquefois d'un autre aſſemblage de poulies qu'on diſpoſe comme dans la figure 8. Le premier aſſemblage, ou pour s'exprimer en termes de Marine, le premier *palan* ou la *caliorne AB* multiplie quatre fois la force ; un effort fait en *D* eſt équivalent à un effort quatre fois plus grand en *P*. Mais l'autre palan *CD* multiplie la force encore cinq fois : ainſi la force eſt multipliée en tout vingt fois ; nous voulons dire que 100 livres d'effort en *M* ſoutiendront en *P* un fardeau de 2000 livres. Le palan *CD* augmente la force cinq fois ; car vers *D* la corde a cinq branches qui ſont également tendues, & qui ſupportent chacune la cinquieme partie de l'effort de la corde *BD*.

Au ſurplus le lecteur voit aſſez que dans l'uſage des poulies, de même que dans celui de toutes les autres machines, il faut que les points qu'on fait ſervir d'appui ſoient capables de ſoutenir un aſſez grand effort. Dans la figure 7 le point *O* d'en haut auquel eſt attaché ou *frappé* le palan, ſe trouve chargé non-ſeulement de la peſanteur du fardeau *P*, mais encore de l'effort que fait la puiſſance *M*. Le nombre des branches de la corde qui ſe rendent aux poulies de chaque côté marque toujours cette différence. Il n'y a dans le palan *AB* que quatre branches, ſi on les compte

du

du côté du fardeau *P* ; au lieu qu'il y en a cinq ſi on les compte en haut ; & il eſt vrai auſſi que la puiſſance *M* qui eſt égale au quart de la peſanteur du fardeau, n'eſt que la cinquieme partie de l'effort total que ſoutient le point d'appui d'en haut. Une livre en *M* en ſoutient quatre en *P*, ou ſe trouve en équilibre avec ces 4 livres, & le point *O* ſe trouve chargé de 5 livres. Si l'on attachoit la partie *B M* de la corde en quelque point *B* des poulies d'en haut, il n'y auroit rien de changé à l'égard du poids *P*, les quatre branches de la corde ſeroient également chargées. Mais ce ne ſeroit pas la même choſe à l'égard du point d'appui *O*. Il ne ſoutiendroit alors que le fardeau ; au lieu que lorſque la puiſſance *M* agit, il ſoutient de plus tout ſon effort.

Il y a la même diſtinction à faire dans la figure 8 où la diſpoſition des poulies augmente 20 fois la force. Si le poids *P* eſt de 2000 livres, il ſuffit que la puiſſance *M* ſoit de 100 livres. Le point d'appui *Q* aura un effort quadruple ou de 400 livres à ſoutenir. La corde ou le funin *B D* ſoutiendra un effort encore plus grand ; il ſera de 500 livres, & le point d'appui *O* qui ſoutient & la peſanteur du poids *P* & l'effort qui s'exerce le long de *B D*, pourra donc ſe trouver chargé de 2500 livres. Cette différence dans les efforts oblige d'en mettre auſſi dans la groſſeur des cordes. Celle de la caliorne *A B* doit être plus forte que celle du palan *D C*. Figure 8.

Nous parlerons dans la ſuite du frottement que ſouffrent les cordes contre les poulies, & les poulies contre leurs eſſieux ou axes. Ce frottement ne trouble pas l'équilibre ; il fait tout le contraire : il n'empêche pas, par exemple, que 100 livres en *M* dans la figure 8, ne ſoutienne 2000 livres en *P* ; mais il eſt cauſe qu'il faut augmenter très-conſidérablement la puiſſance pour qu'elle puiſſe faire monter effectivement le fardeau.

S'il n'y avoit aucun frottement, & ſi les cordages n'avoient aucune roideur, pour peu qu'on augmentât l'effort de la puiſſance *M*, qui eſt égal à 100 livres, ſon action l'emporteroit ſur la réſiſtance que forme le poids *P*, qui eſt de 2000 livres. Mais il s'en faut prodigieuſement dans la pratique, que les choſes ne ſoient ainſi. Une autre cauſe de diminution dans l'effet des palans & des caliornes, c'eſt que les parties de la corde ou du *funin* qui vont d'une poulie à l'autre ne ſont pas toujours exactement paralleles, & la force ſe décompoſe de la maniere dont nous allons l'expliquer.

CHAPITRE II.

De la décompoſition des forces ou des mouvements.

IL arrive ſouvent qu'une puiſſance ne tend à produire un certain effet que par une partie de ſa force, parce que l'autre partie eſt inutile par rapport à l'effet dont il s'agit. Une pierre lancée contre un mur ne fait pas une égale impreſſion lorſqu'elle eſt jettée obliquement, que lorſqu'elle frappe le mur ſelon une ligne perpendiculaire avec toute ſa force. Si la direction ou le chemin que fait la pierre fait un angle extrêmement aigu avec la muraille, il ne ſe fera preſque point de choc, & la pierre ne fera que gliſſer le long du mur. Cependant la pierre pourra avoir une très-grande vîteſſe; elle parcourra dans une ſeconde tout l'eſpace *AB* (*fig. 9.*) qui ſera peut-être de 30 ou 40 pieds; mais malgré ce grand mouvement, elle n'avancera que peu vers le mur *EF*, & elle ne le choquera auſſi que très-peu.

Figure 9.

En effet, la vîteſſe de la pierre vers le mur n'eſt repréſentée que par la perpendiculaire *AD* qui ne ſera peut-être que d'un ou deux pieds. La pierre parcourt tout *AB*, mais elle n'a de vîteſſe *relative* ou *reſpective* par rapport au mur que *AD* ou *CB*, pendant que preſque tout ſon mouvement la tranſporte parallelement au mur ; ce qui eſt abſolument inutile au choc. On voit donc que le mouvement total ou abſolu *AB* de la pierre ſe décompoſe dans les deux mouvements particuliers ou *relatifs AD*, & *AC*, & qu'il n'y a que le premier qui contribue au choc ; parce qu'il n'y a que le premier qui s'éteigne par le choc. La pierre produit le même effet en frappant le point *B*, que ſi elle venoit ſimplement du point *C* avec la vîteſſe *CB* égale à la perpendiculaire *AD*. Quant à l'autre partie du mouvement, elle ne ſera pas détruite ; le corps après avoir perdu en *B* tout ſon mouvement perpendiculaire continuera à avancer vers *F* avec l'autre partie, celle qui ſe fait parallelement à la ſurface.

De la décompoſition de force qui ſe fait ſouvent dans l'uſage des Poulies.

IL eſt abſolument néceſſaire d'avoir égard à cette décompoſition dans une infinité de cas. Dans la fig. 10 les deux parties *AB* & *BC* de la corde qui ſoutient le poids *P* ne ſont point paralleles. Cela n'empêche pas qu'elles ne ſoient également tendues ; mais tout l'effort qui répond à leur tenſion ne contribue pas à ſoutenir le poids. Si la force qui s'exerce ſur la partie *BC* & qui eſt égale à la puiſſance *M*, eſt repréſentée par *RN*, nous n'avons qu'à tracer le rectangle *RQNS* par les lignes verticales *NQ* & *RS*, & par les lignes horiſontales *RQ* & *NS* ; & il n'y aura que la partie de la force repréſentée par *RS* qui en agiſſant de bas en haut, ſera utile. Comme l'autre portion *BA* de Figure 10.

la corde ſera également tendue à cauſe de la réſiſtance que fournit le point *A*, cette ſeconde portion de la corde contribuera également à ſoutenir le poids par l'effort que *RS* repréſente. Les deux efforts *RS* & *RS* ſeront égaux; & ils ſeront chacun égal à la moitié de la peſanteur du poids pendant l'équilibre.

On peut encore conſidérer les deux autres efforts particuliers *RQ* & *RQ* qui ſe font dans le ſens de l'horiſon; mais ils ſe détruiſent par leur égalité & leur oppoſition; & c'eſt préciſément la même choſe que ſi le poids *P* n'étoit expoſé à aucune action dans le ſens horiſontal. Les efforts utiles *QS* & *QS* ne ſe détruiſent pas de même, puiſqu'ils agiſſent dans le même ſens l'un & l'autre; ils s'aident au contraire. Tout ce qu'il y a de mal, c'eſt que comme les deux parties de la corde ſont inclinées l'une par rapport à l'autre, & par rapport à la direction naturelle de la peſanteur, l'effort *RN* eſt plus grand que *RS*; & il faut à cauſe de cette inégalité, que la puiſſance *M* faſſe un effort plus grand que la moitié de la peſanteur du poids, dans le même rapport que *RN* eſt plus grande que *RS*.

On peut faire la même remarque ſur la diſpoſition repréſentée dans la figure 6, & on doit regarder comme un très-grand inconvénient que les deux parties *BC* & *CM* du cordage *BCM* ne ſoient pas paralleles. Lorſque ces deux parties font un angle très-ouvert, on peut tirer beaucoup ſur *CM*, & que cela ne produiſe qu'un effet très-médiocre pour approcher du bord *B* du Navire le point *A* de la voile. Si l'angle *BCM* eſt de 120 degrés, on feroit tout auſſi bien de tirer immédiatement ſur le point *A*; & ſi l'angle *MCB* étoit encore plus ouvert, la diſpoſition ſeroit abſolument deſavantageuſe.

C'eſt ce qu'on voit d'une maniere ſenſible en jettant
Figure 11. les yeux ſur la figure 11. Les deux parties du cordage

BRRM ſont l'une avec l'autre un angle de 120 degrés, & la puiſſance *M* agit, par exemple, avec une force de 100 livres. Alors le point *A* de la voile ne ſera auſſi tiré qu'avec une force de 100 livres, & non pas avec une force de 200, comme dans la fig. 6. Toutes les parties du cordage *BRM* ſont tendues avec une force de 100 livres & travaillent à ſe contracter avec une force égale. L'effort abſolu ou total de la puiſſance *M* eſt repréſenté par *RN*; mais l'effort relatif ou particulier qui nous eſt utile n'eſt repréſenté que par *RS*, qui étant la moitié de *RN*, n'eſt que de 50 livres; & les deux efforts *RS* joints enſemble ne ſont donc que 100 livres. Il y auroit encore plus à perdre ſi l'angle que forment les deux parties de la corde étoit plus grand; & on gagnera au contraire ſi on le ferme. Enfin ſi on rend les deux parties de la corde exactement paralleles, il ſuffira de tirer avec une force de 100 livres, pour que l'effort total qui tombe ſur le point *A* ſoit de 200 livres.

Du plan incliné.

L'USAGE qu'on fait dans la Marine du plan incliné nous fournit un autre exemple où le mouvement ſe décompoſe d'une maniere très-ſenſible. Suppoſons que *AC* (*fig.* 12.) ſoit une ſurface unie ou un plan qui n'étant pas de niveau, fait un angle fort aigu avec l'horiſon, & que le corps *D* qui eſt poſé ſur ce plan & qui eſt d'une peſanteur connue, puiſſe gliſſer vers le bas avec facilité : on demande quelle force il faut employer en *M* pour retenir ce corps par le moyen de la corde *KIL* qui paſſe ſur la poulie *I*? Figure 12.

Je conſidere d'abord que le plan incliné *AC* s'oppoſe ici en partie à la peſanteur, & doit empêcher une partie de ſon effet en permettant ſimplement au corps *D* de gliſſer en bas avec l'autre partie de la

Figure 12. peſanteur. Pour diſtinguer ces deux différentes parties, je ſuppoſe que la peſanteur totale eſt repréſentée par l'eſpace GE : du point E j'abaiſſe la perpendiculaire EH ſur le plan incliné ; je tire la parallele FE à ce même plan, & je la fais égale à GH. En un mot je forme le rectangle $GFEH$, & je remarque après cela que pendant que la diagonale GE repréſente la peſanteur abſolue ou totale du corps D, le côté GF du rectangle repréſente la partie de la peſanteur à laquelle le plan incliné s'oppoſe directement. Cette premiere partie eſt donc comme détruite : ſon effort s'épuiſe, en preſſant le plan incliné qui lui réſiſte.

Mais en même temps que la peſanteur travaille inutilement à faire avancer le corps D perpendiculairement au plan incliné avec la force GF, elle tend à le faire deſcendre le long de ce même plan avec la force GH qui s'exerce dans le ſens parallele, & qui doit donc faire gliſſer le corps D, à moins que la puiſſance appliquée en M ne ſoit aſſez forte pour s'y oppoſer.

Il eſt évident que la partie GH de la peſanteur qui tend à faire deſcendre le corps D eſt plus ou moins grande par rapport à la peſanteur totale ou abſolue GE, ſelon que le plan eſt plus ou moins incliné. Si on éleve le plan en lui faiſant faire un plus grand angle avec l'horiſon, la peſanteur *relative* ou *reſpective* GH deviendra plus grande par rapport à la peſanteur abſolue, ou pour nous expliquer autrement, il faudra que la puiſſance M ſoutienne une plus grande partie du poids. Si, au contraire, on diminue l'angle ACB que fait le plan avec l'horiſon, la puiſſance M portera une moindre partie du poids : il eſt évident que GH qui repréſente cette partie deviendra plus petite, quoique la peſanteur totale ou abſolue GE ſoit toujours la même.

On reconnoît par la moindre attention, que le trian-

gle rectangle *GEH* eſt ſemblable au grand triangle rectangle *ACB*, quoiqu'ils ne ſoient pas ſitués de la même maniere. Il y a même rapport de *GE* à *GH* que de *AC* à *AB*. Ainſi lorſqu'un corps *D* eſt appuyé ſur un plan incliné, l'effort qui reſte à ſoutenir eſt d'autant moindre que la hauteur verticale *AB* du plan eſt plus petite que ſa longueur. Si le plan eſt 10 ou 20 fois plus long que ſa hauteur verticale *AB* n'eſt grande, la ligne *GH* qui repréſente la peſanteur relative du corps *D* ou la partie qui tend à le faire deſcendre le long du plan, ſera 10 ou 20 fois plus petite que la peſanteur totale ou abſolue *GE*. D'où il ſuit qu'il ſuffira d'employer en *M* un effort 10 ou 20 fois moindre. Figure 12.

Lorſqu'on lance les Vaiſſeaux à la mer ou qu'on les tire à terre, on donne ſouvent aux cales ou aux eſpeces de rampes ſur leſquelles on les fait gliſſer un demi-pouce de hauteur ſur un pied de longueur. Dans ce cas, *AC* eſt 24 fois plus grande que *AB*; & *GE* doit être auſſi 24 fois plus grande que *GH*. Il ſuffit donc, lorſque le lit ou le plan incliné eſt parfaitement gliſſant, d'employer en tirant ſur le cordage *KI*, une force égale à la 24e partie du poids total du Vaiſſeau, pour l'empêcher de deſcendre. Si le Vaiſſeau peſe 300 tonneaux ou 600000 livres, (car le tonneau peſe 2000 livres,) il ſuffit d'agir ſelon *KI* parallelement à la cale avec une force de 25000 livres ou de 12 $\frac{1}{2}$ tonneaux. Cependant il faudra employer une force conſidérablement plus grande, ſi au lieu d'arrêter ſimplement le Navire, on veut réellement le faire monter. Il y aura alors un frottement à vaincre; & ce même frottement ſera auſſi cauſe dans les cas actuels, qu'on pourra preſque toujours employer une force beaucoup moindre, lorſqu'il s'agira de tenir le Navire en repos.

Si l'angle *ACB* que fait la rampe avec l'horiſon eſt donné, on peut trouver par les Tables des Sinus le

Figure 12. rapport qu'il y a entre les deux forces. L'hypothénuſe *AC* étant priſe pour ſinus total, la hauteur *AB* eſt le ſinus de l'angle *ACB*. Ainſi il n'y aura qu'une ſimple proportion ou regle de trois à faire pour trouver la force qu'il faut employer en *M* pour ſoutenir le corps *D*. Le ſinus total eſt à la peſanteur abſolue du corps *D*, comme le ſinus de l'angle d'inclinaiſon *ACB* de la cale ou de la rampe eſt à la force qu'il faut employer en *M*. La même opération peut s'exécuter par le moyen d'une figure & même du quartier de réduction ; puiſqu'il ne s'agit toujours que de réſoudre un triangle rectangle.

La regle que nous avons donnée ci-devant pour juger de l'équilibre par la conſidération des vîteſſes, trouve encore ſon application ici, pourvu qu'on faſſe attention à la direction propre de chaque force. Comme les deux corps *D* & *M* ſont attachés aux deux extrêmités de la même corde, ſi le corps *D* parcourt en montant toute la longueur *CA*, le corps *M* parcourra un eſpace préciſément égal en deſcendant. Mais lorſque le corps *D* parcourt en montant toute la longueur *CA*, il ne monte que de la quantité verticale *BA* dans un ſens directement contraire à l'action de la peſanteur. Ainſi les deux corps prendroient encore ici, ſi l'équilibre s'altéroit, des vîteſſes qui ſeroient en raiſon inverſe de leurs poids. Le corps *D* eſt beaucoup plus peſant que le corps *M*; mais en récompenſe il prendroit beaucoup moins de vîteſſe dans le ſens propre de la peſanteur.

Examen de l'effort que doit faire la puiſſance lorſqu'elle ne tire pas parallelement au plan incliné.

Si la puiſſance qui ſoutient le poids *D* ſur le plan incliné *AC* agit ſelon une direction *GI* qui n'eſt pas parallele

parallele au plan incliné, il s'en fera auſſi une décompoſition. Il faudra diſtinguer entre la partie de l'effort qui eſt utile en s'exerçant parallelement au plan incliné, & la partie qui agit ſelon la direction perpendiculaire. Suppoſé que dans le plan incliné il y ait une fente, par laquelle paſſe la corde *GI* ſur laquelle agit la puiſſance ou le contrepoids *M* (*fig.* 13.) en tirant avec une force repréſentée par *GL*, nous n'avons qu'à former autour de *GL* priſe pour diagonale le rectangle *GKLT* par les droites *GT* & *LK* paralleles au plan incliné & par les perpendiculaires *GK* & *LT*; & le côté *GT* nous marquera la partie de l'effort qui s'oppoſe à la chûte du corps *D* le long du plan. Figure 13.

Ce corps, dont une partie de la peſanteur eſt ſoutenue, ne tend à deſcendre, comme nous l'avons vu, qu'avec la peſanteur relative *GH*, & il ſuffira donc que la puiſſance *M* tire avec une force *GT* exactement égale & directement contraire pour que le corps *D* reſte en repos; & qu'il y ait un équilibre parfait. Mais il faut pour cela que la puiſſance *M* tire avec plus de force que ſi ſa direction *GI* étoit parallele au plan incliné. Car de tout l'effort *GL* que fait cette puiſſance, il n'y a que l'effort partial ou relatif *GT* qui contribue ici à produire l'effet qu'on demande; & pour donner aſſez de force à cet effort relatif, il faut néceſſairement faire ſelon *GL* un effort d'autant plus grand que *GL* eſt plus grande par rapport à *GT*.

L'autre partie *GK* de l'effort de la puiſſance *M* preſſe le poids *D* contre le plan incliné. Ainſi dans le cas préſent le plan *AC* eſt plus preſſé que dans la fig. 12; il faut qu'il ſoutienne l'effort *GF* que fait la peſanteur du corps *D* dans le ſens perpendiculaire au plan, & l'effort *GK* qui réſulte de l'action du poids *M*. Suppoſé qu'on trace une figure avec ſoin, en obſervant avec exactitude tous les rapports, on aura *GF*+*GK* pour la charge du plan incliné ou la preſſion à laquelle il

eſt ſujet, pendant que GE exprime la peſanteur abſolue du poids D, & GL l'effort total que fait la puiſſance ou le poids M. Nous donnerons à la fin du Chapitre ſuivant une méthode plus ſimple de marquer le rapport qu'il y a entre toutes ces forces.

De la décompoſition des forces à l'égard d'un bras de levier ou d'un mât, &c. lorſqu'on le tire obliquement.

Nous prendrons ici pour dernier exemple de la décompoſition, l'effort que fait une puiſſance M pour rompre ou pour faire tomber une piece de bois AB (*fig.* 14.) lorſqu'on la tire ſelon une direction oblique BM. Un corps ſolide AB qui ſoutient un ſemblable effort, ſe nomme en Méchanique *levier* ou *bras de levier*. Il ne faut pas croire que tout l'effort que fait la puiſſance tende à faire tomber la piece de bois ou à la rompre. Une partie de l'effort agit ſelon la longueur de la piece de bois, & ne tend qu'à la preſſer dans ce ſens, pendant qu'une autre partie de la force qui s'exerce de côté ou dans le ſens perpendiculaire, travaille réellement à cauſer la rupture ou à faire courber la piece de bois. Si nous prenons BC pour repréſenter la grandeur de l'effort total de la puiſſance M, nous n'avons du point C qu'à tirer CD parallelement à la piece de bois, abaiſſer du point C la perpendiculaire CE, & élever du point B la perpendiculaire BD, & le rectangle DE étant formé, le côté BE nous repréſentera la partie de la force qui agit ſelon la piece de bois, & BD l'autre partie qui agit perpendiculairement & qui tend à produire l'effet dont il s'agit ici.

Figure 14.

Si la direction BM faiſoit un plus grand angle avec la piece de bois ou le levier, il eſt évident qu'il y auroit alors une plus grande partie de la force abſolue

qui tendroit à faire courber la piece de bois ; & que ce ſeroit tout le contraire ſi on rendoit l'angle *MBA* plus petit. L'effort *relatif* qui agit de côté eſt toujours à l'effort abſolu *BC*, comme le ſinus de l'angle *ABM* eſt au ſinus total. Car ſi on prend *BC* pour ſinus total, on a *EC* qui eſt égal à *BD*, pour ſinus de l'angle *CBE*. Figure 14.

La corde *BF* fait un angle beaucoup plus aigu avec la piece de bois *AB*, & cependant on peut tirer auſſi fortement de côté en agiſſant ſur cette direction. Mais il faut alors employer une force abſolue *BF* beaucoup plus grande, parce qu'il y en a une moindre partie qui s'exerce dans le ſens *BG* perpendiculaire au levier. Ainſi deux puiſſances qui agiront ſur deux différentes directions *BM* & *BF* pourront ſe trouver en équilibre ou ſuſpendre l'effet l'une de l'autre, quoiqu'elles ne ſoient point égales. La force exprimée par *BF* eſt beaucoup plus grande que la force exprimée par *BC*; mais celle-ci tire beaucoup moins obliquement ; ce qui fait une compenſation.

Les mâts ſont ſoutenus dans les Vaiſſeaux par pluſieurs cordages qu'on nomme *haubans*, *cales-haubans*, *étais* ; mais il réſulte de ce que nous venons de dire, que plus ces cordages font un petit angle avec les mâts, plus il faut qu'ils ſoient tendus avec une grande force pour être capables du même effet, & s'oppoſer également à la chûte des mâts.

CHAPITRE III.

De la compoſition des forces ou des mouvements.

CE que nous venons de dire de la maniere dont agiſſent deux puiſſances qui s'exercent ſur des directions différentes, nous conduit naturellement à ce qu'on nomme la compoſition des mouvements ou des forces; ce qui eſt le contraire de la décompoſition. Les deux puiſſances ſe décompoſent, les parties qui ſont contraires ſe détruiſent, & les autres qui agiſſent dans le même ſens ſe joignent enſemble, & s'accordent à produire le même effet ſur une direction moyenne.

Si on imprime, par exemple, en même temps au corps *A* (*fig.* 15.) les deux mouvements *AB* & *AC*, ce mobile ne pourra ſuivre aucune des deux lignes *AB* & *AC* en particulier; mais il prendra une route moyenne *AD* qui ſatisfera aux deux mouvements le plus qu'il ſera poſſible. Cette route ou direction ſera le diametre ou la diagonale du parallélogramme *ABDC* ou de la figure formée de quatre lignes paralleles de deux en deux, & conſtruite ſur les lignes *AB* & *AC*, qui repréſentent les quantités & les directions des deux mouvements primitifs. La ligne *AD* marque le mouvement compoſé des deux *AB* & *AC*; & c'eſt à ce mouvement compoſé que les deux autres ſe réduiſent, après la deſtruction de leurs forces contraires. Figure 15.

En effet, le mouvement ſelon *AB* tend non-ſeulement à faire parcourir au corps *A* la ligne *AD*, il tend auſſi à l'écarter de cette même ligne, de la quantité *AF*; c'eſt-à-dire, que le mouvement *AB* ſe

diviſe ou ſe décompoſe dans les deux mouvements *AG* & *AF*. Par la même raiſon l'autre mouvement primitif *AC* ſe décompoſe dans les deux mouvements *AH* & *AE*. Le corps *A* eſt pouſſé ſelon *AD*, & il eſt auſſi jetté en dehors de cette ligne avec une force *AE* égale à *AF*, mais en ſens directement contraire. C'eſt pourquoi le corps *A* ſuit exactement *AD* ſans s'écarter de cette diagonale ni d'un côté ni de l'autre; & il prend tout le mouvement *AD* qui eſt la ſomme des mouvements partiaux *AH* & *AG* qui s'exercent dans le même ſens. Figure 15.

Si les deux mouvements primitifs *AB* & *AC* ſont égaux, la direction *AD* du mouvement compoſé diviſera exactement par la moitié l'angle *BAC* que forment entre elles les deux premieres directions. Mais ſi un des mouvements eſt beaucoup plus fort que l'autre, la direction compoſée s'en approchera en différant davantage de l'autre direction. On peut même faire dès ici une remarque importante dont nous ferons un grand uſage dans la ſuite: c'eſt que ſi de quelque point de la direction compoſée *AD* nous abaiſſons des perpendiculaires ſur les directions primitives *AC* & *AB*, ces perpendiculaires ſeront toujours dans le même rapport que les mouvements primitifs *AC* & *AB*, mais dans un rapport renverſé. Si nous abaiſſons ces perpendiculaires du point *D*, nous ſerons obligés de prolonger les directions *AB* & *AC*: les perpendiculaires ſeront *DQ* & *DR*; & on voit bien que les triangles rectangles *DQB* & *DRC* étant ſemblables, la perpendiculaire *DQ* eſt plus grande que la perpendiculaire *DR* dans le même rapport que *BD* eſt plus grande que *CD*, ou que *AC* l'eſt plus que *AB*.

La compoſition & décompoſition des mouvements ou des forces eſt d'une application continuelle dans la partie de la Marine que nous avons intention de traiter. Lorſque pendant le calme on ſe ſert de cha-

Figure 15. loupes pour faire entrer un Navire dans un Port ou pour l'en faire ſortir, & que les chaloupes le tirent en le précédant, ce qui ſe nomme le *remorquer*; il ſe forme de tous les efforts particuliers des chaloupes un effort compoſé, & c'eſt par cet effort que le Navire eſt déterminé à ſe mouvoir. Si le corps *A* (*fig.* 15.) repréſente le Vaiſſeau, & que deux chaloupes le précédent en tirant inégalement ſelon les directions *AB* & *AC*; des deux efforts *AB* & *AC* il en réſultera un troiſieme *AD*; & ce ſera la même choſe que ſi le Navire n'étoit tiré que ſelon cette ſeule ligne *AD*, & avec la ſeule force *AD*. La direction compoſée *AD* partageroit exactement l'angle *BAC* par la moitié, ſi les deux chaloupes agiſſoient avec la même force: mais ſi l'une des deux eſt mieux équipée, ſi elle eſt armée de meilleurs rameurs, &c. la direction compoſée *AD* s'approchera de la ligne droite tracée par cette chaloupe plus forte.

Une ſeconde remarque qui n'eſt pas moins digne d'attention, c'eſt que l'effort compoſé ou mutuel *AD* ne ſeroit égal à la ſomme des efforts primitifs *AB* & *AC* que ſuppoſé que l'angle que forment leurs directions fût infiniment petit. Dans le cas repréſenté par notre figure il s'en faut conſidérablement que *AD* ne ſoit égal à la ſomme de *AB* & de *AC*. L'inégalité ſeroit encore plus grande ſi l'angle *BAC* étoit plus ouvert & s'il devenoit obtus. Il eſt viſible qu'on doit dans la pratique éviter ces derniers cas, & rendre l'angle *BAC* que forment les directions ſelon leſquelles tirent les chaloupes, le plus petit qu'il eſt poſſible, afin qu'il y ait moins de force perdue, & qu'il y en ait au contraire une plus grande partie employée utilement.

On doit avoir la même attention lorſqu'on ſe ſert de poulies: on ne ſauroit être trop exact, comme nous l'avons déja dit & comme nous croyons devoir le répéter, à rendre paralleles toutes les parties d'un

funin ou d'un cordage, qui doivent contribuer à produire le même effet. L'inconvénient qu'on doit éviter étoit déja rendu très-ſenſible dans la figure 10; mais il ſeroit bien plus grand dans la diſpoſition repréſentée par la figure 16: il faudroit que la puiſſance *M* travaillât beaucoup davantage, la corde ſeroit expoſée à ſe rompre, & peut-être que le point *A* ne ſeroit pas capable de fournir toute la réſiſtance néceſſaire. On doit, puiſque toute la corde eſt également tendue, conſidérer la réſiſtance du point *A* comme ſi elle étoit fournie par une puiſſance qui tirât ſelon *BA*. Ainſi il y a comme deux forces qui travaillent à ſoutenir le poids *P*; mais elles ſe nuiſent en partie par leur oppoſition dans la mauvaiſe diſpoſition de la figure 16, & on voit que leur effort compoſé *BF* eſt moindre que chacun des efforts primitifs *BD* & *BE* de la figure 17. Figure 15. Figure 16.

Ce qu'il y auroit de mieux à faire alors, ce ſeroit de changer réciproquement de place le fardeau *P* & la puiſſance *M*, comme nous l'avons exécuté dans la figure 17. De l'effort que fait la puiſſance *M* en tirant de haut en bas avec la force *BF*, il naît les deux efforts *BE* & *BD* qui ſont beaucoup plus grands, & qui le ſeroient encore davantage ſi l'angle que forme la corde en *B* étoit encore plus ouvert. L'un de ces efforts eſt ſoutenu par le point immobile *A*; & l'autre s'emploie contre le fardeau *P*. Il peut paroître extraordinaire que l'effort *BF* en ſe décompoſant, produiſe les deux efforts *BE* & *BD*, qui ſont beaucoup plus grands que lui; mais outre que cette particularité eſt conforme à l'expérience, elle s'accorde parfaitement avec toutes les autres choſes que nous ſavons d'ailleurs ſur cette matiere. Il y a, au reſte, une façon bien ſimple de s'aſſurer de la vérité. Pour peu qu'on ſuppoſât plus petits les efforts *BE* & *BD*, ils ne ſeroient plus capables en ſe compoſant de former l'effort mutuel ou commun *BF*, & de s'oppoſer efficacement à l'effort que fait la puiſſance *M*. Figure 17.

Figure 17.

Confirmation de la regle donnée ci-devant pour juger de l'équilibre par les vîteſſes que prendroient les poids ſi l'équilibre s'altéroit.

LA regle que nous avons donnée au ſujet des vîteſſes que prendroient les poids ſi l'équilibre s'altéroit, a encore lieu ici. Le poids *P* eſt très-grand dans la figure 17 par rapport au poids qu'on pourroit ſubſtituer à la puiſſance *M*; mais ſi on ſuppoſoit du mouvement, le corps *P* monteroit ou deſcendroit très-peu, pendant que le petit poids mis en *M* changeroit beaucoup de place en deſcendant ou en montant. Suppoſons que *B* monte juſques vers *F*, la partie *BC* de la corde ne ſe racourcira que très-peu, de même que l'autre partie *BA*. Ainſi l'on voit que la plus petite vîteſſe accompagne toujours le plus grand poids & la plus grande viteſſe le plus petit poids. Il ne ſeroit pas difficile de démontrer que les deux rapports ſeroient exactement les mêmes, s'il ne s'agiſſoit dans la ſituation des deux poids, que de changements infiniment peu conſidérables.

Autre méthode pour déterminer le rapport qui doit ſe trouver entre les poids ou les forces qui ſont en équilibre, & application de cette méthode au plan incliné.

NOUS avons ſuppoſé dans les figures 16 & 17 que la puiſſance ou le poids appliqué vers le milieu de la corde *ABC* agiſſoit ſur une poulie *B* qui pouvoit gliſſer le long de la corde; mais ſi le poids *P* eſt attaché au point *B* fixé ſur la corde, il ſera alors très-poſſible que les

les deux parties *BA* & *BC* ne prennent pas une ſituation également inclinée, & qu'elles ſoutiennent différentes parties du poids *P* comme dans la figure 18, il ſuffit toujours de former le parallélogramme *BDFE*; & ſi *BF* repréſente la peſanteur du poids *P*, on aura *BE* pour l'effort qui s'exerce le long de *BA*, & *BD* pour l'effort que doit ſoutenir la puiſſance *M*. Les côtés du parallélogramme & ſa diagonale exprimeront donc toujours le rapporr qu'onr entr'eux les trois efforts. Figure 18.

Mais ſi on veut trouver ce rapport, d'une maniere encore plus ſimple, on n'a qu'à élever trois perpendiculaires aux trois directions *BP*, *BA*, & *BC* en les faiſant paſſer par quel point on voudra. Ces rrois perpendiculaires *HI*, *KI* & *HK* formeront un triangle, & chacune repréſentera par ſa longueur l'effort à la direction duquel elle ſera perpendiculaire. C'eſt-à-dire que *HI* exprimant la grandeur du poids *P*, les deux autres côtés *KI* & *HK* exprimeront la grandeur des efforts qu'ont à ſoutenir les cordes *BA* & *BC*. Si l'on rend le triangle *HIK* plus petit ou plus grand, il y aura toujours le même rapport entre ſes trois côtés, ſuppoſé qu'ils ſoient exactement perpendiculaires aux trois directions. Ainſi il n'y aura toujours qu'à les meſurer, & on aura le rapport que doivent avoir entr'elles les trois forces. La raiſon en eſt très-évidente. Le triangle *HIK* eſt ſemblable à chacun des deux triangles dont le parallélogramme *BDFE* eſt formé. Il y a même rapport de *HI* à *HK* & à *IK* que de *BF* à *BD* & à *DF* ou *BE*.

Cette méthode nous fournit dans une infinité de cas une expreſſion très-élégante des forces qu'on veut comparer, & donne en même temps les conditions de l'équilibre. Nous avons vu en parlant du plan incliné de la figure 13 que *GE* repréſentant la peſanteur du corps *D*, le poids ou la puiſſance *M* devoit agir ſelon la direction *GI* avec la force *GL* pour ſoutenir le

Figure 13. poids *D*, & que le plan incliné étoit preſſé avec une force qui étoit la ſomme de *GF* & de *GK*; mais il faudroit conſtruire une figure avec beaucoup de ſoin pour avoir le rapport exact de ces forces, au lieu que le plan incliné même nous le préſente d'une maniere très-ſimple lorſque la direction *GI* eſt parallele à l'horiſon.

La peſanteur du poids *D* agit ſelon *GE* qui eſt perpendiculaire à l'horiſon; la puiſſance ou le poids *M* agit par le moyen de la poulie *I*, ſelon *GI* qui eſt horiſontale & perpendiculaire à la hauteur *AB* du plan incliné, & le corps *D* agit contre le plan incliné par le concours de ces efforts ſelon une ligne perpendiculaire *GF* au plan incliné. Ainſi la baſe *BC*, la hauteur *AB* & la longueur inclinée *AC* du plan, ſont perpendiculaires aux directions des trois forces, & elles doivent par conſéquent exprimer ces mêmes forces. Pour nous exprimer autrement, la peſanteur du poids *D*, celle du poids *M* & l'effort qui réſulte de leur concours pour preſſer le plan, ſont comme les trois côtés du triangle rectangle *CBA*. Si la peſanteur du poids *D* eſt exprimée par la baſe *BC* du plan incliné, ſa hauteur *AB* exprimera la force qui doit agir ſelon *GI* pour ſoutenir le poids *D*, & *AC* exprimera l'effort commun avec lequel le plan *AC* eſt preſſé.

Figure 19. La figure 19 fait voir tout cela de la maniere la plus évidente. Si *GE* eſt toujours la peſanteur abſolue du corps *D*, & *GL* l'effort que fait le poids ou la puiſſance *M*, il réſultera de ces deux efforts un effort compoſé *GP* qui s'exercera ſur la diagonale du rectangle *GEPL*, & il faut que cette direction ſoit exactement perpendiculaire au plan incliné, pour qu'il y ait un équilibre parfait, ou pour que le corps *D* ne tende ni à monter ni à deſcendre par le concours des deux actions auxquelles il eſt ſujet, celle de ſa propre peſanteur & celle du poids *M*.

Si la peſanteur de ce dernier poids étoit plus grande, ſi elle étoit égale à GI, au lieu d'être égale à GL, la direction compoſée des deux efforts auroit la ſituation Gp, elle ſeroit inclinée par rapport au plan AC, & l'effort compoſé Gp tendroit à faire gliſſer ou faire rouler le corps D vers le haut. Si la peſanteur du corps M étoit au contraire plus petite que GL, la direction de l'effort compoſé ſeroit inclinée dans un ſens oppoſé, le poids M ſeroit trop foible, & le corps D gliſſeroit en allant vers le bas. Ce ne ſera pas la même choſe ſi la diagonale GP eſt perpendiculaire au plan ; il y aura équilibre, & les actions des deux poids D & M ſe contrebalanceront réciproquement. Mais on doit obſerver qu'il y a même rapport entre les trois côtés du grand triangle ABC, qu'entre les côtés du rectangle LE & ſa diagonale. Ainſi moins le plan incliné a de hauteur AB, ſa baſe BC reſtant la même, moins il faut employer de force ſelon GI. Si la hauteur du plan incliné eſt trente fois plus petite que ſa baſe, il ſuffira de tirer ſelon GI avec une force égale à la trentieme partie du poids D pour le ſoutenir ſur le plan incliné. Figure 19.

CHAPITRE IV.

De la maniere dont les forces agiſſent les unes contre les autres, lorſqu'elles ſont appliquées à un levier.

NOUS avons déja conſidéré une piece de bois AB (*fig.* 14.) tirée par une de ſes extrémités ; & nous avons dit que les Méchaniciens donnoient à un pareil corps le nom de levier. Le point A eſt le point d'ap-

Figure 14. pui ſur lequel ſe feroit le mouvement de la piece de bois ſi elle cédoit à l'effort d'une puiſſance. On donne ſouvent à ce point le nom d'*hypomoclion ;* & quant à la piece de bois elle ſera, comme nous l'avons dit, un levier, ou plutôt un *bras de levier* ; car on conſidere ordinairement le levier comme ſoutenu par un point vers le milieu, de part & d'autre duquel s'étendent les deux bras.

La piece de bois *AB* n'eſt pas plus tirée d'un côté que de l'autre, & doit reſter ſtable, quoique les deux puiſſances à l'action deſquelles elle eſt expoſée ne ſoient point égales. L'une eſt beaucoup plus forte ; mais auſſi elle tire beaucoup plus obliquement, & les deux efforts relatifs *BD* & *BG* perpendiculaires à la piece de bois ou au levier ſe détruiſent réciproquement, parce qu'ils ſont égaux & directement contraires. Ainſi l'effort mutuel ou compoſé des deux puiſſances, qui ſubſiſte après la deſtruction des efforts contraires, doit s'exercer exactement ſelon la longueur du bras de levier, ou, ce qui revient au même, la direction compoſée des deux directions *BC* & *BF* tombe ſur *BA.* C'eſt ce qui fournit un ſecond moyen encore plus ſimple que celui qui eſt repréſenté dans la figure 14, pour prévoir l'effet que doivent produire deux puiſſances qui agiſſent en même temps ſur un levier.

Figure 20. Après avoir pris (*figure* 20.) les eſpaces *BC* & *BD* pour repréſenter la force des deux puiſſances, nous n'avons qu'à achever le parallélogramme *DBCE* pour avoir leur effort commun ou compoſé *BE.* Si la direction ſur laquelle il s'exerce tombe préciſément ſur le levier, ou ſi elle paſſe par le point d'appui ou hypomoclion *A*, il y aura équilibre de part & d'autre entre les deux puiſſances, elles ne tendront conjointement qu'à pouſſer le levier ſelon ſa propre longueur *BA*, & la réſiſtance que fournira le point d'appui ou l'hypomoclion *A*, ſuſpendra par conſéquent tout leur effet.

Si au contraire la direction composée passe à côté du point d'appui, ce sera une marque qu'une des deux puissances est trop forte par rapport à l'autre. Supposé, par exemple, que *Bd* représente une des deux puissances, pendant que l'autre est toujours représentée par *BC*, on n'a qu'à achever le nouveau parallélogramme *dBCe*, & on aura *Be* pour la direction composée des deux puissances. Mais comme elle cessera de passer par le point d'appui *A*, il n'y aura plus d'équilibre. Le point d'appui ne pourra plus servir d'obstacle à tout l'effort des deux puissances; & il est évident que *Bd*, comme plus forte, entraînera alors le levier de son côté. Figure 20.

Ce sera exactement la même chose si, pendant qu'un Navire (*fig.* 21.) flotte dans une eau tranquille, on le tire du rivage de différents côtés par des cordages *AL* & *AK*. Il est évident que les deux efforts qui tendront à produire des inclinaisons contraires dans la situation du Vaisseau, ne se trouveront exactement en équilibre, ou ne suspendront l'effet l'un de l'autre, que lorsque leur effort composé s'exercera de haut en bas selon une ligne exactement verticale. Le cordage *AK* fait un moindre angle avec le mât, & le cordage *AL* fait un angle plus grand; mais en récompense la puissance qui s'exerce sur *AK* est plus forte. Cette puissance est représentée par *AC*, pendant que *AD* marque l'effort qui agit sur *AL*; enfin la diagonale *AE* du parallélogramme *ACED* tombe précisément sur le mât, & étant prolongée elle passe par le point *B* du milieu du Navire. Dans ce cas les deux efforts *AC* & *AD* ne tendent conjointement à faire incliner le Navire ni d'un côté ni de l'autre. Leur effet se réduira à faire enfoncer un peu davantage la carène dans l'eau : le Navire poussé de haut en bas avec la force *AE* deviendra comme plus pesant; & il arrivera précisément la même chose que si on avoit appliqué un poids au haut du mât. Figure 21.

Figure 21. Au ſurplus les deux puiſſances agiſſent ici l'une contre l'autre par le moyen du mât qui ſert de levier ; mais l'action ſera toujours préciſément la même, ſi, ſans toucher aux puiſſances, on les lie l'une à l'autre par le moyen de quelques autres leviers, en ſupprimant le mât. On peut concevoir, par exemple, deux pieces de bois qui partent du Vaiſſeau & qui viennent ſe rendre vers les points *K* & *L* où les deux cordages ſeront arrêtés, pendant qu'on continuera à les tirer par leurs extrêmités inférieures. Tant que les puiſſances & leurs directions ſeront exactement les mêmes, la diſpoſition oblique ou courbe des leviers ne changera abſolument rien à leur maniere d'agir, pourvu que le point d'appui ſoit auſſi toujours le même.

Que le levier peut être droit ou courbe, & que l'action des puiſſances ſera toujours la même tant qu'elles agiront avec la même force & ſur les mêmes directions.

Figure 22. Propoſons-nous, pour éclaircir tout ceci, les deux poids *P* & *Q* (*fig.* 22.) qui agiſſent l'un contre l'autre ſelon les directions *CE* & *AD* par le moyen du levier *ABC* qui eſt ſoutenu ſur le point d'appui ou hypomoclion *B*. Le levier eſt droit, & il pourroit être courbe ; il pourroit auſſi être formé de deux parties qui fiſſent un angle en *B* ou en tout autre point ; il ſuffit qu'il ſoit aſſez ſolide pour pouvoir tranſmettre mutuellement l'action d'une puiſſance à l'autre. Les deux poids *P* & *Q* n'agiſſent pas ſur le levier ſelon leurs directions naturelles, à cauſe des poulies *E* & *D* ; & les directions *CE* & *AD* ne ſe coupent pas : mais la Nature ſait y ſuppléer. Les deux forces peuvent être conçues en quel point on veut de leurs directions ;

il n'y a qu'à prolonger les lignes *CE* & *AD* par la pensée, elles ſe couperont en *F*; & ſi les directions étoient paralleles, il n'y auroit qu'à imaginer le point d'interſection *F* à une diſtance infinie. Quoi qu'il en ſoit, le point *F* ſera expoſé aux deux efforts; & puiſqu'on veut que le point d'appui *B* arrête tout l'effet ou le ſuſpende, il faut que ce point ſe trouve ſur la direction compoſée des deux efforts. Ainſi prenant *FB* pour l'effort compoſé, il n'y a qu'à achever le parallélogramme *FGBH*, & les deux côtés *FH* & *FG* marqueront les forces que doivent avoir les deux puiſſances ou les deux poids *P* & *Q*. La peſanteur du premier poids ſera repréſentée par *FH*, & celle du ſecond par *FG*. Figure 22.

On voit clairement que la ſituation particuliere du levier ne change en rien l'action & le rapport de ces forces. On donnera au levier toutes les figures imaginables, & l'équilibre ſera néanmoins toujours le même, ſi on ne change rien dans l'action des forces. Cela vient de ce que tous ces leviers, quelque contour qu'on leur donne, ſe réduiſent à un autre dont les deux bras ſeroient exactement perpendiculaires aux directions des forces ou puiſſances. Ce levier, qu'on peut toujours concevoir à la place de l'autre, ſeroit ici repréſenté par *KBI*: ſes bras *BK* & *BI* ſeroient un angle en *B*, & il faudroit imaginer les deux forces comme appliquées en *K* & en *I*. Ces bras de levier ne ſont autre choſe que les diſtances du point d'appui *B* aux directions *FD* & *FE* des deux forces; & ces diſtances ſont entr'elles comme les forces mêmes, mais dans un rapport renverſé, comme nous l'avons dit & fait voir vers le commencement de l'autre Chapitre. Si le poids *P* eſt deux ou trois fois plus grand que le poids *Q*, d'un autre côté la diſtance *BI* de ſa direction *FE* au point d'appui *B* eſt deux ou trois fois plus petite que la diſtance *BK* du même point d'appui à la direction *FD* de l'autre poids *Q*.

Figure 11.

Que dans l'équilibre les moments *des forces ou les produits de ces forces par la distance de leurs directions au point d'appui sont toujours exactement égaux.*

IL suit de-là qu'il y a toujours égalité dans l'équilibre entre les produits des puissances ou forces absolues par leurs distances perpendiculaires au point d'appui. Cette égalité ne peut pas manquer d'avoir lieu, puisque les forces plus foibles agissent sur des directions qui sont nécessairement plus éloignées du point d'appui dans le même rapport que ces forces sont plus foibles. Cette égalité des deux produits est une condition nécessaire de l'équilibre, & elle marque que l'une des forces ne l'emportera pas sur l'autre. On nomme ces produits les *moments* des forces; & ces moments ne sont à proprement parler que les forces considérées avec toutes leurs circonstances essentielles. Une puissance ou une force agit plus ou moins selon qu'elle est plus ou moins grande, mais elle agit aussi plus ou moins selon la maniere plus ou moins avantageuse dont elle est appliquée, ou selon que sa direction est plus ou moins éloignée du point d'appui. Ainsi nous devons joindre aux autres moyens que nous avons de juger si deux forces seront en équilibre, celui que nous fournit encore l'égalité entre les *moments* ou les produits des forces par la distance de leurs directions au point d'appui.

Le poids *P* (*fig.* 22.) est par exemple de 120 livres, & le poids *Q* n'est que de 40; je mesure les deux distances perpendiculaires *BI* & *BK* du point d'appui *B* aux directions *CE* & *AD* des deux poids; je trouve que le premier *BI* est de deux pieds, & que le second *BK* est de six pieds. Le moment du premier poids sera

ſera 240 ; & comme le moment du ſecond ſera le même nombre, produit de 40 livres par 6 pieds ; j'en infere que les deux poids ſeront en équilibre. Il faut bien remarquer que le moment eſt une quantité particuliere dont on ne trouve d'exemple que dans les méchaniques, & qui n'a lieu que lorſqu'une force tend à produire quelque mouvement de tournoyement ou de rotation. Le poids *P* eſt de 120 livres, & ſa direction *CE* paſſe à deux pieds de diſtance du point d'appui *B*, le moment 240 n'eſt ni un poids ni une ligne ; il exprime l'action du poids non pas abſolument, mais relativement au point d'appui ; & il eſt ici formé de livres & de pieds comme multiplicateurs. C'eſt pourquoi il faut, pour avoir le moment de l'autre poids *Q*, ſe ſervir des mêmes eſpeces de meſures ; exprimer la grandeur du poids *Q* en livres, & par des pieds la longueur du bras du levier perpendiculaire *BK*. Il ſuit de-là qu'il eſt très-convenable de ſpécifier le moment par la nature des deux nombres qui le forment. Les moments égaux des deux poids *P* & *Q* ſont de 240 *livres-pieds*. Nous aurons occaſion dans la ſuite de chercher le moment de toute la peſanteur du Navire par rapport à un certain point ; ce moment, ſi on exprime la peſanteur du Navire en tonneaux, ſera un certain nombre de *tonneaux-pieds* ou de *tonneaux-pouces*. Figure 22.

Pour voir d'une maniere encore plus ſenſible que dans l'action d'une force, la longueur du bras de levier tient lieu d'une plus grande force, nous n'avons qu'à jetter les yeux ſur la figure 23. Les deux poids *Q* & *P* ſont exactement en équilibre de part & d'autre du point d'appui *B*. L'un ne tend pas plus à faire tourner le levier *AC* dans un ſens que l'autre ne tend à produire quelque mouvement de rotation dans le ſens oppoſé ; parce que la direction compoſée *FR* de leur effort commun paſſe exactement par le point d'appui *B*. La peſanteur du poids *P* eſt égale à *FH*, celle du poids Figure 23.

Figure 23. Q eſt égale à FG, & ces deux efforts forment enſemble l'effort mutuel FR.

Mais ſuppoſons qu'on allonge le levier vers une de ſes extrêmités, & qu'au lieu du poids P on en mette un autre p à quatre ou cinq fois plus de diſtance du point d'appui : ſa peſanteur agira enſuite ſur une direction ce, qui étant prolongée, ira rencontrer beaucoup plus haut la direction AD ſur laquelle agit la peſanteur du poids Q. Ainſi il faudra tranſporter en fg l'eſpace FG qui repréſente la peſanteur de ce dernier poids. L'eſpace fh repréſentera le poids p ; & pour qu'il y ait encore équilibre après le changement fait, il faudra que la direction compoſée fr de l'effort commun vienne paſſer également par l'hypomoclion ou point d'appui B qui eſt cenſé avoir aſſez de force pour réſiſter dans tous les ſens. Mais il eſt évident qu'il faudra que la peſanteur fh du poids p ſoit beaucoup plus petite que lorſque le poids étoit en P ; & il ne ſera pas difficile à ceux qui ſavent les premiers éléments de Géométrie, de démontrer que ſi la perpendiculaire Bi eſt quatre ou cinq fois plus grande que BI, il faudra que fh ſoit quatre ou cinq fois plus petite que FH. La plus grande diſtance au point d'appui eſt donc équivalente à un plus grand poids, & le moment exprime le tout, puiſqu'il eſt le produit de l'un par l'autre.

Au ſurplus, la regle que nous avons donnée ci-devant pour juger de l'équilibre par les vîteſſes que prendroient les poids en cas de mouvement, eſt encore obſervée ici. Si le bras de levier perpendiculaire BK (*fig.* 22.) eſt deux ou trois fois plus long que l'autre bras perpendiculaire BI, le poids Q ſera d'un autre côté deux ou trois fois plus petit que P. Mais ſi le levier tournoit un peu ſur le point B, les vîteſſes ſeroient proportionnelles à la longueur des bras de levier perpendiculaires ; ſi le point K paſſoit en k, ou ſi le

poids *Q* s'élevoit d'une petite quantité égale à *Kk*, l'autre poids *P* deſcendroit d'une quantité égale à *Ii* qui répondroit de même à la longueur du bras de levier *BI*. Ainſi dans l'équilibre les deux poids ne changent point de ſituation ; mais s'il étoit poſſible qu'ils en changeaſſent, le plus petit prendroit une vîteſſe d'autant plus grande qu'il ſeroit lui-même plus petit, & il y auroit donc égalité de part & d'autre entre les produits des poids multipliés par leurs vîteſſes, de même qu'il y a égalité entre leurs moments. Figure 22.

CHAPITRE V.

Suite du Chapitre précédent. De l'équilibre entre un grand nombre de puiſſances appliquées à un levier.

SI la diſtance *BI* (*fig.* 23.) du point d'appui à la direction *FC* du poids *P* étoit quatre ou cinq fois plus grande, nous venons de voir qu'il faudroit rendre ce poids quatre ou cinq fois plus petit. Mais ſi après avoir partagé le poids *P* en deux parties, & en avoir laiſſé une en *P* qui agît toujours à la même diſtance du point d'appui, on portoit l'autre partie à une plus grande diſtance comme en *p*, il eſt évident qu'il faudroit diminuer ſa peſanteur dans le même rapport que le bras de levier *Bi* ſeroit plus long, afin que l'effet fût toujours le même. Les deux poids *P* & *p* auroient enſuite préciſément le même moment que le premier poids qui étoit d'abord en *P*, & l'égalité de moment de part & d'autre de l'hypomoclion ou point d'appui *B* entretiendroit l'équilibre entre les poids *P* & *p*, & le poids *Q*. Figure 23.

C'eſt la même choſe dans tous les autres cas. Le
Figure 24. levier *AB* (*fig.* 24.) peut tourner ſur le point *A* qui ſert d'appui, & il eſt chargé de trois poids *E*, *G* & *I* qui agiſſent ſelon trois différentes directions. Une ſeule puiſſance *M* s'oppoſe à l'effort de ces trois poids, & il y a équilibre entre leurs actions. Il faut pour cela que le moment de la puiſſance *M* qui agit ſeule de ſon côté, ſoit égal aux moments des trois poids *E*, *G*, & *I* qui tendent à faire tourner le levier *AB* dans l'autre ſens.

Pour avoir l'expreſſion de ces moments, j'abaiſſe du point *A* des perpendiculaires ſur les directions de toutes ces forces. Le poids *E* agit ſelon la direction *CD*, à cauſe du détour cauſé par la poulie *D*. La perpendiculaire *AK* repréſente donc la diſtance du poids *E* au point d'appui, ou repréſente le bras de levier auquel il faut conſidérer que ce poids eſt appliqué. Suppoſé que le poids *E* ſoit de 8 livres, & que la perpendiculaire *AK* ſoit de 6 pouces, nous aurons 48 pour ſon moment ou pour ſon action eu égard à tout, & ce moment ſera exprimé en *livres-pouces*. Si le poids *G* eſt de 20 livres & que ſa diſtance perpendiculaire *AF* au point d'appui ſoit de 15 pouces, nous aurons 300 pour ſon moment, & ſi enfin le poids *I* eſt de 10 livres, & que le bras de levier perpendiculaire *AL* auquel il eſt appliqué ſoit de 16 pouces, nous aurons 160 pour ſon moment. La ſomme de ces trois moments particuliers 48, 300 & 160 eſt 508 livres-pouces, & il faut donc que le moment de la ſeule puiſſance *M* ſoit de cette même quantité, puiſqu'elle doit contrebalancer ſeule les trois poids. Or c'eſt ce qu'on peut exécuter d'une infinité de manieres.

Si la puiſſance *M* eſt très-forte, nous n'avons qu'à l'appliquer à une moindre diſtance du point *A*, & ſi elle eſt au contraire très-foible, nous n'avons qu'à l'appliquer à une plus grande diſtance. Il n'importe où

nous la mettions, pourvu que ſon moment ſoit égal aux moments des trois forces contraires, & il y aura équilibre. Suppoſé que la direction *MO* ſoit donnée, & que la diſtance perpendiculaire *AO* ſoit de 12 pouces, nous n'avons qu'à diviſer 508 par 12, & il nous viendra 42 $\frac{1}{3}$ livres pour la force abſolue qu'il faudra employer en *M*. Figure 24.

Cette méthode de découvrir les conditions de l'équilibre eſt très-commode; mais elle laiſſe ignorer la charge du point d'appui, & il pourroit arriver quelquefois qu'on lui attribuât une force ou une réſiſtance dont il ne fût pas capable. Il ſe préſente même ſouvent une difficulté particuliere dans les Problêmes de Marine, parce qu'il n'y a quelquefois, abſolument parlant, aucun point immobile dans le ſyſtême ou l'aſſemblage de toutes les forces qui agiſſent les unes contre les autres & qui ſe contrebalancent. Ainſi pour ne pas ſe tromper, il faut conſidérer attentivement chaque force, & au lieu d'en prendre quelqu'une pour appui, on doit plutôt examiner ce que chacune devient dans le réſultat, & voir ſi elles ſe détruiſent toutes réciproquement.

La décompoſition des forces eſt alors principalement utile. On n'a qu'à chercher combien chaque force agit ſelon la longueur du levier ou ſelon toute autre direction, voir auſſi combien elle agit dans le ſens perpendiculaire, & examiner enſuite ſi toutes les forces relatives qui agiſſent en ſens directement contraires ſont égales. L'équilibre ne peut ſubſiſter que par cette égalité. Si elle n'étoit pas parfaite, le ſurplus de la force ſeroit capable d'un certain effet qu'on ſeroit à portée de connoître.

Pour éclaircir ceci par un exemple, conſidérons le levier de la figure 25 qui eſt ſujet en même temps à l'action de cinq forces; trois le tirent en bas ſelon des directions différentes, & deux vers le haut. Je Figure 25.

Figure 25. prends ſur *BH* l'eſpace *BQ* pour repréſenter la peſanteur du poids *I*, & je forme le rectangle *BRQS* qui me donne *BR* pour la force avec laquelle le poids *I* tire le levier ſelon ſa longueur & *BS* la force avec laquelle il agit perpendiculairement ſur le même point *B*. Je fais la même choſe pour toutes les autres forces ou puiſſances. Le poids *G* n'agit que perpendiculairement au levier, parce que je ſuppoſe ce levier ſitué horiſontalement; & *FU* ſera la force perpendiculaire, égale par conſéquent à la peſanteur abſolue du poids *G*. Le poids *E* tire ſelon le levier avec la force *CY* & ſelon le ſens perpendiculaire avec la force *CX*. Enfin toutes les décompoſitions étant faites, j'examine ſi la ſomme de *BR* & de *NT* eſt égale à celle de *CY* & de *AW*. Il faut que ces deux ſommes ſoient égales; autrement le levier ſeroit plus tiré ſelon ſa longueur dans un ſens que dans l'autre, & il n'y auroit point d'équilibre.

J'examine auſſi ſi les forces relatives perpendiculaires au levier ſont égales de part & d'autre. Le levier eſt tiré en bas par les trois forces *CX*, *FU* & *BS*, & il faudroit même en compter une quatrieme ſi nous avions égard à ſa propre peſanteur. Il eſt en même temps tiré vers le haut, par les deux forces *NV* & *AZ*. Il faut donc que la ſomme de ces deux dernieres forces ſoit égale à la ſomme des trois premieres pour que les unes ne l'emportent pas ſur les autres.

Mais cette ſimple égalité ne ſuffit pas; il faut encore s'aſſurer ſi ces forces s'exercent ſur la même direction, ou ſi étant égales elles peuvent ſe détruire parfaitement. Nous n'avons pour cela qu'à voir ſi elles forment des moments égaux à l'égard il n'importe de quel point. Si nous prenons le point *F* pour point d'appui, il nous ſuffira d'examiner ſi les deux forces qui agiſſent vers une des extrêmités du levier, ont le même moment que les deux forces qui agiſſent vers

l'autre extrêmité. Nous nous expliquerons plus particuliérement dans le Chapitre ſuivant ſur le choix d'un point F pour hypomoclion. Les moments marquent les forces relatives qui tendent à faire tourner le levier, & le poids G n'a point de moment par rapport au point F, il ne tend à faire tourner le levier ni dans un ſens ni dans un autre ſur le point F. Son moment étant nul à cauſe du choix que nous faiſons du point F pour hypomoclion, il nous ſuffit par conſéquent d'examiner les moments des quatre autres forces. Figure 15.

Je multiplie donc la force BS par le bras de levier FB; & multipliant de même la force NV par FN, j'ôte de ce ſecond produit le premier, pour avoir le moment qui tend à élever l'extrêmité B du levier. Je fais la même choſe pour l'autre extrêmité, je multiplie AZ par AF, & j'ôte de ce moment le produit de la force CX par CF, il me vient pour reſte le moment qui travaille à élever l'extrêmité A du levier; & ſi ces moments reſtants de part & d'autre ſont égaux, je puis aſſurer que l'équilibre ſera encore parfait à cet égard.

Si on réſume tout ce que nous venons de dire, on aſſurera que, vu l'obliquité des directions des forces les unes par rapport aux autres, l'équilibre dépend ici de trois conditions eſſentielles. Il faut 1°. que $BR + NT = CY + AW$; autrement le levier avanceroit ſelon ſa longueur d'un côté ou de l'autre. Il faut 2°. que $BS + FU + CX = NV + AZ$; autrement le levier monteroit ou deſcendroit. Il faut enfin 3°. que $BS \times FB - NV \times FN = AZ \times FA - CX \times FC$; autrement le levier éleveroit une de ſes extrêmités, pendant que l'autre deſcendroit.

CHAPITRE VI.

Du centre de gravité des corps, avec les moyens de le déterminer.

ON peut par les mêmes moyens trouver le centre de gravité d'un corps ou de pluſieurs, lorſqu'ils ſont liés par un levier ou autrement. On nomme *centre de gravité* le point dans lequel on peut ſuppoſer que toute la peſanteur du corps eſt réunie, & par lequel il ſuffit de ſuſpendre ce corps pour qu'il reſte dans un parfait équilibre, ou qu'il conſerve indifféremment toutes les ſituations. Le centre de gravité d'un ſolide parfaitement régulier, d'un globe, par exemple, eſt exactement dans le centre de ſa figure. Si on le ſuſpend par ce point, il ne tendra point à changer de ſituation, parce qu'une de ſes moitiés ſera parfaitement en équilibre avec l'autre. Dans les autres cas, la recherche du centre de gravité renferme quelques difficultés, & elle en renfermeroit de beaucoup plus grandes, ſi nous n'étions pas à une diſtance ſi conſidérable du centre de la terre qui eſt le point de tendance de tous les graves ou corps peſants. La grande diſtance du centre de la terre fait que nous pouvons regarder comme paralleles les directions de la peſanteur; au lieu qu'il faudroit faire attention à l'obliquité des directions ſi nous étions à une moindre diſtance du point central.

Figure 26. Lorſque deux globes *A* & *B* (*fig.* 26.) ſont liés à une certaine diſtance l'un de l'autre par une regle inflexible dont on peut négliger la peſanteur, on trouvera le centre de gravité *G* commun de ces deux corps, en diviſant réciproquement à leur peſanteur ou

ou à leur maſſe la diſtance *AB* d'un corps à l'autre. Figure 26.
Si le premier globe eſt dix fois plus peſant que l'autre, on fera l'intervalle *AG* dix fois plus petit que l'intervalle *GB*, & le point *G* ſera le centre de gravité requis. Les deux corps ſuſpendus par ce point ſeront continuellement en équilibre : car les bras de levier *GA* & *GB* étant en raiſon réciproque des deux poids, les deux moments ſeront exactement égaux de part & d'autre du point *G*. Un des globes eſt dix fois plus peſant que l'autre ; mais il agit auſſi avec un bras de levier dix fois moins long. Ainſi les deux poids ſuſpendus par le point *G* conſerveront toutes les différentes ſituations qu'on leur donnera ; & on pourra, en conſéquence de cette propriété, ſuppoſer que toute la peſanteur de ces deux corps eſt réunie dans le même point *G*.

Il eſt bien facile de diviſer l'intervalle *AB* des centres particuliers des deux corps en raiſon réciproque de leur peſanteur. Il ſuffit de faire l'une ou l'autre de ces deux analogies ; la ſomme des deux peſanteurs eſt à *AB*, comme le poids *B* eſt à *AG* ou comme le poids *A* eſt à *BG*. Nous avons ſuppoſé qu'un des poids peſoit dix fois plus que l'autre ; nous n'aurons donc qu'à dire, 11 ſomme des deux poids eſt à *AB* comme 1 eſt à *AG*, ou comme 10 eſt à *BG*. Si la diſtance *AB* eſt de 33 pouces, on trouvera que *AG* eſt de 3 pouces & *BG* de 30.

Si au lieu d'un corps, nous en avons trois *A*, *B* & *C* (*fig.* 27.) dont il s'agiſſe de trouver le centre de gra- Figure 27.
vité commun, nous chercherons d'abord le centre de gravité *G* des deux corps *A* & *B* ſur la ligne droite *AB* qui les joint. Nous les ſuppoſerons raſſemblés dans ce point en les regardant comme un ſeul corps & tirant une ligne droite *GC*, nous chercherons ſur cette ſeconde ligne le centre de gravité commun *g* entre *G* & *C*. Si le corps *A* peſe 10 livres, le corps

Figure 27. *B* une livre & le corps *C* cinq, nous rendrons *AG* la dixieme partie de *BG* ou la onzieme partie de *AB*, & ſuppoſé que *AB* ſoit de 33 pouces, la diſtance *AG* ſera de trois pouces, comme nous l'avons vu. Nous tirons enſuite la droite *GC* que nous ſuppoſons de 24 pouces. Il ne reſtera donc plus qu'à diviſer cette derniere diſtance en deux parties *Gg* & *gC* qui ſoient en raiſon réciproque de la peſanteur de 11 livres qu'il faut imaginer en *G*, & celle de 5 livres qui appartient au poids *C*. Ces peſanteurs forment 16 livres, & nous ferons cette analogie; 16 livres ſont à *GC* comme 5 ſont à *Gg*, ou comme 11 ſont à *Cg*. On trouvera de cette ſorte que le centre de gravité *g* des trois corps eſt éloigné de $7\frac{1}{2}$ pouces du point *G* & de $16\frac{1}{2}$ du corps *C*.

Lorſque les poids ſeront liés par une regle dont on ne pourra pas négliger la peſanteur, il n'y aura qu'à la concevoir comme réunie dans le centre de gravité même de cette regle. Suppoſé que le levier *AB* (*fig.* 28.) ſoit par-tout de même matiere & de même groſſeur, ſon centre de gravité ſera au milieu de ſa longueur; ainſi on pourra ſuppoſer que toute ſa peſanteur eſt réunie en *C*. On la combinera avec celle d'un des corps; on cherchera le centre de gravité commun dans lequel on regardera leur peſanteur comme raſſemblée, & on paſſera enſuite à la conſidération d'un troiſieme & quatrieme corps, & ainſi de ſuite.

Figure 28.

Mais il ſera ordinairement plus ſimple de conſidérer un point *a* comme point d'appui, & de chercher les moments de tous les corps par rapport à ce point. Si la regle peſe 3 livres, & les poids *D*, *E* & *F* 2 livres, 6 livres & 1 livre, & que la diſtance *Aa* étant de 2 pouces, *aH* ſoit de 6 pouces, & *aB* de 16 pouces, parce que la verge *AB* a 14 pouces de longueur, le moment du poids *D* ſera 4, & il ſera 4 *livres-pouces*, conformément à une expreſſion que nous avons cru

pouvoir employer. Le moment du poids *E* ſera 36 qui eſt le produit de 6 livres par *Ha* qui eſt de 6 pouces. Le moment de la regle ſera 27, produit de ſon poids 3 livres par *Ca* qui eſt de 9 pouces; & enfin nous aurons 16 pour le moment du poids *F*. La ſomme de ces quatre moments 4, 36, 27 & 16 ſera 83; & il faut que le moment de la puiſſance *M* qui ſoutient tous ces poids ſoit exactement de la même quantité. Figure 18.

La puiſſance *M* doit tirer en haut avec une force de 12 livres, puiſque ſeule elle ſupporte tous ces poids, & qu'il ne ſe fait aucune décompoſition de force qui diminue le poids total, toutes les directions étant paralleles. Mais la puiſſance *M* étant de 12 livres, il ne reſte donc qu'à ſavoir en quel point *G* il faut l'appliquer pour que ſon moment par rapport au point *a* ſoit auſſi de 83. Je diviſe ces 83 par 12 livres, & il me vient au quotient $6\frac{11}{12}$ pouces ou 6 pouces 11 lignes pour la diſtance du point *G* au point *a*. Ainſi le centre de gravité commun de la regle & des trois poids *D*, *E* & *F* eſt à 4 pouces 11 lignes de diſtance de l'extrêmité *A*, ou, ce qui revient au même, il faut ſuſpendre le tout par ce point *G* éloigné de 4 pouces 11 lignes du point *A*, pour qu'il y ait un équilibre parfait entre tous les poids.

Nous avons pris le point *a* pour point d'appui ou pour hypomoclion; mais nous pourrions choiſir tout autre point. Car les peſanteurs de la regle & des trois poids *D*, *E* & *F* étant parfaitement en équilibre avec la puiſſance *M*, toutes les forces ſe détruiſent par leur égalité & leur oppoſition, & dans cette deſtruction qui eſt une ſuite de l'équilibre abſolument parfait, l'équilibre a lieu à l'égard de tous les points imaginables. Le point d'appui *a* n'eſt donc que fictice, & il n'eſt utile que pendant le calcul; car il ne ſupporte réellement rien. Si nous prenions le point *A* pour point d'appui, nous aurions *zéro* pour le moment du poids *D*, 24

Figure 28. pour celui du poids *E* parce qu'il eſt de 6 livres, & que *AH* eſt de 4 pouces. Nous aurions 21 pour le moment de la regle, & 14 pour celui du poids *F* qui peſe 1 livre. La ſomme de ces quatre moments 0, 24, 21 & 14, eſt 59; & il faut donc que le moment de la puiſſance que nous imaginons en *M* ſoit auſſi de 59. D'ailleurs cette puiſſance doit être toujours égale à 12 livres qui eſt la ſomme de tous les poids qu'elle doit ſoutenir. Ainſi il faut diviſer 59 par 12; & il viendra au quotient $4\frac{11}{12}$ pouces ou 4 pouces 11 lignes pour la diſtance du centre de gravité commun ou du point de ſuſpenſion *G* à l'extrêmité *A* de la regle, comme nous l'avions déja trouvé.

On voit qu'il y a toujours quelque avantage pour la facilité du calcul, à ſuppoſer le point d'appui dans un des points où ſe trouve un des poids, parce que ſon moment devient nul; ce qui épargne une multiplication. Nous pourrions de même choiſir le point *H* pour point d'appui fictice; le moment du poids *D* ſeroit 8, qui eſt le produit de 2 livres par *AH* qui eſt de 4 pouces. Le moment du poids *E* ſeroit zéro; celui de la regle *AB* ſeroit 9, produit de ſon poids 3 livres par *HC*, & le moment du poids *F* ſeroit 10. Nous aurions donc ces quatre moments 8, 0, 9 & 10: mais il faut remarquer que leur ſomme n'eſt pas 27; elle n'eſt que 11, parce que le premier moment eſt négatif par rapport aux autres. Tous les autres poids tendent à faire tourner la regle dans un ſens autour de *H*; au-lieu que le poids *D* tend à la faire tourner dans un ſens contraire; ce qui donne 8 en déduction des autres moments. Enfin diviſant 11 ſomme des moments par la ſomme 12 des poids, il vient $\frac{11}{12}$ pouce ou 11 lignes pour la diſtance du centre de gravité commun *G* au point d'appui fictice *H*; ce qui eſt conforme aux déterminations précédentes. La ſomme des poids eſt toujours 12 livres: car nos différentes ſuppoſitions à

l'égard du point d'appui ne changent rien dans la pesanteur, elles changent ſimplement la longueur des bras de levier.

Du centre de gravité de quelques figures géométriques.

LES Méchaniciens ont cherché les centres de gravité de toutes les figures géométriques les plus ſimples. Celui d'un cercle, d'un quarré, d'un rectangle, d'un parallélogramme & de tous les polygones réguliers eſt préciſément au milieu. Celui d'un triangle eſt au tiers de ſa hauteur ſur la ligne droite tirée de ſon ſommet au milieu de ſa baſe; il n'eſt pas difficile d'en appercevoir la raiſon.

Si on conçoit un triangle *ABC* (*fig.* 29.) diviſé en une infinité de tranches par des paralleles à ſa baſe *AC*, il eſt évident que le centre de gravité de chaque tranche ſera au milieu de ſa longueur. Ainſi il n'y a qu'à tirer une ligne droite *BD* qui partant du ſommet *B* vienne ſe rendre au milieu *D* de la baſe *AC*, elle paſſera par les centres de gravité de toutes les tranches, & elle paſſera par conſéquent auſſi par le centre de gravité du triangle. En effet, on peut regarder la peſanteur de chaque tranche comme réunie dans ſon milieu ou ſon centre de gravité particulier; & il ſuit delà qu'on peut conſidérer la droite *BD* comme chargée dans toute ſa longueur d'une infinité de petits poids égaux aux peſanteurs des tranches correſpondantes. Mais dans cette ſuppoſition le centre de gravité commun de tous les poids ou celui de tout le triangle *ABC* doit être auſſi ſur la ligne *BD*. Figure 29.

Si de l'angle *A*, on tire une droite *AE* qui ſe termine au milieu du côté *BC*, le centre de gravité du triangle *ABC* ſera par les mêmes raiſons ſur cette ligne droite. Ainſi ce point doit être dans l'interſe-

Figure 29. ction *G* des deux lignes *BD* & *AE*; & il ſuit de-là qu'il eſt en *G* au tiers de *DB*. Car ſi on tire *DE*, elle ſera parallele à *AB*, & égale à la moitié de cette ligne. Outre cela les deux triangles *DGE* & *BGA* ſeront ſemblables; ce qui nous donnera cette proportion; *AB* eſt à *DE* comme *BG* eſt à *DG*; & puiſque *AB* eſt double de *DE*, la ligne *BG* eſt auſſi double de *DG*, & il ſuit de-là que *DG* eſt le tiers de *BD*.

On peut s'aſſurer à peu près de la même maniere que le centre de gravité d'une pyramide eſt au quart de ſa hauteur, ou, pour nous expliquer plus exactement, qu'il eſt au quart d'une ligne droite tirée du ſommet au centre de gravité du triangle ou du polygone qui ſert de baſe à la pyramide.

Figure 30. Conſidérons la pyramide triangulaire *ABCD* (*fig.* 30). Nous tirons du point *A* & du point *B*, au milieu du côté *DC*, les droites *AE* & *BE*. Faiſant enſuite *EF* le tiers de *EA*, & *EH* le tiers de *EB*, nous aurons les centres de gravité *F* & *H*, des triangles *DAC* & *DBC*. Mais ſi nous conduiſons enſuite au dedans du ſolide les droites *BF* & *AH*, elles paſſeront par le centre de gravité *G* de la pyramide; car chacune de ces lignes paſſera par le centre de gravité de tous les triangles qui ſervent d'éléments à ce corps, & qui ſont paralleles au triangle *DAC* ou au triangle *DBC*. Mais ces deux lignes droites *BF* & *AH* paſſant par le centre de gravité du ſolide, ce centre ſera en *G*; & il ſera au quart de *FB*. Car tirant *FH*, elle ſera parallele à *AB* & le tiers de cette ligne: mais de même que *FH* eſt le tiers de *AB*, les triangles ſemblables *ABG* & *HFG* rendront *FG* auſſi le tiers de *GB*; & par conſéquent *FG* ſera le quart de *FB*.

On a trouvé des regles générales pour déterminer avec la même facilité le centre de gravité de pluſieurs autres ſolides. Celui d'un hémiſphere ou de la moitié

Digitized by Google

d'un globe eſt aux trois huitiemes du rayon perpendiculaires au plan qui a coupé le globe par la moitié. Ainſi lorſqu'on ſuſpend le corps par ce point il n'affecte pas plus une ſituation que l'autre, toutes ſes parties ſe trouvent parfaitement en équilibre.

Déterminer le centre de gravité d'un corps par l'expérience.

CES dernieres recherches n'entrent pas dans le plan de cet Ouvrage, il nous ſuffit d'avoir donné une idée des méthodes dont les Méchaniciens ſe ſervent. Il ne nous reſte qu'à ajouter qu'on peut ſouvent avoir recours à l'expérience, au lieu d'employer les méthodes de calcul. Lorſqu'on ſuſpend un corps & qu'on le laiſſe prendre ſa ſituation naturelle, ſon centre de gravité ſe met toujours exactement au deſſous du point de ſuſpenſion. Il n'y a donc qu'à prolonger par la penſée au dedans du corps la ficelle qui le ſoutient, & on aura une ligne droite dans laquelle ſera néceſſairement ſitué le centre de gravité. On n'aura après cela qu'à ſuſpendre le corps par un autre point, on aura une autre ligne droite qui paſſera encore par le centre de gravité; & l'interſection de ces deux lignes déterminera ce point. Lorſqu'un corps eſt trop grand pour qu'on puiſſe le ſoumettre à de ſemblables épreuves, on n'a qu'à en imiter la figure en petit; on le repréſentera par un morceau de bois, d'argile ou de quelqu'autre matiere homogène. On cherchera le centre de gravité de ce petit corps, & on ſaura proportionnellement où ce point eſt ſitué dans le grand.

CHAPITRE VII.

Explication de diverſes machines compoſées dont la plupart ſont employées ſur les Vaiſſeaux.

LES principes que nous venons d'établir, ſont propres à expliquer l'effet de pluſieurs machines ou inſtruments de Méchanique dont on ſe ſert dans la Marine. Nous n'en conſidérerons ici que trois ou quatre ; mais cet examen, quoique très-court, ſuffira pour mettre les lecteurs en état d'aller plus loin par leurs propres réflexions.

Du Cabeſtan.

Figure 31. LE Cabeſtan qu'on voit repréſenté dans la figure 31 ſe rapporte au levier. Cette machine ſert à lever les ancres ou à élever les autres grands poids qu'on eſt obligé de changer de place dans les Navires. Quelquefois ces cabeſtans ſont ſimples, comme celui que repréſente notre figure ; & d'autres fois ils ſont doubles, parce qu'ils ſont deſtinés à ſervir dans deux différents entreponts ou étages du Vaiſſeau. Le cordage qui doit ſoutenir le poids enveloppe la partie *PQ* qui ſert comme de fuſeau. Les hommes qui font tourner cette machine pouſſent avec force les extrêmités *K*, *H*, *I*, *G* des leviers ou barres qu'on introduit dans les trous faits exprès dans la partie ſupérieure du cabeſtan. Si ces barres ſont quatre à cinq fois plus grandes que le rayon de la partie du cabeſtan qui ſert de fuſeau, la force de chaque homme ſera appliquée quatre à cinq fois plus avantageuſement pour agir contre le fardeau.

Mais

Mais les matelots qui ſont obligés de ſe mettre plus près du cabeſtan ont moins d'avantage; & ſi l'on prend l'effort moyen, il n'eſt guere multiplié que trois ou quatre fois.

On ne peut évaluer qu'à 25 ou 27 livres la force abſolue de chaque homme qui pouſſe en marchant & qui travaille pendant un temps conſidérable. Les hommes, lorſqu'ils marchent très-vîte, ne peuvent pas appuyer aſſez ſolidement leurs pieds. Outre cela la ligne ſelon laquelle ils pouſſent eſt à peu près dirigée ſelon leur hauteur; ainſi il faut décompoſer leur effort, & il n'y en a qu'une partie qui s'exerce dans le ſens horiſontal, & qui ſoit employée utilement contre le cabeſtan. Nous ferons quelques remarques très-importantes ſur ce ſujet dans le Chapitre X de la ſection ſuivante. L'effort de 25 livres étant augmenté quatre fois à cauſe de la longueur des barres, chaque matelot pourra ſoutenir 100 livres en marchant, & ſi on tiroit avec le cabeſtan ſur un aſſemblage de poulies qui augmentât vingt fois la force, comme les palans de la figure 8, un ſeul homme ſoutiendroit un fardeau de 2000 livres, ſans travailler beaucoup. Il eſt fort ordinaire ſur les Vaiſſeaux de s'aider en même temps du cabeſtan & des caliornes, il ſuffit pour cela de donner une direction convenable au cordage *M* par le moyen de quelques poulies de *renvoi* ou de *retour*.

On ſe ſert dans les très-petits Navires d'un cabeſtan qui eſt couché horiſontalement, qu'on nomme *vireveau*. Les matelots qui travaillent à le faire tourner agiſſent par leur peſanteur, & ils l'employent preſque toute entiere. Mais le mouvement du vireveau n'eſt pas continu comme celui du cabeſtan; parce qu'il faut preſque à chaque inſtant changer de place les barres ou leviers. Un homme fait autant d'effet avec cet inſtrument que quatre ou cinq hommes avec l'autre. Un matelot ſeul réuſſit à faire l'ouvrage; mais il le fait

lentement, conformément à ce que nous avons vu ſur l'augmentation de la force.

Des Rames ou des Avirons.

Lorsqu'il ne fait point de vent, ou qu'il eſt contraire, on ſe ſert de rames ou d'avirons pour faire marcher les Navires d'une certaine eſpece; ceux dont les bords ne ſont pas élevés. Les avirons ou rames ſont de longues pieces de bois dont une des extrêmités eſt plate & propre à frapper l'eau pendant que le rameur agit ſur l'autre extrêmité qui ſert de manche. Cette piece de bois eſt appuyée ſur le bord du Navire, qu'on peut regarder comme point d'appui; & par le moyen de la rame qui ſert de levier, il ſe fait équilibre à chaque coup de la pale entre l'effort du rameur & la réſiſtance que forme l'eau lorſqu'elle eſt frappée. Plus la partie intérieure eſt longue, plus l'effort du rameur en doit produire un grand ſur la pale. Si la partie intérieure eſt de 12 pieds, l'extérieure de 24, & que le rameur faſſe un effort de 40 ou 50 livres, il faudra que la pale en choquant l'eau reçoive une impulſion équivalente à 20 ou 25 livres. Il ſemble qu'on devroit allonger davantage la partie intérieure afin d'appliquer l'action du rameur d'une maniere plus avantageuſe. C'eſt ce qu'on feroit, ſans doute, ſi on n'étoit gêné par le peu de largeur du Navire. Outre cela lorſqu'on augmente trop la partie intérieure, on met le rameur dans la néceſſité de ſe donner de trop grands mouvements: il eſt obligé d'agir avec plus de viteſſe, & il ne peut plus employer la même force.

Suppoſé que 260 rameurs travaillent en même temps, & que l'effort de chacun ſe réduiſe à 20 livres au centre de la pale, toutes les rames frapperont l'eau avec une force de 5200 livres, & ce ſera la même choſe que ſi la Galere étant en repos, la mer venoit frapper ſes

rames en formant une impulſion de 5200 livres de l'arriere vers l'avant. Or cet effort doit produire ſon effet. Les pales frappent l'eau en allant de l'avant vers l'arriere, & elles ſont repouſſées par l'eau dans un ſens contraire, de l'arriere vers l'avant. Le choc de l'eau contre les pales doit donc faire avancer la Galere; & la vîteſſe du ſillage doit s'accélérer juſqu'à ce que la proue ſoit choquée avec la même force: car tant que les rames reçoivent plus de choc que la proue ne trouve de réſiſtance à fendre l'eau, l'action des rameurs doit ajouter de nouveaux degrés de vîteſſe à la marche. Cependant il y a une réduction bien conſidérable à faire. Les rameurs n'agiſſent que par intervalles; & il y a entre les coups de rames un temps à peu près double de celui qui eſt employé utilement. C'eſt-à-dire, qu'il faut prendre à peu près le tiers de 5200 livres, & qu'on a environ 1700 livres pour la force avec laquelle on peut ſuppoſer que la Galere eſt pouſſée continuellement vers l'avant; force qui eſt deſtinée à vaincre la réſiſtance que la proue trouve à fendre l'eau, & qui fait faire au plus deux lieues marines par heure à la Galere.

Du Gouvernail.

LE gouvernail a quelque rapport avec la rame; on ne s'en ſert cependant pas pour faire marcher le Navire, on ne l'emploie que pour le faire tourner d'un côté ou d'un autre lorſque le Navire eſt déja en mouvement. Le gouvernail eſt une piece de bois ſituée preſque verticalement à la poupe. Elle a une certaine largeur, elle tourne ſur des gonds, & on la fait agir par le moyen d'une barre ou levier qu'on nomme *timon* qui entre horiſontalement dans le Navire, un certain nombre de pieds au-deſſus de la ſurface de l'eau. Si au lieu de laiſſer le gouvernail exactement ſur la ligne droite qui fait le prolongement de la quille, cette

longue piece de bois qui eſt au-deſſous de la carene & qui en fait comme la baſe, on le fait avancer d'un côté, il ſe trouve enſuite choqué par l'eau qui gliſſe le long du flanc du Navire, l'eau pouſſe le gouvernail vers le côté oppoſé; & pourvu qu'on le retienne aſſez fortement dans cette ſituation, la poupe doit recevoir de la part de l'eau le même mouvement que le gouvernail; & le Navire étant pouſſé de côté, doit tourner.

Figure 32. La figure 32 repréſente un Navire dont *A* eſt la proue & *B* la poupe. Le gouvernail *DB* tourne ſur des gonds ſitués en *B*, & on ſe ſert pour le faire tourner du levier *BO* qui eſt donc le *timon* ou la *barre*. Si on met la barre dans la direction *BA* de la quille, le gouvernail ne produit alors aucun effet; mais ſi on donne à la barre ou timon la ſituation *BO*, le gouvernail eſt frappé par l'eau qui gliſſe le long du flanc *S*; il eſt pouſſé ſelon la direction perpendiculaire *NP*, parce que le mouvement de l'eau ſe décompoſe; la poupe *B* eſt jettée vers le point *b*, & la proue paſſe en même temps de *A* en *a*.

Nous ſerons obligés dans la ſuite d'inſiſter davantage ſur les uſages du gouvernail; il nous ſuffit d'expliquer ici d'une maniere générale ſa méchanique. Comme l'eau le frappe quelquefois avec une très-grande force, on a été obligé de donner une longueur conſidérable au timon *BO*, afin de diminuer l'effort que le timonnier eſt obligé de faire pour tenir le gouvernail dans la même ſituation. Pour diminuer encore cet effort, on place dans les grands Navires au-deſſus de la barre dans l'étage ſupérieur, une roue verticale qui fait le même effet qu'un cabeſtan. Deux cordages ſont appliqués à l'extrêmité *O*, ils vont ſe rendre à deux poulies en *E* & en *F* au dedans du Navire, ils reviennent paſſer ſur d'autres poulies placées vers le milieu, & montant verticalement vers la roue, ils enveloppent en ſens contraires ſon axe. Ainſi lorſqu'on fait tourner la

roue dans un ſens ou dans l'autre, l'extrêmité *O* de la barre du gouvernail s'approche d'un des flancs du Navire ou de l'autre. Figure 32.

Suppoſé que le rayon de la roue qui ſert de cabeſtan ſoit trois ou quatre fois plus grand que le rayon de l'axe ſur lequel s'enveloppe le cordage, le timonnier agira avec trois ou quatre fois plus d'avantage. S'il fait un effort de 30 livres, il en produira un de 100 ou 120 par la ſeule diſpoſition de la roue. D'un autre côté, toute l'impulſion de l'eau ſe réunit à peu près comme dans un centre, au milieu de la largeur du gouvernail qui eſt fort étroit. Ainſi l'impulſion de l'eau eſt appliquée à très-peu de diſtance du point d'appui *B*, au lieu que le timon *BO* forme un bras de levier, peut-être, 14 ou 15 fois plus long. La force du timonnier eſt donc encore augmentée 14 ou 15 fois; elle l'eſt par conſéquent en tout 50 ou 60 fois, & l'effort de 30 livres en deviendra un de 1500 ou 1800 livres ſur le gouvernail.

Cet avantage vient de ce que le choc de l'eau ſur le gouvernail n'agit contre le timonnier qu'avec un très-petit bras de levier. Mais ce même choc agit très-avantageuſement pour faire tourner le Navire; car il eſt appliqué à une très-grande diſtance du centre de gravité *G*, de même que du point *C* ſur lequel le vaiſſeau doit tourner. Ainſi il faut bien diſtinguer entre l'effort de l'eau contre le timonnier & l'effet de cette même impulſion contre le Navire. Par rapport au timonnier le point *B* eſt le point d'appui propre, & l'eau n'agit qu'avec un bras de levier très-court. Par rapport au Navire, au contraire, l'impulſion de l'eau s'exerce ſur une direction *NP* dont la diſtance perpendiculaire au centre de gravité *G* eſt très-grande, & c'eſt par cette raiſon que le gouvernail agit ſi puiſſamment pour faire tourner le Vaiſſeau.

De la Vis ou du Verrin.

ON ſe ſert beaucoup plus de la vis ou du verrin dans les Ports de mer que ſur les Vaiſſeaux. Cette machine ſe rapporte naturellement au plan incliné dont nous avons parlé dans les Chapitres II. & III. mais il faut la mettre au nombre des *machines compoſées*; parce qu'on ſe ſert du levier pour la faire agir, ce qui rend ſon action compliquée. Elle eſt capable d'un effort prodigieux lorſque les intervalles entre ſes cannelures ſont extrêmement petits : elle eſt alors comparable à un plan incliné qui a très-peu de hauteur. Il n'importe que ce ſoit la vis qu'on faſſe tourner, ou l'écrou dans lequel elle entre : nous ſuppoſerons ici que c'eſt l'écrou qui tourne, & que toutes ſes parties qui portent ſur les cannelures de la vis, ſont chargées des parties du poids qu'on veut élever.

Figure 19. Une partie du poids eſt donc repréſentée par le corps *D* dans la figure 19 ; *AC* eſt une petite portion de la vis, ou c'eſt une de ſes arrêtes entiere qu'on a redreſſée en ligne droite en lui conſervant ſon inclinaiſon. On pouſſe le poids *D* ſelon la direction *GI* & pour l'empêcher de gliſſer vers le bas, il ſuffit de le pouſſer avec une force beaucoup plus petite que ſa peſanteur. La force qu'il faut employer ſelon *GI* eſt à la peſanteur abſolue *GE* comme la hauteur *AB* eſt à *BC*. Ainſi ſuppoſé que les pas de la vis aient très-peu de hauteur, qu'ils n'aient par exemple qu'un pouce, quoique la vis ait 24 pouces de groſſeur ou de circonférence, il ſuffira d'agir ſelon *GI* avec une force 24 fois plus petite que le poids qu'on veut ſoulever.

Mais il y a encore un moyen d'employer moins de force : au lieu d'agir immédiatement ſur la partie *D* de l'écrou, il n'y a qu'à ſe ſervir d'un levier pour faire tourner l'écrou. Plus le levier ſera long, plus on aura

d'avantage ; & il eſt évident qu'on ſera obligé d'employer moins de force dans le même rapport que le levier ſera plus long par rapport au demi-diametre de la vis ou du cylindre qu'elle forme. La figure 19 ne repréſente pas ce demi diametre ; mais nous pouvons prendre *BC* pour la circonférence qui a été étendue en ligne droite ; & comme les circonférences des cercles ſont en même raiſon que leurs rayons, la puiſſance placée à l'extrêmité du levier aura d'autant plus d'avantage que la circonférence qu'elle décrira ſera plus grande que *BC*. Nous avons donc deux rapports à raſſembler pour connoître tout l'avantage de la puiſſance dans l'uſage de la vis. Cet avantage eſt exprimé par le rapport de *AB* à *BC*, & par celui de *BC* à la circonférence décrite par l'extrêmité du levier. Mais ces deux rapports étant réunis ou compoſés, pour parler comme les Géometres, on a le rapport de *BA* à la circonférence décrite par l'extrêmité du levier ; ce qui nous apprend que l'effet de la vis ne dépend point de ſa groſſeur, mais ſeulement de la hauteur de ſes pas comparés à la circonférence du cercle que décrit l'extrêmité du levier dont on ſe ſert. Figure 19.

Si chaque pas de la vis a un pouce de hauteur, & que le levier ait trois pieds de longueur à prendre du milieu de la vis, la main ou la puiſſance parcourra un cercle qui aura près de 19 pieds de circonférence ou environ 226 pouces. Alors la force ſera augmentée 226 fois ; un effort de 10 livres que fera la puiſſance répondra à 2260 livres dont la vis ou l'écrou ſera chargé. Il ſuffiroit par conſéquent d'augmenter un peu l'effort des 10 livres pour vaincre la peſanteur des 2260 livres ou toute autre réſiſtance égale. Mais ce qu'on gagne du côté de la force, on le perd toujours du côté du temps, conformément à ce que nous avons vu dans l'uſage des autres machines : car il faut que la puiſſance parcourre toute la circonférence qui eſt

de 226 pouces pour faire monter le fardeau d'un ſeul pouce.

Du Coin.

Le coin ſe rapporte auſſi au plan incliné. Un Navire étant à terre, on ſe ſert de coins pour le ſoulever ; on les rend fort aigus & on les introduit ſous la quille en les frappant à coups de maſſue pour les faire avancer. Il faut qu'ils faſſent beaucoup de chemin pour ſoulever la quille ou le Navire de très-peu. L'avantage du coin eſt exprimé par le rapport qui ſe trouve entre ces deux divers eſpaces.

On ſe ſert de cet inſtrument dans une infinité d'autres occaſions. On veut, par exemple, fendre encore
Figure 33. davantage la piece de bois *MP* (*fig.* 33.) il faudra que le coin *ABD* à cauſe de ſa forme aiguë, avance beaucoup dans la fente pour qu'il en écarte ſenſiblement les côtés *F* & *I*. Ainſi une puiſſance qui agira ſur *AB* & qui ſera équivalente à un petit nombre de livres, ſera en équilibre avec l'effort que fait la piece de bois pour ſe refermer.

Si on veut une autre explication du même effet, on n'a qu'à remarquer que les côtés *F* & *I* de la fente n'agiſſent ſur le coin que perpendiculairement à ſes faces. Si leur action ſe faiſoit ſelon quelqu'autre ligne, elle ſe décompoſeroit, & il ne reſteroit à conſidérer que la force perpendiculaire. La piece de bois en faiſant effort pour ſe fermer pouſſe donc les côtés du coin ſelon les lignes *FCK* & *ICL*. Mais ſi on repréſente ces deux efforts particuliers par *CK* & *CL*, on n'a qu'à achever le parallélogramme *LCKH*, & on aura dans ſa diagonale *CH*, l'effort compoſé avec lequel le coin eſt pouſſé en dehors. Lorſque le coin eſt fort aigu, la diagonale *CH* eſt fort courte par rapport à *CL* & *CK*. Ainſi quoique la piece de bois faſſe un très-grand effort pour ſe refermer, il ſuffit de vaincre un

un assez petit effort en poussant le coin de *H* en *D*, pour ouvrir davantage la fente.

CHAPITRE VIII.

De la nature du frottement, & moyen d'en faire entrer la considération dans l'examen des machines.

I.

L'EFFET de la plûpart des machines se trouve sensiblement diminué par le frottement ou par la résistance que font les parties des corps solides à glisser les unes sur les autres. Les surfaces des corps ont toujours quelque aspérité; elles ont de petits creux & de petites éminences qui s'engrainent les unes dans les autres, & il en naît un obstacle auquel il faut nécessairement avoir égard si on ne veut pas se tromper d'une maniere énorme en évaluant l'effet d'une machine.

Les Méchaniciens ne se sont pas peut-être autant attachés à connoître les loix du frottement qu'ils l'auroient dû; ce qui est cause que nous ne sommes encore que peu instruits sur cette matiere, que M. Amontons a examinée le premier. Il a fait voir dans les Mémoires de 1699 de l'Académie Royale des Sciences, que lorsque deux surfaces sont pressées l'une contre l'autre, leur frottement est toujours sensiblement une certaine partie de leur pression ou du poids dont elles sont chargées. Cette partie est fort grande dans les machines construites grossiérement; lorsqu'un traîneau, par exemple, glisse sur le pavé, le frottement est à peu près égal au tiers du poids du traîneau & de sa charge.

Lorſque les ſurfaces ſont polies, qu'elles ſont enduites de quelque matiere onctueuſe, & qu'outre cela on eſt attentif ſur le choix des corps qu'on fait gliſſer les uns ſur les autres, le frottement eſt beaucoup moindre; il n'eſt ſouvent que la ſixieme ou ſeptieme partie de la force qui preſſe les deux ſurfaces.

L'expérience a fait voir qu'il ne faut pas faire frotter l'acier contre l'acier ou le cuivre contre le cuivre. Les petites éminences d'une des ſurfaces s'engagent trop alors dans les creux de l'autre ſurface. Pour faire diminuer le frottement, il n'y a qu'à faire frotter le cuivre contre l'acier : & la même attention eſt utile, lorſqu'on fait frotter du bois contre du bois ; il faut preſque toujours les choiſir de différentes eſpeces. Toutes choſes d'ailleurs étant égales, ſi la charge eſt trois ou quatre fois plus grande, ou ſi les ſurfaces ſont trois ou quatre fois plus preſſées l'une contre l'autre, le frottement ſera plus grand à peu près dans le même rapport, & il faudra agir avec une force auſſi d'autant plus grande pour le vaincre.

Une autre regle que nous devons également à M. Amontons, mais qui n'eſt que ſenſiblement vraie, comme la premiere, c'eſt que la grandeur des ſurfaces qui gliſſent les unes ſur les autres ne fait preſque rien au frottement. Si un traîneau qui peſe avec ſa charge 1200 liv. a deux fois plus ou deux fois moins de ſurface, le frottement ſera toujours à peu près de 400 livres. La raiſon s'en préſente aſſez naturellement à l'eſprit. Si le traîneau, pendant que le poids eſt exactement le même, a deux ou trois fois plus de ſurface, il eſt vrai qu'il y aura deux ou trois fois plus de parties expoſées au frottement, mais comme le poids ſera diſtribué ſur un plus grand nombre de parties, chacune ſera moins chargée, & par cette ſeconde raiſon le frottement ſera moindre. Eu égard à tout, le frottement total ſera donc toujours à très-peu près le même. Cette ſeconde regle

eſt comme une ſuite néceſſaire de la premiere.

Il n'eſt pas difficile de déterminer par l'expérience la grandeur du frottement dans certains cas ; ce qui met en état de juger de ſa force dans la plupart des autres. Si un corps d'une peſanteur connue eſt poſé ſur un plan horiſontal, on n'a qu'à y attacher une corde qu'on tendra horiſontalement & qu'on fera paſſer ſur une ou deux poulies, & on verra enſuite quel poids il faut mettre au bout de cette corde pour ébranler le ſolide ou pour le faire gliſſer.

On peut encore mettre le ſolide ſur un plan auquel on ait la liberté de donner plus ou moins d'inclinaiſon, & il n'y aura qu'à remarquer celle qui permet à peine au ſolide de ne pas gliſſer. Alors le frottement ſera exactement égal à l'effort que fait le poids pour deſcendre le long du plan incliné, & on aura par conſéquent la meſure exacte du frottement. Si le poids D (*fig.* 12.) reſte en repos ſur le plan AC, mais qu'il gliſſe pour peu qu'on incline davantage le plan en ôtant le contre-poids M, le frottement ſera alors égal à la peſanteur relative GH du ſolide dans le ſens parallele au plan. La peſanteur abſolue eſt repréſentée par GE, & elle ſe décompoſe en GH & en GF. Le ſolide preſſe le plan avec le ſecond de ces efforts ; au lieu qu'il ne tend à gliſſer que par le ſecond. Mais puiſqu'il ne deſcend pas & qu'il eſt néanmoins ſur le point de deſcendre, c'eſt une marque que le frottement eſt en équilibre avec l'effort GH. Ainſi on peut en ſavoir l'exacte quantité, & la comparer à la preſſion GF, en réſolvant le triangle GEH par le calcul ou par le moyen d'une figure. Figure 12

Nous pouvons propoſer un troiſieme moyen qui nous paroît très-commode pour découvrir la quantité du frottement. Un corps peſant DE (*fig.* 34.) eſt poſé ſur un plan horiſontal AB, & nous voulons ſavoir quelle eſt la grandeur du frottement. Son centre de Figure 34

Figure 34. gravité eſt en *G* ; nous pouvons conſidérer toute ſa peſanteur comme réunie dans ce point, & nous ſavons que ce centre répond exactement au deſſus du point *C* que nous connoiſſons. Nous n'avons qu'à tirer ce corps horiſontalement par la ficelle *FM* que nous appliquerons plus ou moins haut juſqu'à ce que le corps ſoit ſur le point, non pas de gliſſer, mais de tomber en avant ; & nous n'aurons plus qu'à marquer le point *H* auquel répond la ficelle. Il y aura même rapport du frottement à la peſanteur du ſolide que de *CE* à *CH*.

Lorſqu'on appliquera la ficelle trop bas, le ſolide *DE* ne ſera point ſujet à tomber, il gliſſera en obéiſſant à l'effort que fera la puiſſance *M*. Si au contraire on tire le corps *DE* par un point trop élevé, au lieu de gliſſer, il tombera en avant. Mais ſi on choiſit le point de ſéparation de ces deux cas, la puiſſance *M* ſera égale au frottement, & d'un autre côté, il y aura équilibre entre l'effort que fait cette puiſſance pour faire trébucher le corps & la peſanteur de ce même corps qui tend à l'empêcher de tomber. La puiſſance *M* agit avec le bras de levier *CH* ou *EF*, au lieu que la peſanteur du corps ne s'oppoſe à ſa chûte qu'avec le bras de levier *CE* ; car ſi le corps tomboit, le mouvement ſe feroit ſur le point *E*. Ainſi les deux forces étant en équilibre, elles ſont en raiſon réciproque de leur bras de levier. C'eſt-à-dire, que la puiſſance *M*, ou le frottement qu'éprouve le corps *DE*, eſt à la peſanteur de ce même corps, comme *CE* eſt à *FE*. Si *CE* eſt le quart ou la cinquieme partie de *EF*, ce ſera une marque que le frottement eſt égal au quart ou à la cinquieme partie du poids qui cauſe la preſſion.

II.

Du frottement dans les Machines.

LE frottement étant connu pour les ſurfaces de chaque eſpece, il ne ſera jamais fort difficile d'en faire entrer la conſidération dans le calcul qu'on fera pour évaluer l'effet d'une machine. Nous avons ſuppoſé dans le Chapitre II. qu'un Vaiſſeau dont le poids étoit de 300 tonneaux ou de 600000 livres étoit placé ſur une cale dont la hauteur étoit d'un demi-pouce ſur chaque pied de longueur; & nous avons vu que l'effort qu'il faiſoit pour gliſſer le long de la cale, étoit de $12\frac{1}{2}$ tonneaux ou 25000 livres. Cet effort ne doit preſque jamais ſuffire pour faire deſcendre ce Navire : car la preſſion qui eſt produite par la force GF (*fig.* 12.) eſt preſque égale à la peſanteur abſolue GE de toute la maſſe, à cauſe du peu d'inclinaiſon du plan. Cette peſanteur relative GF ſeroit de 287 ou 288 tonneaux, à proportion de la peſanteur abſolue GE qui eſt de 300. Mais ſi le frottement eſt égal à la ſixieme partie de la charge ou de la preſſion, ce qui n'arrive que lorſque les plans qui gliſſent les uns ſur les autres ſont ſuffiſamment polis, le frottement ſera d'environ 48 tonneaux ou 96000 livres, & il ſera donc preſque quatre fois plus grand que l'effort avec lequel le Navire tend à deſcendre. S'il s'agiſſoit au contraire de faire remonter le vaiſſeau, il ne ſuffiroit pas de le tirer en haut avec aſſez de force pour vaincre les $12\frac{1}{2}$ tonneaux de ſa peſanteur relative GH, il faudroit encore tirer avec un effort de 48 tonneaux de plus pour ſurmonter le frottement : il faudroit employer en tout une force de $60\frac{1}{2}$ tonneaux ou de 121000 livres.

Pour paſſer à un ſecond exemple, nous examinerons le frottement auquel eſt ſujet le cabeſtan. Lorſqu'on ſe

ſert de cette machine pour lever l'ancre ou tout autre fardeau, le cabeſtan eſt tiré de côté par ce poids contre les pieces de bois qui aident à le ſoutenir dans une ſituation verticale. Le frottement eſt donc égal à une certaine partie de ce poids, au tiers ou au quart, ou même à une moindre partie, ſi on a été attentif à donner au cabeſtan toute la mobilité poſſible, & ſi on l'a conſtruit avec ſoin. Mais l'effort des matelots qui agiſſent ſur les barres ou leviers, n'ajoute-t-il rien à la charge ou à la preſſion, & ne fait-il pas augmenter le frottement ?

C'eſt ce qui ne doit pas arriver lorſque les matelots ſont diſtribués tout autour du cabeſtan, & qu'ils ne le pouſſent pas plus d'un côté que de l'autre. Si les uns en travaillant ſur les barres pouſſent le cabeſtan vers la proue, les autres le pouſſent également vers la poupe, & il ne réſulte de tous ces efforts aucune force compoſée qui puiſſe preſſer le cabeſtan plus d'un côté que de l'autre. On voit donc qu'il y a une diſtribution plus ou moins avantageuſe dans l'ordre des matelots lorſqu'ils ne ſont pas en aſſez grand nombre pour environner entiérement la machine. Ici nous ſuppoſons que l'effort eſt également diſtribué ; & dans ce cas il ne faut attribuer le frottement qu'à la ſeule preſſion que cauſe le fardeau qu'on travaille à mouvoir. Si on éleve un fardeau qui peſe 10000 livres, la preſſion ſera égale à ce poids ; & le frottement en ſera la quatrieme ou la cinquieme partie, ſelon la nature des ſurfaces qui gliſſent l'une ſur l'autre.

Mais il faut bien remarquer que les matelots ne doivent pas reſſentir tout ce frottement, & qu'il doit leur paroître d'autant plus foible qu'il ſe fait dans des endroits de la ſurface où le cabeſtan eſt moins gros, & où le frottement eſt appliqué plus près du centre. Si les leviers ſur leſquels agiſſent les matelots ſont ſix à ſept fois plus longs que les ſemi-diametres du cabeſtan

dans les endroits où il frotte, le frottement qui n'eſt que la quatrieme ou cinquieme partie de la preſſion ou de la peſanteur du fardeau, aura par la ſeule différence des leviers, un moment ſix à ſept fois moindre, & les matelots auront ſix à ſept fois plus d'avantage. Ainſi il ſuffira qu'ils augmentent leur effort total ou commun de 3 ou 4 cents livres. Ils étoient, par exemple, obligés de faire un effort de 2000 livres pour ſoutenir le fardeau qui peſe 10000 livres; mais pour élever ce poids il faudra qu'ils faſſent un effort de 2300, ou 2400 livres, à cauſe du frottement.

On peut évaluer le frottement avec auſſi peu de peine dans l'uſage des poulies. Propoſons-nous d'abord une poulie ſimple, comme dans la premiere figure. Figure 1. Cette poulie ſera chargée du poids *P*, & outre cela de l'effort que fait la puiſſance *M*; ainſi la charge ſera égale au double du poids *P*. Si ce poids eſt de 120 livres, la poulie ſera chargée de 240, & ſi le frottement eſt la ſixieme partie de la charge, il ſera de 40 livres. Mais ce frottement reçoit une très-grande réduction; parce qu'il exerce ſon action ſur la cheville ou eſſieu de la poulie; au lieu que la puiſſance agit avec un bras de levier plus long étant appliquée à la circonférence du rouet. La puiſſance eſt donc ſituée d'une maniere plus avantageuſe pour vaincre le frottement, & cela dans le même rapport que le rayon de la poulie ou du rouet eſt plus grand que le rayon de la cheville ou de l'eſſieu. Suppoſé qu'un de ces rayons ſoit cinq fois plus grand que l'autre, il ſuffira d'ajouter à la puiſſance une force de 8 livres pour faire équilibre au frottement; & il ſuit de-là qu'en tirant en *M* avec une force d'un peu plus de 128 livres, on vaincra le frottement & on ſoulevera le poids *P* qui eſt de 120 livres.

Il ſera cependant néceſſaire d'augmenter encore la puiſſance *M*, parce que les 8 livres avec leſquelles elle agit de plus, augmentent la charge de la poulie, &

donnent lieu à un nouveau frottement, quoique petit. On peut dans la pratique négliger cette différence, & néanmoins il eſt très-facile d'y avoir égard. Le frottement eſt ſuppoſé ici la ſixieme partie de la charge en le conſidérant abſolument ; & il oblige d'augmenter la puiſſance d'une trentieme partie de la charge totale à cauſe de la différence des leviers. L'addition ne doit être d'une 30e partie de la charge totale qu'après l'addition, & elle n'eſt donc que la 29e partie de la premiere charge. Ainſi nous n'avons qu'à prendre la 29e partie de 240 livres, & il nous viendra $8\frac{8}{29}$ livres pour l'augmentation totale qu'il faut que nous faſſions à la puiſſance *M* à cauſe du frottement. Les lecteurs remarquent ſans doute que nous ne ſuppoſons la charge de la poulie de 240 livres ou de la ſomme du poids *P* & de l'effort que fait la puiſſance *M*, que parce que les deux parties de la corde ſont paralleles. Si la puiſſance, au lieu de tirer de haut en bas, tiroit horiſontalement comme dans la figure 2, il faudroit toujours qu'elle fit un effort de 120 livres pour ſoutenir le poids, mais la poulie auroit un moindre effort *AE* à ſoutenir ; & il s'enſuivroit de-là que le frottement ſeroit moins grand.

Figure 7. Nous prendrons pour dernier exemple le palan ou la caliorne de la figure 7. Nous ſuppoſerons que le rayon des chevilles ou eſſieux des poulies eſt toujours la cinquieme partie du rayon de chaque rouet ; mais nous ſuppoſerons que le frottement eſt le quart de la preſſion, parce qu'il eſt preſque toujours plus grand lorſque les machines ſont plus compoſées, à cauſe des vices d'exécution qui ſe multiplient. S'il n'y avoit point de frottement, les quatre branches du palan ſoutiendroient également le poids *P* & ſeroient tendues également. Ainſi les deux qui ſont marquées 1 & 2 en ſoutiendroient enſemble exactement la moitié. Mais ſelon la ſuppoſition que nous avons faite, cette moitié du poids

poids produit un frottement qui ſera le quart de cette moitié ; & comme ce frottement produit une réſiſtance cinq fois moindre à cauſe de la grandeur du rayon de la poulie, il faut que la branche 2 ſoit tirée en haut avec une force qui ſoit la 20e partie de la charge, pour remédier au ſeul frottement que ſouffre cette branche la poulie d'en bas. Figure 7.

La force ajoutée n'eſt la 20e partie de la charge qu'après que la force a été ajoutée. Ainſi elle eſt la 19e partie de la charge conſidérée avant l'addition. Si le poids *P* peſe donc 400 livres, ce qui donne 200 livres pour la charge des branches 1 & 2 jointes enſemble, nous n'avons qu'à prendre la 19e partie de 200 livres, & nous aurons $10\frac{10}{19}$ livres pour l'excès de la force avec laquelle la branche doit être tirée en haut. La branche 1 qui n'eſt ſujette à aucun frottement, n'eſt tendue qu'avec une force de 100 livres ; mais comme il faut que la branche 2 ſoutienne le même poids, & que de plus elle ſurmonte le frottement ſur la poulie d'en bas, il faudra qu'elle ſoit tirée en haut avec une force de $110\frac{10}{19}$ livres. On doit ſe ſouvenir que l'augmentation $10\frac{10}{19}$ livres comprend non-ſeulement le frottement que produit la charge primitive, mais qu'elle comprend celui même que cauſe la force ajoutée.

Ce ſera la même choſe dans le paſſage de la branche 2 à la branche 3 ſur une des poulies ſupérieures. Il faut à cauſe du frottement, comme nous venons de le voir, que la branche 2 ſoit tendue avec une force de $110\frac{10}{19}$ livres, pendant que la branche 1 ne ſoutient que 100 livres. La tenſion de la branche 3 doit être plus grande dans le même rapport ; c'eſt-à-dire, qu'elle ſera d'un peu plus de 122 livres. Il faudra faire une augmentation ſemblable pour la branche 4 qui ſera tendue avec une force de 135 livres & une autre augmentation encore proportionnelle pour la branche 5.

Figure 7. qui doit être tirée avec une force à très-peu près de $149\frac{4}{19}$ livres. Ainſi la puiſſance *M*, au lieu d'agir avec une force ſimplement de 100 livres, ſera obligée de tirer avec une force plus grande d'environ une moitié, à cauſe de l'obſtacle que cauſe le frottement des quatre poulies.

Ces cinq nombres 100, $110\frac{10}{19}$, 122, 135 & 149 ſont en progreſſion géométrique, & il faudroit paſſer à un plus grand nombre de termes ſi le palan contenoit un plus grand nombre de poulies. Mais il eſt toujours facile de trouver immédiatement le dernier terme d'une progreſſion géométrique dont on connoît les deux premiers. Il ſuffit, pour avoir les deux premiers, de ſavoir quelle partie de la charge eſt le frottement, & de combien ſon effet eſt diminué par la grandeur des poulies comparées à la groſſeur des chevilles ou eſſieux. Ce nombre de fois étant connu, il faut le diminuer d'une unité pour ſavoir dans quel rapport il faut augmenter la charge de la branche 1 pour avoir celle de la branche 2. Ces deux termes étant trouvés, il n'y aura plus qu'à chercher la différence de leurs logarithmes, & la répéter autant de fois qu'il y a de paſſages de la corde ſur les poulies. On ajoutera cette différence totale au premier logarithme, & on aura celui du dernier terme ou de la force que doit employer la puiſſance *M*.

CHAPITRE IX.

De la difficulté que ſont les cordages à ſe plier, & de l'effet que produit cette réſiſtance dans les machines.

LES cordages dont pluſieurs machines ſont compoſées introduiſent encore un autre genre de réſiſtance qui oblige d'augmenter conſidérablement l'action de la puiſſance. Lorſqu'un cordage paſſe ſur une poulie, il ne ſe plie qu'avec peine, il a une eſpece de roideur qu'il faut vaincre ; & on y réuſſit plus difficilement, 1°. ſi les cordages ſont plus gros ; 2°. ſi ces cordages ſont chargés d'un grand poids ; & 3°. ſi les poulies ou tambours ſur leſquels il eſt néceſſaire qu'ils ſe plient, ſont d'un petit diametre.

Pour connoître juſqu'où va cette roideur des cordages, il n'y a qu'à rendre un tambour *AB* (*fig.* 35.) extrêmement mobile ſur ſon eſſieu *C*. On paſſera une corde ſur ce tambour, & on la chargera par les deux extrêmités de deux poids égaux *P* & *Q*. Si les deux poids étoient ſuſpendus par une ſangle ou par un ruban, il ſuffiroit d'augmenter très-peu un des poids pour troubler l'équilibre. Le frottement ſur l'eſſieu ſeroit égal à la cinquieme ou la ſixieme partie de la ſomme des deux poids ; & comme ce frottement s'exerceroit à peu de diſtance du centre, on le ſurmonteroit en faiſant un aſſez petit effort à la circonférence du tambour, ou en ajoutant très-peu de choſe à un des poids *P* & *Q*. Figure 35.

Lorſque les poids ſont attachés aux bouts d'une corde d'une certaine groſſeur, il faut au contraire une

Figure 35. addition très-conſidérable pour déranger l'équilibre. Suppoſé que le tambour *AB* n'ait que trois pouces de diametre, & que la corde qui ſoutient les poids *P* & *Q* chacun de 60 livres, ait 6 lignes de diametre ou environ 19 lignes de circonférence, on ſera peut-être obligé d'augmenter un des poids de plus de 15 livres. Il eſt vrai que cet excès de force ſera auſſi employé à vaincre le frottement, mais une grande partie s'exercera contre la roideur de la corde.

On a fait diverſes expériences ſur cette matiere depuis que M. Amontons a montré qu'elle méritoit beaucoup d'attention. Quelques-unes de ces expériences ne ſont pas déciſives, mais toutes s'accordent à établir que les réſiſtances que les cordages font à ſe plier ſont proportionnelles à leur diametre, & outre cela aux poids dont ils ſont chargés. On n'eſt pas également d'accord ſur la plus grande réſiſtance qu'ils font, lorſqu'ils paſſent ſur des rouleaux ou tambours plus petits; mais en attendant que nous ſoyons mieux inſtruits, on peut ſuppoſer que cette réſiſtance eſt en raiſon inverſe des diametres des rouleaux ou poulies; ou qu'elle eſt préciſément plus grande en même raiſon que les poulies ont moins de diametre.

Premier moyen d'éprouver la roideur d'un cordage.

On peut, pour déterminer par l'expérience la roideur d'un cordage, ſuivre le procédé que nous venons d'indiquer. Suſpendre ſur un tambour deux poids égaux par le moyen d'un ruban, les ſuſpendre enſuite par le moyen d'une corde, & voir dans les deux cas combien il faut ajouter à un des poids pour faire tourner le tambour. Si les deux poids *P* & *Q* ſont attachés aux deux extrêmités d'un ruban très-flexible, il ſuffira de ſurmonter le frottement que ſouffre l'eſſieu *C* ſur ſes

couſſins, pour faire tourner le tambour. Ainſi il n'y aura qu'à ajouter d'un côté des poids ſucceſſivement plus grands, & remarquer celui qui commence à donner du mouvement au tambour. Ce poids ajouté ſera la meſure du frottement ou de ſon effet. Si on ſubſtitue après cela une corde au ruban, on aura à vaincre non-ſeulement le frottement, mais auſſi la roideur de la corde. Suppoſons pour exemple qu'on ait ſimplement ajouté 7 livres d'un côté pour troubler l'équilibre dans le premier cas, & qu'on ait été obligé de mettre 8 livres encore de plus dans le ſecond cas; ce ſera une marque que la réſiſtance cauſée par la corde qui ne ſe plie pas aiſément, eſt égale à un poids de 8 liv. Figure 35.

Second moyen d'éprouver la roideur des cordages.

ON peut encore, ſi l'on veut, ſuſpendre ſucceſſivement les mêmes poids à deux cordes de différentes groſſeurs, & examiner combien la réſiſtance eſt plus grande dans une expérience que dans l'autre. Les grands poids *P* & *Q* étant les mêmes, le frottement ſera auſſi le même; mais la roideur du cordage ſera différente, elle ſera proportionnelle aux diametres des cordes. Ainſi il s'agira de démêler dans les réſultats deux parties différentes, l'une conſtante pour le frottement dans les deux expériences, l'autre variable ſelon un rapport connu.

Pour faire ce partage d'une maniere facile, il n'y a ſur une ligne droite *TN* (*fig.* 36.) qu'à faire les deux intervalles *TS* & *TN* proportionnels aux diametres des cordes dont on s'eſt ſervi dans les deux expériences. Si le diametre d'une des cordes eſt double ou triple de l'autre, on fera *TN* double ou triple de *TS*. On élevera enſuite deux perpendiculaires *SR* & *NM*, & on leur donnera des longueurs qui expriment les Figure 36.

Figure 36. poids qu'il a fallu ajouter dans les deux expériences pour altérer l'équilibre ou pour faire tourner le tambour. Tirant enſuite la droite *MR* par les extrêmités *M* & *R*, & la conduiſant juſqu'à ce qu'elle rencontre la perpendiculaire *TV* à *TN*, il n'y aura qu'à tirer du point de rencontre *V* la parallele *VY* à *TN*, & elle retranchera ſur les droites *SR* & *NM*, les parties *SX* & *NY* qui exprimeront le frottement égal dans les deux épreuves, pendant que les deux autres parties *XR* & *YM* marqueront la force qu'il a fallu employer pour ſurmonter la roideur des cordes.

La figure 36 nous indique auſſi la maniere de trouver la même choſe par le calcul. La différence *SN* ou *RZ* des deux diametres des cordes eſt à la différence *ZM* des deux poids qu'il a fallu ajouter dans chaque expérience, comme l'un ou l'autre diametre eſt à la réſiſtance *XR* ou *YM* produite par la roideur de chaque corde. Si le tambour étant chargé de deux poids de 60 livres, il a fallu ajouter 15 livres de plus d'un côté pour altérer l'équilibre lorſque la corde qui ſoutenoit les deux poids avoit 6 lignes de diametre, & s'il n'a fallu ajouter qu'un poids de 11 livres lorſque la corde qui ſoutenoit les poids de 60 livres, n'avoit que 3 lignes de diametre, on trouvera que la roideur de la corde cauſoit 8 livres de réſiſtance dans la premiere expérience, & ſeulement 4 dans la ſeconde. Otant enſuite ces quantités *MY* & *RX*, de *MN* & de *RS* qui repréſentent 15 livres & 11 livres, il viendra 7 livres pour le frottement exprimé par *NY* & *SX*; & c'eſt à peu près ce qu'on trouve effectivement, lorſqu'on ſe ſert d'un rouleau de 3 pouces de diametre & de cordes de la groſſeur indiquée.

Figure 35. Si on vouloit ſéparer avec plus d'exactitude la roideur des cordes & le frottement, on y réuſſiroit par le calcul ſuivant, que pluſieurs lecteurs peuvent paſſer. Nommant *P* la ſomme des deux grands poids égaux

qui ont été d'abord attachés aux deux extrêmités des cordes dans les deux expériences, nous nommerons A l'augmentation qu'il faut faire à un des poids pour troubler l'équilibre lorſque la corde a la circonférence C, & a l'augmentation qu'il faut faire & qui eſt moindre lorſque la corde n'a que la circonférence c. Nous déſignerons de plus par F l'effet du frottement, & par R celui de la roideur de la corde dans la premiere épreuve, & par f & r ces deux réſiſtances dans la ſeconde expérience. Ces quantités F & R ſont inconnues, de même que f & r: nous connoiſſons leur ſomme A & a; mais il s'agit de ſéparer dans la ſomme A, les valeurs de F & de R; & de faire la même choſe à l'égard de a qui eſt la ſomme de f & de r. Figure 35.

Les deux frottements F & f ſont dans les deux épreuves dans le même rapport que les charges totales $P+A$ & $P+a$. Ainſi nous aurons $f = \frac{F \times \overline{P+a}}{\overline{P+A}}$. D'un autre côté les roideurs des cordes ou les difficultés qu'elles font à ſe plier, ſont comme les charges totales & comme les circonférences des cordes. Nous avons donc $C \times \overline{P+A} : c \times \overline{P+a} :: R : r$, & ſi nous faiſons attention que les frottements & les roideurs des cordes ont cauſé l'augmentation qu'il a fallu faire à l'un des poids pour troubler l'équilibre, & que nous avons $F+R = A$ & $f+r = a$ dont nous tirons $R = A - F$ & $r = a - f$, nous aurons, au lieu de la proportion précédente, cette autre analogie, $C \times \overline{P+A} : c \times \overline{P+a} :: A - F : a - f$. Ce qui nous donne $aC \times \overline{P+A} - fC \times \overline{P+A} = Ac \times \overline{P+a} - cF \times \overline{P+a}$, dont nous déduiſons $f = \frac{aC \times \overline{P+A} + \overline{cF - Ac} \times \overline{P+a}}{C \times \overline{P+A}}$. Combinant enſuite cette valeur de f avec celle $f = \frac{F \times \overline{P+a}}{\overline{P+A}}$, trouvée plus haut, nous aurons $\frac{F \times \overline{P+a}}{\overline{P+A}} =$

Figure 35. $\frac{aC \times \overline{P+A} + cF - Ac \times \overline{P+a}}{c \times \overline{P+A}}$, dont nous tirons $F = \frac{aC \times \overline{P+A} - Ac \times \overline{P+a}}{\overline{C-c} \times \overline{P+a}}$, qui nous marque le frottement F en grandeurs parfaitement connues ; & ſi nous l'ôtons de A, il nous viendra $R = \frac{A \times C \times \overline{P+a} - a \times C \times \overline{P+A}}{\overline{C-c} \times \overline{P+a}}$ qui nous donne également en termes connus la réſiſtance produite par la roideur du gros cordage.

Si nous appliquons ces deux formules à l'exemple que nous avons pris, nous aurons 120 livres pour P, 15 livres & 11 pour A & a ; les nombres 6 & 3 pour C & c ; puiſqu'on peut mettre les diametres ou les circonférences les uns pour les autres. Introduiſant enfin ces quantités dans ces deux formules, nous trouverons que les 15 livres qu'il a fallu ajouter à un des poids pour faire tourner le tambour lorſque la corde étoit de 6 lignes de diametre, étoient formées par le frottement qui étoit de $7\frac{88}{131}$ livres & par la roideur de la corde qui réſiſtoit à $7\frac{53}{131}$ livres ; au lieu que nous avions trouvé précédemment 7 livres & 8 livres pour ces deux quantités.

Evaluation de l'effet d'un Palan lorſque le frottement & la roideur des cordages ſont conſidérables.

IL ſuit de tout ce que nous venons de dire que le calcul expliqué dans le Chapitre précédent n'eſt pas d'une exactitude ſuffiſante lorſqu'il entre des cordages dans la conſtruction d'une machine. Tâchons donc de
Figure 7. rectifier le calcul fait au ſujet du palan de la figure 7, qui ſert à élever le poids P de 400 livres. Il nous faut connoître la grandeur abſolue des poulies & la groſſeur du funin qui va des unes aux autres. Nous ſuppoſerons les

les poulies de 4 pouces de diametre, & que le diametre du cordage eſt de 4 lignes. Ces dimenſions étant différentes de celles que nous venons d'employer, la roideur de la corde ſera différente, parce que 1°. ſon diametre n'eſt pas le même, parce que 2°. le diametre de la poulie ou du tambour eſt différent, & parce que 3°. la charge totale n'eſt pas la même. Ainſi il y a trois divers changements à faire aux 8 livres que nous trouvions pour la roideur d'une corde de 6 lignes de diametre, lorſqu'elle étoit chargée de 120 livres & qu'elle paſſoit ſur un rouleau de trois pouces de diametre. Figure 7.

Au lieu de faire ces trois changements l'un après l'autre, nous les ferons à la fois par une ſeule analogie. Lorſque la roideur étoit de 8 livres, la charge étoit de 120 livres & la corde étoit de 6 lignes de diametre. Je multiplie ces deux derniers nombres l'un par l'autre, parce qu'ils rendent la roideur plus grande lorſqu'ils ſont eux-mêmes plus grands; & je diviſe leur produit 720 par la troiſieme quantité 3, le diametre de la poulie, qui étant plus petit, rend toujours la roideur de la corde plus grande. Il me vient 240 au quotient, & c'eſt le premier terme de l'analogie. Je mets pour ſecond terme les 8 livres de roideur des mêmes épreuves, & pour avoir le troiſieme terme, je multiplie les 4 lignes de diametre qu'a la corde du palan de la figure 7 par les $210\frac{10}{19}$ livres qui forment la charge des deux branches 1 & 2 jointes enſemble, & je diviſe le produit par le diametre 4 pouces des poulies. Il me vient au quotient $210\frac{10}{19}$ qui eſt donc le troiſieme terme de l'analogie, & ſi on l'acheve, on trouve à peu près 7 livres pour l'effet de la roideur du funin.

Nous avons vu dans le Chapitre précédent en examinant le même exemple, que la branche 2 devoit être tirée de bas en haut avec une force de $110\frac{10}{19}$ liv. à cauſe du frottement. Il faudroit donc ajouter 7 liv.

Figure 7. aux 110 $\frac{10}{17}$, si la poulie sous laquelle passe cette partie de la corde étoit soutenue par son centre. Mais lorsqu'on agit sur la branche 2 pour vaincre sa roideur & celle de la branche 1, le point d'appui est au bas de la branche 1; d'où il suit qu'on a pour levier, en agissant contre la roideur du funin, non pas le rayon de la poulie, mais tout son diametre; il faut donc prendre la moitié de 7 livres pour l'ajouter à 110 $\frac{10}{17}$ livres, & il nous viendra environ 114 livres pour la force avec laquelle il faut tirer en haut la branche 2, pour vaincre le frottement & la roideur de la corde joints ensemble.

Il nous paroît que la réduction que nous faisons aux 7 livres est fondée en raison. Cependant nous souhaiterions pouvoir faire quelques nouvelles expériences sur ce sujet. Peut-être faut-il distinguer entre les roideurs des deux parties de la corde; & que c'est faute de n'avoir pas fait cette distinction, qu'on ne s'est pas accordé jusqu'à présent sur le rapport selon lequel la roideur de la corde produit des effets différents, lorsqu'on se sert de poulies ou de tambours de différents diametres.

La branche 1 du palan de la figure 7 est tendue avec une force de 100 livres, & la branche 2 est tendue avec une force d'environ 114 livres pour surmonter tant la résistance produite par le frottement que celle que cause la roideur du cordage. Il faudroit même que la branche 2 fût tirée avec une force de 118 $\frac{1}{2}$ livres si nous ne diminuions pas de moitié l'effet produit par la roideur. Il ne faut pas faire une semblable diminution pour le passage de la branche 2 à la branche 3, ni pour celui de la branche 4 à la branche 5, puisque les deux poulies supérieures sont soutenues par leur centre. Mais la réduction paroît nécessaire pour le passage de la branche 3 à la branche 4; le frottement & la roideur doivent y produire proportionnellement autant d'effet que dans le passage de la branche 1 à la bran-

che 2. Nous avons donc à trouver le cinquieme terme d'une progreſſion géométrique particuliere dont tous les termes n'augmentent pas dans le même rapport. Le premier étant 100 & le ſecond 114, le troiſieme doit être plus grand que le ſecond dans le rapport de 100 à $118\frac{1}{2}$, & ces deux différents rapports ſont obſervés alternativement. Figure 7.

Chacun de ces rapports, celui de 100 à 114, & celui de 100 à $118\frac{1}{2}$, eſt répété deux fois. Ainſi pour trouver le cinquieme terme immédiatement par les logarithmes, il faut doubler les différences des logarithmes de 100 à 114, & de 100 à $118\frac{1}{2}$. Ces différences étant ajoutées enſemble & multipliées par 2, parce que chaque rapport eſt répété deux fois, nous aurons 0.2612462 qu'on doit ajouter au logarithme du premier terme 100; & il nous viendra 2.2612462 pour le logarithme du cinquieme terme 182. Il faut donc, eu égard à tout, que la puiſſance *M* faſſe un effort de 182 livres pour élever le poids *P* qui eſt de 400 livres. On voit combien le frottement & la roideur des cordes ſont conſidérables : en les négligeant, on trouvoit qu'il ne falloit en *M* qu'une force de 100 livres, au lieu qu'il faut en employer une preſque double. Qu'on juge donc s'il n'eſt pas à propos de bien examiner le projet d'une machine avant que de s'en promettre le ſuccès & de la mettre en exécution !

Une remarque d'un autre genre qui ſe préſente encore ici très-naturellement, c'eſt qu'il ne faut pas employer des cordes trop groſſes, elles ont trop de roideur, & il vaut mieux, par une infinité de différents motifs, ſe conformer aux préceptes de M. Duhamel qui réuſſit à les rendre beaucoup plus ſouples, en même temps qu'il leur donne beaucoup plus de force. Il faut auſſi faciliter la mobilité des poulies, & on doit augmenter leur diametre, autant qu'on le peut, ſans rendre leur peſanteur nuiſible.

SECONDE SECTION.

De l'action des corps ſolides, & de leur équilibre lorſqu'ils ſont en mouvement.

CHAPITRE PREMIER.

De l'inertie des corps, de leur mouvement, de leur peſanteur, &c.

IL n'y a aucun de nos lecteurs qui n'ait éprouvé pluſieurs fois que tous les corps ne prennent du mouvement & ne le perdent qu'avec difficulté. Plus un corps eſt peſant ou maſſif, plus il faut faire d'effort en le pouſſant pour le mouvoir. S'il s'agit de mouvoir une maſſe deux ou trois fois plus grande, il faut employer auſſi deux ou trois fois plus de force. Les corps ſe refuſent au mouvement en même temps qu'ils le prennent : ils ont de *l'inertie*, ou, ce qui revient au même, ils réſiſtent comme s'ils étoient capables de quelque pareſſe. Mais cette même difficulté ſe fait reſſentir également lorſqu'on veut faire perdre du mouvement à un corps qui ſe meut ; & plus il a de maſſe ou plus il eſt peſant, plus on éprouve auſſi de difficulté lorſqu'on travaille à détruire ſon mouvement ou à lui en faire perdre une certaine partie. Ainſi ce qu'on nomme *inertie* en Méchanique ou en Phyſique, ſe fait reſſentir toutes les fois qu'il s'agit de changer l'état de quelque corps. Il paroît que chaque partie de matiere a une certaine force pour perſiſter dans ſon

mouvement ou dans ſon repos, & qu'elle n'en change qu'avec une difficulté que l'agent ou la cauſe qui produit le changement eſt obligé de ſurmonter.

Lorſqu'un boulet eſt ſur la fin de ſon mouvement & qu'il ne va qu'avec la vîteſſe d'une boule ordinaire, il eſt néanmoins encore capable d'aſſez grands efforts; & ſi on vouloit l'arrêter, il faudroit employer beaucoup plus de force que pour arrêter la boule. On a dans cette différence une forte preuve que la quantité de matiere mue tient lieu d'une plus grande vîteſſe. Le boulet peſe ſix à ſept fois plus que la boule, il contient ſix à ſept fois plus de matiere peſante; c'eſt pourquoi il réſiſte ſix à ſept fois davantage à la perte de ſon mouvement. Il peut encore alors renverſer ou rompre les obſtacles qu'il rencontre, parce que s'il a peu de vîteſſe, il a d'un autre côté beaucoup de maſſe, il peſe beaucoup plus que la boule de bois. On trouveroit auſſi ſix à ſept fois plus de difficulté à lui donner la même vîteſſe qu'à la boule s'ils étoient l'un & l'autre en repos. Ainſi nul corps ne change d'état ſans réſiſter; & cette réſiſtance dépend de la grandeur du changement qu'on produit. Plus on change la vîteſſe en l'augmentant ou en la diminuant, plus on éprouve de difficulté; & c'eſt la même choſe lorſque la maſſe ſur laquelle on agit eſt plus grande. Cette difficulté eſt toujours comme le produit de la maſſe qu'on meut par la vîteſſe qu'on lui communique; elle eſt proportionnelle au mouvement qu'on imprime ou qu'on anéantit.

Il arrive ſouvent qu'on confond dans le diſcours ordinaire la vîteſſe avec le mouvement, quoiqu'ils ſoient très-différents & que l'un ſoit comme le réſultat de l'autre. La vîteſſe n'eſt autre choſe que la longueur du chemin parcouru dans un temps déterminé, ſans qu'on ait égard à la maſſe mue. Un Navire, par exemple, fait trois lieues de chemin dans une heure, pendant

qu'une Galere n'en fait qu'une ; alors le Navire a trois fois plus de vîteſſe que la Galere ; il ne s'agit point dans ce rapport de la charge de l'un ou de l'autre ou de la maſſe tranſportée. Mais les Méchaniciens entendent par *mouvement*, le produit de la maſſe par la vîteſſe, c'eſt-à-dire, qu'ils ont non-ſeulement égard à la grandeur de la vîteſſe, mais auſſi à la quantité de la matiere tranſportée ; & ils multiplient l'une par l'autre. Si le Navire qui fait 3 lieues par heure, peſe en tout quatre cents tonneaux, au lieu que la Galere qui ne fait qu'une lieue par heure ne peſe que cent tonneaux, le Navire aura douze fois plus de mouvement que la Galere ; parce qu'outre qu'il a trois fois plus de vîteſſe, il y a quatre fois plus de matiere qui participe à la même vîteſſe.

Si nous changeons la ſuppoſition ; ſi le Navire qui peſe 400 tonneaux ne fait qu'une demi-lieue par heure, & que la Galere qui peſe cent tonneaux faſſe deux lieues, ils auront enſuite autant de mouvement l'un que l'autre. Le Navire eſt, il eſt vrai, quatre fois plus peſant ou contient quatre fois plus de matiere que la Galere ; mais d'un autre côté il va quatre fois moins vîte, puiſqu'il ne fait qu'une demi-lieue pendant que la Galere fait deux lieues. Alors il y auroit donc égalité de mouvement : la plus grande maſſe ſuppléroit à ce qui manqueroit du côté de la vîteſſe ; de même que la plus grande vîteſſe tient lieu d'une plus grande maſſe. Le produit de l'une par l'autre ſeroit le même dans les deux corps ; & s'ils alloient directement à la rencontre l'un de l'autre, ils s'arrêteroient réciproquement ; parce qu'ils auroient une égale force ou une égale quantité de mouvement qui eſt, comme nous venons de le dire, le produit de la vîteſſe par la maſſe tranſportée.

Il faut bien remarquer que la difficulté que font les corps à recevoir du mouvement ou à le perdre, ne

vient pas immédiatement de leur peſanteur. Lorſque nous ſommes dans un bateau armé d'un grand nombre de rameurs, notre peſanteur eſt comme détruite, elle ne nous donne pas plus de tendance vers un certain côté que vers l'autre. La ſurface d'une eau tranquille eſt parfaitement horiſontale, & differe eſſentiellement d'un plan incliné. Cependant nous ſentons à chaque coup de rames qui fait augmenter la vîteſſe de notre marche, que nous ne prenons ce même mouvement qu'avec peine, & que nous tendons à reſter de l'arriere. Ce n'eſt pas là l'effet de notre peſanteur, puiſque cette force, nous le diſons de rechef, agit ſelon une ligne exactement à plomb, & qu'en la décompoſant, on trouveroit que la partie qui s'exerce ſelon l'horiſon, eſt abſolument nulle. Nous prenons enfin un grand mouvement, mais lorſque nous l'avons une fois reçu, nous ne le perdons auſſi enſuite qu'avec difficulté. Si le bateau ou la chaloupe s'arrête tout-à-coup, nous ſentons notre propre mouvement qui nous jette vers l'avant, & avec une très-grande force ſi la vîteſſe du bateau eſt très-grande. Qu'on juge après cela de la force du mouvement qu'a un Navire qui ſingle à pleines voiles. Il a fallu que l'effort du vent ſe répétât une infinité de fois pour le produire; mais lorſqu'il a été une fois donné, les plus forts cables ne ſeroient pas capables de l'arrêter, & la force du mouvement eſt ſi grande, que le Navire ſe mettroit en pieces, ſi par malheur il rencontroit directement quelque écueil.

Les Marins connoiſſent le mouvement ſous le nom d'*erre*; ils diſent qu'un Navire a plus d'*erre* lorſqu'il va plus vîte, & qu'un grand Navire a plus d'*erre* qu'un petit, lorſque les autres circonſtances ſont les mêmes. Ainſi le mot d'*erre* dans la Marine a préciſément la même ſignification que celui de *mouvement* dans la Méchanique ou dans la Phyſique. Mais les Marins ne ſe ſervent guere du mot d'*erre* que lorſque le Navire

va très-vîte, & cependant un Navire a encore de l'*erre*, quoique très-petite, dans les moindres vîteſſes.

Lorſque deux Vaiſſeaux ſont à côté l'un de l'autre, & que d'un mouvement preſque inſenſible, ils s'approchent réciproquement, il faut encore une très-grande force pour les éloigner. Cette difficulté ne naît d'aucun frottement, ni de ce que l'eau ne ſe diviſe pas avec aſſez de promptitude ; car on ſait, par une infinité d'expériences, que les fluides qui réſiſtent beaucoup aux grandes vîteſſes, cedent avec la plus extrême facilité lorſqu'on ne travaille à les diviſer qu'avec lenteur. On peut évaluer cette réſiſtance ; nous en expliquerons la méthode dans la ſuite : cette réſiſtance ne va pas à 9 ou 10 livres lorſqu'il s'agit de faire parcourir dans une ſeconde de temps un tiers de ligne ou une demie ligne aux plus grands Vaiſſeaux ſelon une ligne perpendiculaire à leur longueur. Ainſi la grande réſiſtance qu'on éprouve vient d'une autre cauſe ; c'eſt qu'une maſſe énorme comme le Vaiſſeau, ne reçoit du mouvement qu'avec difficulté, & que lorſqu'on emploie une très-grande force.

Si on veut encore mieux voir la diſtinction qu'il faut mettre entre la peſanteur & la force de *l'inertie*, on n'a qu'à conſidérer ce qui arrive à une groſſe cloche lorſqu'elle eſt en mouvement. Si on fait effort pour l'arrêter dans le temps même qu'elle monte, on en eſt ſouvent entraîné. Qu'on attende pour la pouſſer vers le bas, le temps pendant lequel elle décrit le demi-arc par lequel elle deſcend, on trouve encore de la difficulté & on ne produit guere plus d'effet, quoiqu'on faſſe de grands efforts. Or ce n'eſt pas certainement la peſanteur qui produit alors la grande réſiſtance qu'on éprouve, puiſqu'on a au contraire pour ſoi cette peſanteur ; on en eſt aidé. Ainſi la force du mouvement, ou la réſiſtance que fait un corps à recevoir du mouvement ou à le perdre, doit néceſſairement être attribuée à une autre cauſe.

Il

Il eſt bien vrai que l'inertie & la peſanteur ont des rapports. Le mouvement, lorſque les autres circonſtances ſont les mêmes, eſt proportionnel à la quantité de matiere mue, & la peſanteur eſt auſſi proportionnelle à la maſſe du corps ou à la quantité de matiere qu'il contient. Deux pieds cubiques de plomb peſent deux fois plus qu'un pied cubique, & ils auront auſſi deux fois plus de mouvement s'ils ſe meuvent avec la même vîteſſe. Mais l'inertie n'eſt pas la même choſe que la peſanteur, puiſque nous avons pluſieurs moyens de ſuſpendre l'effet de cette ſeconde force, & que nous pouvons ſouvent nous la rendre favorable; au lieu que nous avons toujours la premiere à vaincre, lorſque nous voulons changer l'état d'un corps, lui donner du mouvement ou lui en ôter. Nous ne parlons ici du mouvement & de l'inertie qu'en les conſidérant abſolument & pour ainſi dire par leur côté phyſique. Nous devons éviter toute diſcuſſion métaphyſique, & nous pouvons renvoyer à nos *Entretiens ſur l'inclinaiſon des orbites des planètes*, dans leſquels nous avons eu occaſion de nous expliquer davantage. Voyez la ſeconde édition.

Nous terminerons ce Chapitre, en ajoutant une derniere remarque à ce que nous diſions touchant la quantité du mouvement qui eſt le produit de la maſſe par la vîteſſe. Si deux corps ont une égale quantité de mouvement, ils ont une égale force, il y a équilibre ou égalité entre leurs actions lorſqu'ils ſe rencontrent directement, & on peut donc ſubſtituer l'une à l'autre. C'eſt ce qui s'accorde parfaitement avec tout ce que nous avons vu dans la premiere Section, où nous nous ſommes convaincus que ſi on réuſſit par diverſes machines à mouvoir de plus grands fardeaux, on leur donne toujours en même temps moins de vîteſſe dans le même rapport. En effet, toutes ces choſes extraordinaires qui paroiſſent quelquefois ſi étonnantes, &

qu'on regarde comme des eſpeces de prodiges produits par les Méchaniques, ne conſiſtent toujours qu'à échanger un mouvement en un autre qui lui eſt équivalent, mais qui eſt le produit de maſſes & de vîteſſes différentes.

Si, en employant une certaine quantité de force, on veut remuer ou tranſporter un corps 10 ou 20 fois plus peſant, on le pourra, comme nous l'avons vu, par la diſpoſition des poulies, des leviers ou des plans inclinés; mais on donnera à ce corps dix ou vingt fois moins de vîteſſe. Ainſi on ne fera que mettre une diſtribution différente entre la maſſe & la vîteſſe; & c'eſt en cela que conſiſte tout l'art des forces mouvantes. La quantité de mouvement ſera conſtamment la même, & répondra toujours également à la force employée par l'agent. On agira contre une plus grande maſſe; mais on lui imprimera auſſi moins de vîteſſe, ou on produira l'effet plus lentement; ce qu'on gagnera d'un côté, on le perdra de l'autre. Nous traiterons plus particuliérement de la communication des mouvements dans la ſuite. Nous allons d'abord examiner ſelon quelle loi les graves ou les corps peſants accélérent leur vîteſſe dans leur chûte.

CHAPITRE II.

De la chûte des corps peſants & de l'accélération de leur vîteſſe.

Les vîteſſes que la peſanteur communique aux graves peuvent ſervir de meſure à toutes celles que prennent les corps: & on peut rapporter les unes aux autres, puiſque la chûte des corps nous fournit des vîteſſes qui ſont différentes ſelon tous les degrés imaginables. Il

n'eſt donc pas inutile de jetter les yeux ſur quelques-unes des particularités de la chûte des corps. Ce phénomene eſt peut-être le plus général de toute la Nature.

Lorſqu'un corps tombe librement dans l'air, il prend une vîteſſe qui reçoit continuellement une nouvelle augmentation ; & ce qui montre que la rapidité de ſa chûte ne le ſouſtrait pas à l'action de ſa peſanteur, c'eſt que ſa vîteſſe augmente toujours par des degrés égaux en croiſſant en progreſſion arithmétique ſelon l'ordre des nombres naturels. Si la gravité étoit cauſée par quelque fluide inviſible qui eût peu de vîteſſe, & qui en frappant les corps peſanrs en deſſus, les précipitât vers la terre, il y auroit une certaine vîteſſe qui les mettroit à couvert de toute nouvelle impreſſion : les graves deſcendroient enſuite ſans augmenter davantage leur mouvement, & en conſervant ſimplement celui qu'ils auroient déja acquis. Mais quelque vîteſſe que prennent les corps qui tombent, on les a toujours vus l'augmenter, lorſqu'on a pu démêler la réſiſtance que les obſtacles étrangers y mettoient. Ainſi la cauſe de la peſanteur agit avec une vîteſſe comme infinie ; puiſque la vîteſſe du corps qui tombe eſt toujours comme nulle par rapport à l'autre, & qu'elle n'apporte jamais aucune diminution à ſon effet. Le grave a déja reçu mille degrés de vîteſſe, il en recevra encore dans tous les inſtants ſuivants, d'autres parfaitement égaux aux premiers.

Pour mieux ſe repréſenter les augmentations que reçoivent toutes les vîteſſes d'un grave dans ſa chûte, on n'a qu'à imaginer une infinité de paralleles infiniment voiſines & également éloignées les unes des autres dans un triangle rectangle *GAH* (*fig.* 37.) Ces lignes exprimeront la ſuite des vîteſſes pendant que les petites parties de *AG* repréſenteront la durée des inſtants. Les vîteſſes ſeront très-petites vers *A*, parce que le grave en tombant n'a encore que peu *accéléré* ou aug- Figure 37.

Figure 37. menté ſon mouvement ; mais après un certain nombre d'inſtants, qui ſera exprimé par *AB*, il aura la vîteſſe *BC*. Beaucoup plus bas, il aura la vîteſſe *lm*, & l'inſtant d'après il aura la vîteſſe *LM* qui eſt plus grande que la précédente de la petite augmentation *OM* qui eſt le nouvel effet de la peſanteur. Toutes ces vîteſſes, qui croiſſent en progreſſion arithmétique, ſont dans la réalité au bout les unes des autres lorſque le grave tombe ; mais au lieu de les arranger ici ſelon cet ordre, nous les mettons les unes à côté des autres, pour avoir plus aiſément leur ſomme ou la chûte totale du grave. Ainſi la ſurface du triangle partial *BAC* ou *IAK*, &c. exprime l'eſpace que parcourt un corps en tombant avec liberté ; & les parties correſpondantes *AB*, *AI* de la droite *AG*, à commencer au point *A*, nous repréſentent les temps écoulés depuis le commencement de la chûte.

Il ſuit de ce que nous venons de dire, que les vîteſſes du grave qui tombe ſont en chaque point de ſa deſcente, comme les temps qu'il a déja mis à tomber. Si *AG* eſt deux ou trois fois plus grande que *AB*, ſi *AG* repréſente 20 ou 30 ſecondes de temps, au lieu que *AB* n'en repréſente que 10, la vîteſſe *GH* ſera exactement double ou triple de la vîteſſe *BC*. Plus il y a de temps que le corps tombe, plus la peſanteur a travaillé efficacement à augmenter ſa vîteſſe. Mais chacune de ces vîteſſes n'appartient qu'à un ſeul inſtant, puiſque le grave en change continuellement en tombant de plus vîte en plus vîte ; & il eſt évident que ſi on veut avoir la grandeur des chûtes, il faut prendre la ſomme de toutes les vîteſſes particulieres, laquelle eſt repréſentée par la ſurface des triangles.

Ainſi dans un temps *AG* double ou triple d'un autre temps repréſenté par *AB*, le grave doit tomber quatre fois ou neuf fois davantage. Car la plus grande de ces chûtes ſera exprimée par la ſurface du trian-

gle GAH, & l'autre par la ſurface du triangle BAC; & comme les deux triangles ſont ſemblables, leurs ſurfaces ne doivent pas être ſimplement comme AG & AB, mais comme chacun de ces côtés multiplié par lui-même, c'eſt-à-dire, comme leurs quarrés ou comme les quarrés des temps. Figure 37.

Nous pouvons expliquer la même choſe d'une autre maniere qui paroîtra peut-être encore plus ſenſible. La vîteſſe moyenne d'un grave ne doit être priſe ni au commencement de ſa chûte ni à la fin; mais exactement au milieu du temps qu'il a employé à deſcendre. Ce grave a mis tout le temps AB à tomber; ce ſera EF ſa vîteſſe moyenne, celle qui tiendra le milieu entre les plus petites qui étoient en deſſus & les plus grandes qui ſont en deſſous. Mais ſi le corps, au lieu de ne tomber que pendant le temps AB, tombe pendant un temps AG trois fois plus long, ſa vîteſſe moyenne IK ſera auſſi trois fois plus grande; & comme le corps aura employé outre cela trois fois plus de temps à tomber, il aura donc parcouru en tout un eſpace neuf fois plus grand. Si la chûte ſe fait pendant un temps dix fois plus long, le corps tombera par la même raiſon cent fois davantage; car outre qu'il ſe ſera mû en tombant pendant dix fois plus de temps, ſa vîteſſe moyenne ſera dix fois plus grande. Or le produit de 10 par 10 donne 100 pour l'eſpace parcouru.

On ſait, par pluſieurs expériences faites avec ſoin, qu'un grave deſcend de 15 piéds 1 pouce dans la premiere ſeconde de ſa chûte. Cela ſuppoſé, il eſt très-facile de déterminer de combien il doit deſcendre dans tout autre nombre de ſecondes. On n'a qu'à multiplier toujours 15 pieds 1 pouce par le quarré du nombre des ſecondes propoſé, ou deux fois par ce même nombre. La petite Table que nous inſérons à la fin de ce Chapitre, a été calculée ſur ce principe.

Nous n'y avons pas eu égard à la réſiſtance de l'air;

Figure 37. parce que les uſages auxquels nous deſtinons cette Table n'exigent pas cette attention. Nous avons dû encore moins conſidérer que la peſanteur des graves n'eſt pas abſolument la même par toute la terre, & qu'elle eſt un peu moindre vers l'équateur que dans les autres endroits du globe : c'eſt-à-dire que les mêmes graves, lorſqu'on les tranſporte vers l'équateur, y tombent avec un peu moins de vîteſſe qu'en Europe. La peſanteur ſouffre encore une diminution très-réelle ; elle eſt un peu plus petite à une grande hauteur que proche de la terre ; je l'ai trouvée ſur le ſommet d'une montagne du Pérou haute de 2434 toiſes, moindre d'une 845e partie qu'en bas au bord de la mer. Mais une ſi petite différence doit être négligée ici.

Une conſidération à laquelle il eſt plus important que les lecteurs ſoient attentifs, c'eſt que tous les graves tombent dans le même endroit avec la même vîteſſe. Une balle de mouſquet tomberoit de 241 pieds en quatre ſecondes ſelon la petite Table, & un boulet de canon ou une bombe ne tomberoit que de la même hauteur dans le même temps ; parce que ſi la bombe eſt cinq à ſix mille fois plus peſante que la balle, ſa peſanteur a auſſi cinq à ſix mille fois plus de matiere à mouvoir. La peſanteur eſt proportionnelle à la maſſe, & l'inertie y eſt auſſi proportionnelle ; ainſi la vîteſſe doit être la même.

Nous avons joint à la même Table les vîteſſes qu'a le grave à la fin de chaque chûte. Il ne parcourt 15 pieds 1 pouce dans la premiere ſeconde qu'avec une vîteſſe moyenne qui eſt la moitié de celle qu'il a acquis à la fin de ce temps. Ainſi il parcourroit 30 pieds 2 pouces dans cet intervalle, s'il ſe mouvoit d'une vîteſſe parfaitement uniforme, égale à celle qu'il a acquiſe à la fin de la premiere ſeconde. A la fin de la ſeconde ſeconde il a une vîteſſe double ; une vîteſſe triple à la fin de la troiſieme ſeconde, & ainſi de ſuite. Ces vîteſ-

ſes ſont marquées dans la troiſieme colonne & dans la ſixieme. On trouve, par exemple, vis-à-vis de 50 ſecondes les nombres 37708 & 1508. Le premier marque combien le grave parcourt de pieds de Roi en tombant à plomb pendant 50 ſecondes, & l'autre nombre nous apprend que le grave a acquis à la fin de ce temps une vîteſſe à faire 1508 pieds dans une ſeconde. Le premier nombre répond à la ſurface du triangle *ABC* ou *AIK*, &c. & le ſecond nous indique la longueur des lignes *BC* ou *IK*, &c. Figure 37.

Du mouvement des graves qu'on lance en haut.

LA figure 37. repréſente non-ſeulement toutes les vîteſſes ſucceſſives d'un grave qui tombe librement par ſa peſanteur, elle peut repréſenter auſſi le mouvement d'un corps qu'on jette verticalement en haut, pourvu qu'on conſidere les paralleles du triangle dans un ordre renverſé. On lance, par exemple, un corps verticalement avec la vîteſſe *GH*; cette vîteſſe ira continuellement en diminuant pendant que le corps s'élevera. La peſanteur en détruira des degrés toujours égaux à *OM* dans chaque inſtant. Ainſi les vîteſſes ſeront les mêmes pendant que le corps montera que lorſqu'il deſcendoit, mais elles ſeront dans un ordre contraire; & enfin le grave ceſſera de monter lorque ſa vîteſſe aura été entiérement détruite degré à degré. Elle étoit d'abord *GH*, & elle deviendra *LM* au bout d'un temps exprimé par *GL*; elle ſera *lm* dans l'inſtant ſuivant; elle deviendra ſucceſſivement *IK*, *BC*, &c. & ſera détruite entiérement à la fin du temps *GA*, lorſque le grave aura monté d'une quantité exprimée par la ſurface entiere du triangle *GAH*.

Il ſuit de-là que les hauteurs auxquelles un corps s'éleve lorſqu'on le jette en haut ſont comme les quarrés

des vîteſſes avec leſquelles on le lance, ou comme les vîteſſes multipliées par elles-mêmes. Si on le jette avec une vîteſſe dix fois plus grande, il faudra dix fois plus de temps à la peſanteur pour la réduire à rien : mais outre cela la premiere vîteſſe étant dix fois plus grande, la vîteſſe moyenne ſe reſſentira de cette grandeur, & une vîteſſe moyenne dix fois plus grande étant multipliée par un temps dix fois plus long que le grave mettra à monter, ce grave montera néceſſairement cent fois plus haut.

Table des chûtes des corps peſants.

Durées des chûtes.	Grandeurs des chûtes.	Viteſſes à la fin de chaque ſeconde.	Durées des chûtes.	Grandeurs des chûtes.	Viteſſes à la fin de chaque ſeconde.
Secondes	Pie. Pou.	Pieds.	Secondes	Pieds.	Pieds.
0	0 0	0 0	31	14495	935
1	15 1	30	32	15445	965
2	60 4	60	33	16425	995
3	135 9	90	34	17436	1026
4	241 4	121	35	18435	1056
5	377	151			
6	543	181	36	19552	1086
7	739	211	37	20647	1116
8	965	241	38	21780	1146
9	1222	272	39	22941	1176
10	1508	302	40	24133	1207
11	1825	332	41	25355	1237
12	2172	362	42	26604	1267
13	2549	392	43	27889	1297
14	2956	422	44	29201	1327
15	3394	452	45	30544	1357
16	3861	483	46	31916	1388
17	4359	513	47	33319	1408
18	4888	543	48	34752	1448
19	5445	573	49	36215	1478
20	6033	603	50	37708	1508
21	6651	633	51	39232	1539
22	7300	664	52	40785	1569
23	7979	694	53	42369	1599
24	8688	724	54	43983	1629
25	9427	754	55	45625	1659
26	10196	784	56	47301	1689
27	10996	814	57	49006	1719
28	11825	845	58	50737	1749
29	12689	875	59	52505	1779
30	13575	905	60	54300	1810

CHAPITRE

CHAPITRE III.

De la chûte des corps le long des plans inclinés.

LORSQU'UN corps deſcend le long d'un plan incliné, ſa peſanteur eſt ſoutenue en partie par le plan; & la force qui tend à le faire deſcendre eſt d'autant plus petite, comme nous l'avons vu dans le Chapitre II de la Section précédente, que le plan approche davantage d'être horiſontal ou de niveau. Mais cette même force travaille continuellement à faire augmenter la vîteſſe du grave, ou à le faire tomber de plus vîte en plus vîte; & comme elle agit de la même maniere tout le long du plan, les vîteſſes de la chûte doivent encore augmenter ſelon l'ordre des nombres naturels, comme dans la chûte verticale. On peut donc repréſenter ces vîteſſes par des lignes paralleles *EF*, *BC*, &c. tirées au dedans du triangle de la figure 37, mais en les rendant plus courtes ou en rendant le triangle plus étroit. Les eſpaces parcourus, quoique plus petits, ſeront toujours proportionnels aux quarrés des temps ou aux produits des temps multipliés par eux-mêmes. Figure 37.

Si le plan incliné *AC* (*fig.* 12.) a ſa longueur *AC* triple ou quadruple de ſa hauteur *AB*, la peſanteur abſolue *GE* du corps *D* n'agira pour faire deſcendre ce corps qu'avec une peſanteur relative *GH* qui ſera trois ou quatre fois plus petite que la peſanteur abſolue. Ainſi les degrés ajoutés à la vîteſſe du grave, ſuppoſé qu'il ceſſe d'être retenu par le contrepoids *M*, ſeront trois ou quatre fois plus petits que ceux que la peſanteur lui imprimeroit, s'il tomboit à plomb ou verticalement. Toutes ſes vîteſſes qui ſeront formées de ces Figure 12.

petites additions, ſeront donc trois ou quatre fois moindres, de même que tous les eſpaces qu'il parcourra; & il faudra, pour avoir ces eſpaces, prendre le tiers ou le quart de ceux qui ſont indiqués dans la petite Table que nous avons donnée dans l'autre Chapitre. En général, il n'y aura qu'à faire cette analogie : La longueur du plan incliné eſt à ſa hauteur, comme les eſpaces marqués dans la petite Table ſeront à ceux que le grave parcourra en deſcendant dans le même temps le long du plan incliné.

C'eſt la même choſe des fluides qui coulent librement le long d'un canal. L'inclinaiſon de ce canal eſt, par exemple, d'environ 2° 23′, ou ſa longueur eſt 24 fois plus grande que la quantité verticale dont il eſt plus élevé par une extrêmité que par l'autre, la peſanteur relative avec laquelle les molécules d'eau tendront alors à deſcendre, ne ſera que la 24e partie de leur peſanteur abſolue. Ainſi il faudra prendre dans la petite Table de l'autre Chapitre les 24es parties des eſpaces qui y ſont marqués. On veut ſavoir, par exemple, combien l'eau fera de chemin depuis le réſervoir pendant une minute ou 60 ſecondes, on prendra la 24e partie de 54300 pieds, & on aura 2262 pieds ou 377 toiſes. On prendra auſſi la 24e partie de la vîteſſe 1810, & il viendra un peu plus de 75 pieds pour la vîteſſe à la fin de l'eſpace de 377 toiſes : l'eau parcourra en cet endroit 75 pieds en une ſeconde.

Les rivieres ſeroient ſujettes à la même loi d'accélération, ſi les coudes qu'elles forment & les inégalités de leur fond ne cauſoient un frottement capable de ralentir extrêmement leur mouvement. Elles ne ſont même navigables preſque toutes qu'à cauſe de ce frottement. Sans cela leur rapidité ſeroit extrême ; toutes leurs eaux s'écouleroient trop vîte, & les plus gros fleuves ſe transformeroient en torrents impétueux ou ne formeroient qu'un filet d'eau. Cependant il eſt

toujours vrai à leur égard que plus ils coulent dans un lit qui approche d'être horiſontal, moins la peſanteur leur communique de vîteſſe. Quelquefois pluſieurs rivieres qui partent de la même montagne ſe rendent à la mer par des chemins très-différents. Lorſque ce chemin eſt beaucoup plus court, la pente eſt plus roide, & la rapidité de l'eau ne manque jamais d'être plus grande.

Une propriété très-remarquable qu'a la chûte des graves lorſqu'ils deſcendent le long des plans diverſement inclinés, mais de plans parfaitement polis, c'eſt que les vîteſſes ſont exactement les mêmes auſſitôt que le grave a deſcendu de la même quantité verticale ou à plomb. Nous nous expliquerons mieux ſur la figure 38. Qu'un grave tombe librement le long de la ligne à plomb ou verticale AB, ou qu'il tombe le long du plan incliné AC ou AD, lorſqu'il ſera parvenu en C ou en D, il aura exactement la même vîteſſe que s'il étoit parvenu en B le long de la verticale par ſa peſanteur abſolue; & il aura auſſi en G & en H préciſément la même vîteſſe qu'en F, ſi les points G & H répondent à la même hauteur que le point F. Figure 38.

La cauſe phyſique de cet effet n'eſt pas difficile à appercevoir. Il eſt vrai que lorſque le grave tombe le long de AC, ſa peſanteur travaille moins à augmenter ſa vîteſſe en chaque point g, qu'elle ne contribue au même effet en chaque point correſpondant f lorſque le grave tombe ſelon la ligne verticale. Mais ſi la peſanteur relative eſt plus petite en g qu'en f, d'un autre côté le petit eſpace gG qui eſt le correſpondant de fF eſt plus long, le grave met plus de temps à le parcourir, & la peſanteur plus foible agiſſant plus longtemps, il ſe forme une exacte compenſation, puiſque la durée de l'action eſt préciſément plus grande dans le même rapport que l'action eſt plus petite dans cha-

Figure 38. que inſtant de même durée. Ainſi on voit que la vîteſſe reçoit toujours les mêmes degrés d'augmentation lorſque le grave s'approche de la terre de la même quantité par ſa chûte ; & comme on peut faire le même raiſonnement à l'égard de toutes les autres parties de la chûte le long du plan incliné & le long de la verticale, il s'enſuit que les vîteſſes ſont toujours égales dans les points correſpondants.

La même propriété a encore lieu à l'égard d'une ſurface ou ligne courbe *AIE* ſur laquelle le grave gliſſe en deſcendant, pourvu que cette courbe ne forme point d'angle ſenſible qui détruiſe une partie de la vîteſſe du mobile. Si la courbe formoit un angle en *i*, la vîteſſe du grave s'y décompoſeroit, & il s'en perdroit une partie en paſſant ſur *iI*. Mais ſi la courbe n'a qu'une courbure inſenſible dans chaque point de ſon cours *AIE*, le grave ne perdra rien de ſa vîteſſe en paſſant d'une partie de la courbe à l'autre ; & au contraire, il acquerra par ſa peſanteur en parcourant chaque petit eſpace *iI* un nouveau degré de vîteſſe égal à celui qu'il recevroit en parcourant *fF*, s'il tomboit verticalement.

Les vîteſſes du grave étant les mêmes dans tous les points correſpondants *F*, *G* & *H*, lorſqu'il tombe verticalement ou qu'il tombe ſelon des lignes diverſement inclinées, on doit en conclure que les temps employés à parvenir également bas, en ſuivant les lignes droites *AB*, *AC*, *AD* ſont proportionnels à la longueur de ces lignes. Si *AD* eſt quatre ou cinq fois plus long que *AB*, le grave employera quatre ou cinq fois plus de temps à tomber le long de *AD* que le long de *AB*. De même ſi *AH* eſt double de *AG*, il faudra deux fois plus de temps au grave pour parcourir *AH* que *AG*. Cette égalité de rapport doit avoir lieu néceſſairement, puiſque les vîteſſes ſont égales dans toutes les parties correſpondantes des lignes *AB*, *AC*, *AD*, &c.

Mais on ne peut pas tirer la même conſéquence à l'égard de la chûte le long de la courbe *AIE*; parce que ſi le grave a la même vîteſſe dans chaque point de cette courbe que dans les points correſpondants des droites *AB*, *AC*, *AD*, il n'y a pas un rapport conſtant entre les parties de la courbe & les parties correſpondantes des lignes droites.

CHAPITRE IV.

Du mouvement d'oſcillation ou de balancement.

I.

ON ſait par des expériences qu'il eſt extrêmement facile de répéter, que les *vibrations* ou balancements d'un corps qui eſt ſuſpendu par un fil, ſont exactement de même durée lorſque ces balancements ont peu d'étendue. Si une balle de mouſquet eſt ſuſpendue à un fil qui ait 36 pouces environ $8\frac{1}{2}$ lignes de longueur depuis le point de ſuſpenſion juſqu'au centre de la balle, ſes vibrations ou balancements ſeront exactement d'une ſeconde de temps ou de la ſoixantieme partie d'une minute. Dans le commencement du mouvement, les arcs que décrit la balle ſont beaucoup plus grands, mais en récompenſe elle ſe meut beaucoup plus vîte. A la fin de ſon mouvement, elle parcourt de plus petits arcs, mais elle va auſſi plus lentement; & il réſulte de ces deux circonſtances qui s'accompagnent toujours, une durée égale dans chaque vibration ou oſcillation. On donne le nom de *pendule ſimple* à ce fil qui ſoutient un petit poids auquel on imprime quelque mouvement; & on dit que ſes

balancements ſont *ſimples*, lorſqu'on ne conſidere qu'une allée ou un retour pris ſéparément. Ce ſont les vibrations ou les balancements ſimples qui ſont d'une ſeconde de temps lorſque le pendule a 36 pouces $8\frac{1}{2}$ lignes de longueur : il s'en fait 60 dans une minute & 3600 dans une heure.

Une infinité de corps ſont des balancements qui ſont plus ou moins prompts, mais qui ſont preſque toujours d'une même durée entr'eux. Ces balancements ſont *iſochrones* pour parler en termes de Phyſique. Les ondes de la mer qui paroiſſent avoir un mouvement ſi irrégulier, ont des retours ſenſiblement réglés, lorſqu'on les compare entr'eux ſur la même plage & dans un temps auquel on ne donne pas trop d'étendue. Les balancements des Vaiſſeaux ſont auſſi chacun exactement de la même durée tant qu'il ne ſurvient pas de cauſe étrangere qui en dérange l'*iſochroniſme* ou l'égalité. Ces balancements ſont d'abord plus grands & la vîteſſe eſt auſſi plus grande. Les balancements ſe font enſuite dans de moindres arcs, & la vîteſſe diminue dans le même rapport ; ce qui eſt cauſe qu'ils ſe font toujours dans un temps égal ou qu'ils ſont *iſochrones*.

Cette égalité de durée tient à une proportion dans la force accélératrice, qui ſe préſente aſſez ſouvent. Tous les corps tendent naturellement à prendre une certaine ſituation dans laquelle ils reſtent en repos. Mais ſi en les écartant plus ou moins de cet état, ils font, pour y retourner, un effort exactement proportionnel à la quantité dont on les en a éloignés, ils feront des oſcillations ou vibrations exactement iſochrones.

II.

Des vibrations des reſſorts.

Nous réuſſirons peut-être à rendre ceci plus ſen-

ſible par la comparaiſon d'un reſſort dont l'effort eſt plus ou moins grand ſelon qu'on l'écarte plus ou moins de ſon état naturel, ſoit en le comprimant, ſoit en l'étendant. L'inſpection du reſſort fixera notre imagination; & tout ce qu'il nous donnera occaſion de dire, pourrra s'appliquer à preſque tous les corps qui ſont ſujets à faire des oſcillations. Soit donc un reſſort *AB* (*fig.* 39 *&* 40) dont *AC* eſt l'extenſion naturelle. Les deux figures repréſentent le même reſſort; mais dans deux différents états de compreſſion. L'effort qu'il fait pour ſe débander eſt proportionnel à *BC*; & cet effort ſeroit proportionnel à *EC* ſi le reſſort avoit repris une plus grande partie *AE* de ſon étendue naturelle. Lorſque ce même reſſort occupe toute la longueur *AC*, il ne fait plus aucun effort, il eſt ſans action; mais ſi on l'étend depuis *A* juſqu'en *H*, il fait, pour ſe contracter ou ſe reſſerrer, un effort en ſens contraire proportionnel à *CH*. Telle eſt la propriété qu'ont très-ſenſiblement la plupart de nos reſſorts, lorſqu'on ne change pas extrêmement leur extenſion. Notre reſſort *AB* eſt comprimé, & ſi on le lâche tout-à-coup, il ſe débande en allant avec vîteſſe de *B* vers *C*, & en paſſant au-delà de ce dernier point juſqu'en *D*. Si on veut avoir les vîteſſes du reſſort en chaque point, on n'aura qu'à décrire le demi-cercle *BGD* ſur *BD* comme diametre, & ſi de chaque point *E*, *C*, *H*, &c. on éleve des perpendiculaires juſqu'au cercle, ces lignes repréſenteront les vîteſſes qu'a l'extrêmité du reſſort lorſqu'elle parvient à chaque point *E*, *C*, *H*, &c. Alors les temps que le reſſort mettra à parcourir les eſpaces *BE*, *BC*, *BH*, &c. ſeront, nous ne diſons pas, repréſentés par les arcs de cercle *BF*, *BG*, *BI*, &c. mais ils ſeront proportionnels à ces arcs; & pour mieux dire, ils ſeront égaux à ces arcs diviſés par le rayon *BC*. Figures 39. & 40.

Pour ſe convaincre que ces expreſſions de la vîteſſe

Figures 39. & 40.

& du temps ſont exactes pendant les oſcillations du reſſort, on n'a qu'à ſuppoſer la demi-circonférence *BGD* diviſée en une infinité de parties égales à *fF*, pour repréſenter des inſtants égaux entr'eux. Si les arcs de cercle *Bf*, *BF* diviſés par le rayon repréſentent les temps que le reſſort met à parcourir les eſpaces *Be*, *BE*, &c. les petits arcs *fF* diviſés auſſi par le rayon doivent exprimer les temps infiniment petits que l'extrêmité du reſſort met à paſſer de *e* en *E*; mais puiſque ces petits temps ſont ſuppoſés égaux entr'eux, les petits eſpaces parcourus *eE*, *hH*, &c. ſeront comme les vîteſſes *EF*, *HI*, &c. & c'eſt effectivement ce qui ſe trouve lorſqu'on prend les ſinus du cercle pour repréſenter les vîteſſes. Car les triangles *CEF*, & *FMf* étant ſemblables, il y a même rapport du rayon *CF*, à *fF* que de *EF* à *fM* ou à *eE*; & puiſque le rapport de *CF* à *fF* eſt conſtant, celui de *EF* à *fM* ou à *eE* le ſera auſſi. Ainſi les petits eſpaces *eE* ſeront réellement proportionnels aux ſinus *EF*; ce qui montre que ces ſinus ſont propres à repréſenter les vîteſſes, pendant que les temps ſont proportionnels aux parties de la circonférence.

Il eſt comme ſuperflu après cela de montrer que les petits changements que reçoivent les ſinus ſont proportionnels aux efforts que fait le reſſort pour reprendre ſon état naturel. Lorſque l'extrêmité *B* eſt parvenue en *e*, ſa vîteſſe eſt *ef*, & lorſque le reſſort eſt arrivé en *E*, ſa vîteſſe eſt *EF*. Il faut donc que le petit accroiſſement *MF* du ſinus qui marque l'augmentation ou l'accélération de la vîteſſe, réponde à l'effort que fait le reſſort pour s'étendre lorſqu'il eſt parvenu en *e*. Cet effort eſt proportionnel à *CE*; mais il y a auſſi un rapport conſtant entre *CE* & *MF*, puiſque les deux triangles *CEF* & *FMf* ſont ſemblables, & qu'il y a un rapport conſtant entre les hypothénuſes *CF* & *fF*.

Le

Le reſſort étant arrivé en *C* ceſſe d'agir, mais ſon mouvement acquis ne peut pas ſe détruire tout-d'un-coup; ainſi le reſſort doit continuer à avancer dans le même ſens. En *h* ſa vîteſſe eſt *hi*; & en *H* elle eſt *HI*, après avoir reçu par l'effort contraire du reſſort la petite diminution *iN* qui eſt effectivement proportionnelle à *Ch*. Enfin toute la vîteſſe étant détruite en *D*, le reſſort commence une autre vibration en retournant ſur ſes pas de *D* vers *B*. Mais la durée des vibrations grandes ou petites ſera toujours la même; car ſi le reſſort a dans la figure 40 un eſpace *BD* deux ou trois fois plus grand à parcourir que dans la fig. 39, toutes les vîteſſes *EF*, *CG*, *HI*, &c. ſeront auſſi plus grandes dans le même rapport: car ce ſeront les ſinus d'un cercle d'un plus grand rayon. Le reſſort de la figure 40 ſera dans chaque point de ſon mouvement deux ou trois fois plus éloigné de ſon état naturel; il agira donc avec deux ou trois fois plus de force, il accélérera ſa vîteſſe par des degrés *MF* deux ou trois fois plus grands, & ſes vîteſſes *EF*, *CG*, *HI* ſeront auſſi deux ou trois fois plus grandes dans tous les points correſpondants de l'eſpace qu'il parcourt. Mais toutes les vîteſſes étant plus grandes préciſément dans le même rapport que les eſpaces à parcourir dans les deux figures 39 & 40, les temps employés au mouvement doivent être préciſément les mêmes. Figure 39. & 40.

III.

Des Oſcillations des Pendules.

LE mouvement du reſſort nous fournit un exemple de ce qui ſe paſſe dans le mouvement de preſque tous les corps qui font des vibrations. Auſſi-tôt qu'on ne peut pas les déplacer ſans éprouver de leur part une réſiſtance proportionnelle à la diſtance à laquelle on les

a portés, leurs balancements grands ou petits doivent être isochrones ou d'une égale durée. Les vîtesses en chaque point seront proportionnelles aux sinus ou ordonnées d'un demi-cercle ; & ces vîtesses seront plus ou moins grandes, exactement dans le même rapport que l'étendue de l'oscillation.

Figure 41. Lorsqu'un grave *P* (*fig.* 41.) est suspendu par un fil & qu'il fait des vibrations en décrivant des arcs de cercle, il n'a pas tout à fait exactement la même propriété; mais il ne s'en faut que très-peu, pourvu que les premiers arcs qu'on lui fait décrire n'aient d'étendue que la 9e ou 10e partie de la longueur du rayon ou du fil. Le poids *P* étant porté en *B* fait effort pour retourner à sa premiere place : il se trouve en *B* comme sur un plan incliné *BF* tangent à l'arc de cercle. Si *BE* représente la pesanteur absolue du poids, & qu'on forme le rectangle *GBFE* en tirant *BG* sur le prolongement de *CB* & en traçant les autres lignes, il est évident que *BF* sera la pesanteur relative ou l'effort que fait le poids *P* dans le point *B* pour descendre le long de l'arc. Au lieu de prendre *BE* pour la pesanteur absolue, nous pourrons l'exprimer par toute autre ligne constante; par la longueur, si on veut, du fil *CB*, & alors ce sera *BD* qui représentera l'effort que fait le poids pour retourner en *P*, puisqu'il y a même rapport de *CP* ou de *CB* à *BD*, que de *BE* à *BF*. Mais si nous rendons les arcs *BP* plus grands ou plus petits, l'effort *BD* sera toujours sensiblement proportionnel à l'arc *BP*, pourvu que ces arcs ne soient pas trop grands. Car dans les très-petits arcs on peut confondre leur longueur avec celle de leur sinus. C'est donc encore ici le cas du ressort dont les oscillations sont isochrones ; parce que les efforts que fait le pendule pour retourner à son état naturel sont proportionnels à l'espace qu'il doit parcourir pour y revenir. Il faut être attentif à rendre les balancements du poids *P* assez petits,

& néanmoins il n'y a aucun inconvénient à leur donner 4 ou 5 degrés d'étendue. Figure 41.

Toutes les vibrations du poids *P* ſeront très-ſenſiblement de même durée ſi les arcs qu'on lui fait décrire ne ſont pas trop grands ; mais quoiqu'elles ſoient toujours iſochrones entr'elles, ſi on racourcit le fil ou ſi on l'allonge, la durée des oſcillations changera conſidérablement. Nous avons dit que les vibrations ſimples d'un pendule ſimple de 36 pouces $8\frac{1}{2}$ lignes étoient chacune d'une ſeconde de temps. Mais ſi on rendoit le pendule quatre fois plus long, ſi on le faiſoit de 12 pieds preſque 3 pouces, le pendule employeroit enſuite deux ſecondes à faire chaque oſcillation ſimple. Il eſt facile de s'en aſſurer par l'expérience, & il n'eſt pas difficile non plus d'en découvrir la raiſon.

Si *Cp* & *CP* (*fig.* 42.) repréſentent les deux pendules ſimples, & qu'on les écarte du même angle de la ligne verticale, toutes les parties de l'arc *bp* ſeront proportionnelles aux parties de l'arc *BP* ; elles ſeront comparables à des plans également inclinés ; d'où il ſuit que la peſanteur relative ſera exactement la même dans le mouvement des deux pendules. Mais les eſpaces à parcourir étant quatre fois plus grands pour le pendule *CP*, il faudra, conformément à la doctrine expoſée dans les Chapitres précédents, que ce pendule mette deux fois plus de temps à les parcourir ; & il employera donc deux ſecondes, pendant que le pendule *Cp* ne mettra qu'une ſeconde à parcourir les plus petits arcs. Figure 42.

Par la même raiſon, ſi le grand pendule eſt neuf fois plus long que l'autre, l'arc *BP* ſera neuf fois plus grand que *bp* ; ce ſera un eſpace neuf fois plus grand à parcourir avec les mêmes peſanteurs relatives ; & il faudra donc trois fois plus de temps, ou, ce qui revient au même, les oſcillations du grand pendule ſeront de trois ſecondes. En un mot, les longueurs des pendules

Figure 42. ſont comme les quarrés des durées des oſcillations, ou comme ces durées multipliées par elles-mêmes; & par conſéquent ces durées ſont comme les racines quarrées des longueurs des pendules. Nous ne comparons ici que les vibrations qui forment le même angle avec la ligne verticale; mais nous avons vu ſur la figure 41 que les oſcillations plus petites ou plus grandes ſont exactement de même durée. La petite Table ci-jointe marque toutes les longueurs qu'il faut donner aux pendules pour que leurs oſcillations ſimples ſoient d'un certain nombre de ſecondes juſqu'à $16\frac{1}{2}$.

Table des longueurs des Pendules.

Durée des oſcillat.	Longueurs des Pendules.			Durées des oſcillat.	Longueurs des Pendules.	
Secondes.	Pieds.	pouces.	lignes.	Secondes.	Pieds.	Pouces.
$\frac{1}{2}$	0	9	$2\frac{1}{2}$			
1	3	0	$8\frac{1}{2}$	9	247	9
$1\frac{1}{2}$	6	10	7	$9\frac{1}{2}$	276	1
2	12	2	10	10	305	11
$2\frac{1}{2}$	19	1	5	$10\frac{1}{2}$	337	3
3	27	6	4	11	370	2
$3\frac{1}{2}$	37	5	9	$11\frac{1}{2}$	404	7
4	48	11	4	12	440	5
$4\frac{1}{2}$	61	11	4	$12\frac{1}{2}$	477	11
5	76	5	9	13	517	0
$5\frac{1}{2}$	92	6	6	$13\frac{1}{2}$	557	6
6	110	1	4	14	599	7
$6\frac{1}{2}$	129	4		$14\frac{1}{2}$	643	2
7	149	11		15	689	1
$7\frac{1}{2}$	172	3		$15\frac{1}{2}$	734	11
8	195	9		16	783	1
$8\frac{1}{2}$	221	0		$16\frac{1}{2}$	833	3

Les lecteurs voyent aſſez qu'il n'importe quelle peſanteur on donne aux poids qui forment les pendules,

Leur mouvement n'eſt pas produit ici par toute leur peſanteur abſolue, il n'eſt produit que par la partie qui agit dans le ſens du petit arc décrit actuellement. Mais ſi on ſe ſert d'un poids trois ou quatre fois plus grand, la peſanteur relative ſe trouvera auſſi trois ou quatre fois plus grande ; & comme elle s'occupera à mouvoir un corps qui aura 3 ou 4 fois plus de matiere, elle ne lui imprimera toujours que la même vîteſſe ; & les oſcillations ſeront donc toujours iſochrones ou de la même durée. Ceci a rapport avec une remarque que nous faiſions vers la fin du ſecond Chapitre au ſujet des graves qui, quoique plus peſants, ne tombent pas pourtant plus vîte. Figure 42.

Toutes les fois que le reſſort des figures 39 & 40 eſt ſenſiblement plus roide, il fait un effort plus grand lorſqu'on l'éloigne de ſon état naturel ; mais on peut toujours, entre les pendules de différentes longueurs, en trouver un dont les oſcillations repréſentent, quant à leur durée, les vibrations du reſſort. Suppoſons, par exemple, que les vibrations du reſſort AB s'accordent avec celles du pendule Cp de la figure 42, & qu'ayant un autre reſſort qui ſoit deux ou trois fois plus foible, on demande quelle longueur il faut donner à un pendule ſimple pour que ſes vibrations ſoient de même durée que celles de ce ſecond reſſort. Il n'y aura qu'à rendre le pendule CP deux ou trois fois plus long que Cp ; car en l'écartant de ſa ſituation verticale, de la même quantité Pe égale à pb, il fera enſuite deux ou trois fois moins d'effort pour retourner à ſon état naturel. En effet, Pe ſera deux ou trois fois plus petite par rapport à PC que ſon égale bp par rapport à pC ; & nous avons vu que ces rapports marquent combien les efforts que font les pendules pour rerourner à leur ſituation verticale, ſont perits à l'égard de leur peſanteur abſolue. Ainſi un pendule ſimple deux ou trois fois plus long, répond à un reſſort qui

eſt deux ou trois fois plus foible, ou qui fait deux ou trois fois moins d'effort pour retourner à ſa ſituation naturelle ; & il ſuit de-là que les oſcillations d'un reſſort plus foible doivent s'accorder avec celles d'un pendule plus long dans le même rapport.

Des Oſcillations d'une liqueur dans un tuyau dont les deux branches ſont recourbées vers le haut.

NOUS pouvons examiner avec le même ſuccès les oſcillations que fait une liqueur dans un tuyau recourbé tel que le repréſente la figure 43. Ce tuyau eſt partout de la même groſſeur ; & la liqueur en repos ſe met de niveau dans les deux branches en *E* & en *F*. Si on imprime quelque mouvement à cette liqueur, & qu'on la faſſe monter de *E* juſqu'en *H*, elle deſcendra dans l'autre branche de la même quantité de *F* en *I* ; & alors la liqueur ſera plus élevée dans la premiere branche que dans la ſeconde de toute la quantité *HM* qui eſt double de *HE*. Il eſt d'ailleurs évident que ce ſera la peſanteur de la partie *HM* qui fera effort pour obliger toute la liqueur à reprendre ſon niveau ; & que plus la différence *HM* dans les deux hauteurs ſera grande, plus l'effort ſera grand ; en même temps qu'il ſera toujours proportionnel à l'eſpace qu'il faut que la liqueur parcourre pour reprendre ſon état naturel. C'eſt donc encore ici un des cas dont l'examen eſt renfermé dans celui que nous avons fait des balancements du reſſort, & toutes les oſcillations de la liqueur ſeront iſochrones.

Figure 43.

Il s'agit maintenant de rapporter la durée de ces oſcillations à celles d'un pendule d'une longueur déterminée ; & on y réuſſira avec la plus grande facilité. Si nous repréſentons la peſanteur de toute la liqueur

par la longueur qu'elle occupe dans le tuyau & que nous donnions au pendule de la figure 41 la même longueur, les oſcillations de la liqueur doivent être beaucoup plus promptes que celles du pendule de la figure 41. Car l'effort que fait le pendule pour retourner au point *P*, n'eſt égal qu'à la diſtance *BD* dont le pendule eſt éloigné de ſa ſituation verticale ou naturelle, pendant que la peſanteur abſolue eſt repréſentée par *CP*; au lieu que l'effort que fait la liqueur pour retourner à ſon niveau eſt repréſenté par l'eſpace *HM* double de celui qu'elle doit parcourir. Pour former donc un pendule dont les oſcillations ſoient de même durée que celle de la liqueur, il ne faut pas lui donner une longueur égale à celle *EBCF* que la liqueur occupe: on doit le rendre plus court au contraire, puiſque les oſcillations de la liqueur ſont comparables à celles d'un reſſort plus roide; & il n'eſt pas difficile de s'aſſurer qu'il faut donner au pendule une longueur *Cπ* qui ſoit exactement la moitié de *EBCF*.

Figure 41. & 43.

Le pendule *Cπ* (*fig.* 41.) étant égal à la moitié de la longueur *EBCF* de la figure 43, les efforts que fait le poids π pour retourner à la ligne verticale, lorſqu'on le porte en ε, ſont préciſément les mêmes que ceux qu'il faiſoit lorſque le pendule avoit la longueur *CP* ou *CB* & qu'on portoit le poids en *B*. Car *CB* ou *Cε* repréſentant la peſanteur abſolue, on a *BD* ou *εδ* pour la peſanteur relative; & cette derniere peſanteur eſt toujours la même partie de la premiere. Mais après cela les oſcillations du pendule *Cε* doivent s'accorder parfaitement avec celles de la liqueur. Car ſi *εδ* ou *επ* de la figure 41 eſt égale à *HL* de la figure 43, le pendule ε aura exactement le même eſpace à parcourir que la liqueur; & l'effort qu'il fera pour retourner à ſa ſituation naturelle ſera exactement égal à celui que fait la liqueur. Cet effort ſera repréſenté par *BD* ou *BP* qui eſt égal à *HM* de la figure 43, pendant que *CB*

ou la longueur *EBCF* occupée par la liqueur repréſente la peſanteur abſolue.

Les balancements dans un tuyau *ABCD* ont beaucoup d'analogie avec ceux que forme la mer, lorſqu'elle eſt agitée. L'eau s'élevant dans un endroit, s'abaiſſe à côté, & ce mouvement ſe communique juſqu'à une certaine profondeur qui eſt repréſentée par le tuyau de la figure 43. Quelquefois une grande maſſe des eaux forme une ſeule ondulation qui comprend pluſieurs lieues d'étendue, comme il eſt arrivé ſur les côtes occidentales d'Eſpagne & de Portugal le 1 Novembre 1755. Si le retour des eaux qui s'étoient retirées ne ſe faiſoit d'abord qu'au bout de 5 minutes, chaque oſcillation ſimple n'étoit que de 2 $\frac{1}{2}$ minutes, & elle répondoit à celle d'un pendule qui auroit eu 68828 pieds de longueur ou 11471 toiſes. Ainſi on pourroit juger que le mouvement des eaux ne s'étendoit alors qu'à 22942 toiſes de diſtance. Mais lorſque les retours ſe faiſoient au bout de 15 ou 20 minutes, qu'ils furent trois ou quatre fois plus lents, l'étendue de la mer qui eut part au mouvement dans le ſens des oſcillations, dût être beaucoup plus grande ; elle pût atteindre juſqu'aux Açores. Il faut compter pour peu la profondeur de la mer à l'égard d'une étendue ſi conſidérable. Outre cela le mouvement horiſontal fut toujours inſenſible vers le milieu de l'eſpace ; les effets n'en dûrent être très-grands que ſur le rivage, de même que l'agitation d'une liqueur contenue dans un vaſe ſe manifeſte principalement vers ſes bords.

CHAPITRE

CHAPITRE V.

De la chûte verticale des Graves qui en tombant font monter quelqu'autre corps ſuſpendu de l'autre côté d'une poulie.

NOUS conſidérons derechef le mouvement rectiligne. Si deux poids inégaux *P* & *Q* (*fig.* 44) ſont ſuſpendus aux deux extrêmités d'une corde qui paſſe ſur une poulie, le poids le plus peſant doit l'emporter ſur l'autre; & il eſt évident que l'excès de ſa peſanteur travaillera à les mouvoir tous les deux & à accélérer leur vîteſſe. Supposé que le poids *P* fût parfaitement égal au poids *Q*, ils reſteroient en équilibre: mais on ajoute un excès de poids au corps *P*, on le rend plus péſant; ce ſurplus de peſanteur doit troubler l'équilibre; & comme il ne ſera jamais oiſif, il communiquera une vîteſſe qui ne ſera pas ſi grande que ſi le corps *P* tomboit par l'action de toute ſa peſanteur, mais qui ira néanmoins en augmentant d'inſtant en inſtant ſelon l'ordre des nombres naturels; puiſque la partie de la peſanteur qui agit, ajoutera toujours de nouveaux degrés au mouvement déja produit. Figure 44.

Non-ſeulement le corps *P* n'eſt mû que par l'action d'une partie de ſa peſanteur; ce corps ne peut pas deſcendre ſans faire monter le corps *Q* avec la même vîteſſe. Ainſi il y a deux cauſes pour que le corps *P* tombe avec lenteur; la force accélératrice qui travaille à le faire deſcendre & qui prend la place de ſa peſanteur naturelle, n'eſt qu'une différence de deux peſanteurs; de plus elle eſt obligée de mouvoir une plus grande quantité de matiere, puiſqu'il faut qu'elle donne

Figure 44. une égale vîteſſe aux deux corps *P* & *Q*.

Si l'un eſt de 21 livres & l'autre de 19, il n'y aura qu'une force de 2 livres qui ne ſera pas contrebalancée ou détruite. Mais cette force de 2 livres ayant à mouvoir une maſſe de 40, ſomme des deux poids, le corps *P* ne deſcendra qu'avec la vingtieme partie de la vîteſſe qu'il prendroit en tombant librement. Nous n'avons donc qu'à prendre la vingtieme partie des nombres marqués dans la table du ſecond Chapitre, & nous aurons toutes les circonſtances de la chûte du corps *P*. Au lieu, par exemple, de tomber de 1508 pieds en 10 ſecondes, & d'avoir à la fin de ce temps aſſez de vîteſſe pour faire 302 pieds en une ſeconde, il ne deſcendra que d'un peu plus de 75 pieds, & ſa vîteſſe à la fin de cette chûte ne ſera que d'un peu plus de 15 pieds par ſeconde. En général lorſque la maſſe des corps reſtant la même, on réuſſit par quelque artifice à rendre la peſanteur qui cauſe le mouvement, beaucoup plus petite, il faut faire cette analogie: La maſſe totale eſt à la peſanteur artificielle qui cauſe le mouvement, comme les nombres de la table du Chap. II, ſeront aux eſpaces parcourus pendant le mouvement & aux vîteſſes actuelles pour chaque inſtant.

De la vîteſſe d'un corps en montant ſur un plan incliné.

Il n'y aura pas plus de difficulté ſi un des corps eſt

Figure 12. ſoutenu ſur un plan incliné comme dans la figure 12. Les corps *D* & *M* ſont en équilibre lorſque la peſanteur de *M* eſt égale à la peſanteur relative *GH* avec laquelle le corps *D* tend à deſcendre le long du plan. Mais ſi on trouble l'équilibre, ſi on ajoute quelque nouveau poids à *M*, il eſt évident que ce ſurplus travaillera à communiquer du mouvement aux deux corps, & que par ſon action répétée, il ajoutera ſans ceſſe

de nouveaux degrés à leur vîteſſe. Ainſi toute la différence qu'il y aura entre ce cas & le précédent, c'eſt que les deux corps ne ſeront pas mus ici par l'excès de la peſanteur du poids *M* ſur la peſanteur abſolue du poids *D*, mais par l'excès de la peſanteur de *M* ſur la ſeule peſanteur relative *GH* du corps *D*. Figure 11.

Suppoſons que la hauteur *AB* du plan incliné ſoit la vingt-quatrieme partie de ſa longueur *AC*, & que le poids *D* étant de 1200 livres, le poids *M* ſoit de 60. La peſanteur relative *GH* ſera la 24e. partie de la peſanteur abſolue *GE*; ainſi elle ſera de 50 livres. Mais puiſque nous ſuppoſons le poids *M* de 60, il y aura une force de 10 livres qui travaillera à mouvoir les deux corps & qui ne pourra leur imprimer que très-peu de vîteſſe, puiſqu'ils peſent enſemble 1260 livres, & qu'il faudroit au lieu de 10 livres une force égale à ce poids pour leur donner les mouvements indiqués dans la table du ſecond Chapitre. Nous ferons donc cette analogie : 1260 ſont aux nombres marqués dans cette table comme 10 ſont aux eſpaces parcourus par les corps *M* & *D*, l'un en deſcendant & l'autre en montant. Veut-on ſavoir combien ces corps feront de chemin en une demi-minute ? La petite table nous apprend qu'ils feroient 13575 pieds s'ils étoient livrés à l'action de leur peſanteur naturelle ; mais il faut diminuer ce nombre dans le rapport de 1260 à 10 ; & il ne viendra que 107 ou 108 pieds pour l'eſpace qu'ils parcourront dans le temps marqué.

Les Lecteurs s'apperçoivent bien que nous ſuppoſons que le plan incliné eſt parfaitement poli, & qu'outre cela la poulie *I* ne fait aucune réſiſtance non plus que le cordage. Tout ſera ſujet à changer s'il y a du frottement, & ſi la roideur du cordage eſt capable d'un effet ſenſible. Le frottement ſera peut-être égal au quart ou à la cinquieme partie de la peſanteur relative *GF* avec laquelle le poids *D* preſſe le plan. L'eſſieu de la poulie

Figure 12. cauſera auſſi du frottement dont l'effet, il eſt vrai, ſera diminué dans le même rapport que le rayon de la poulie ſera plus grand que le rayon de ſon eſſieu; mais il y aura encore à joindre à ces obſtacles la réſiſtance que fait la corde à ſe plier. Si nous mettons trois cents livres pour le tout, il y aura toujours la peſanteur relative *GH* avec laquelle le poids tend à deſcendre qu'il faudra vaincre de plus; ainſi un poids en *M* de 350 livres ne produira aucun mouvement; & ſi nous y en mettons un de 360 livres, il n'agira efficacement que par ſon excès de 10 livres. Il y a tout lieu de croire que le frottement & la réſiſtance des cordages ne changent pas ſenſiblement lorſque les vîteſſes ſont très-petites. Ce ne doit pas être la même choſe dans les autres cas; mais nous n'avons pas d'expérience qui nous éclaire ſuffiſamment ſur cette matiere.

Quoi qu'il en ſoit, les dix livres de force avec leſquelles agit le poids *M* doivent produire encore moins d'effet que ci-devant, puiſqu'elles ſont actuellement occupées à mouvoir une plus grande maſſe, celle du corps *D*, que nous ſuppoſons toujours de 1200 livres & celle du corps *M* qui eſt de 360 liv. Ces deux corps reçoivent néceſſairement la même vîteſſe à cauſe de la corde qui les joint. Ainſi le corps *M* au lieu de prendre en deſcendant les vîteſſes que lui imprimeroit ſa peſanteur naturelle s'il tomboit librement, prendra des vîteſſes d'autant plus petites que les 10 livres de force qui forment la peſanteur artificielle ont à agir contre une maſſe de 1560 livres, ſomme des deux poids. Suppoſé qu'on demande la chûte du corps *M* ou le chemin que doit parcourir le corps *D* en 20 ſecondes, nous n'aurons qu'à faire cette analogie: 1560 livres ſont à 6033 pieds qui eſt la chûte d'un grave lorſqu'il tombe librement par l'action de ſa peſanteur, comme 10 ſont à preſque 39 pieds.

Il peut arriver ſouvent dans cette diſpoſition de poids

que le mouvemement ceſſe de s'accélérer & qu'il devienne parfaitement uniforme au bout de très-peu de temps. Cette uniformité de mouvement aura bientôt lieu ſi le frottement augmente par l'augmentation de la vîteſſe du corps *D*. Nous ne trouvons que 10 livres pour la force qui fait mouvoir les deux corps; mais ſi le mouvement devenant un peu plus rapide, la réſiſtance produite par le frottement qui étoit de 300 livres, devient de 310 livres, les deux corps *D* & *M* ne ceſſeront pas de ſe mouvoir, mais ils ceſſeront de recevoir de nouveaux degrés de vîteſſe. Figure 12.

Le poids *M* agira toujours, il eſt vrai, avec une force de 360 livres; mais puiſqu'il y en aura 310 occupées à vaincre le frottement, il ne reſtera plus que 50 livres qui ſeront exactement contre-balancées ou détruites par les 50 livres de peſanteur relative *GH* du poids *D*; ainſi les deux poids continueront ſimplement à ſe mouvoir avec le mouvement qu'ils auront acquis. S'ils étoient en repos ils ne ſortiroient pas de cet état; mais ayant du mouvement, ils le conſerveront ſans en recevoir de nouveau ni ſans rien perdre de celui que leur a communiqué l'excès de la peſanteur de *M*. Le frottement ſert de cette ſorte de regulateur ou de modérateur dans beaucoup de machines. Le mouvement s'accélere de plus en plus juſqu'à un certain point, mais le frottement augmente en même temps; & lorſqu'il eſt devenu aſſez grand, il met obſtacle à l'accélération, & le mouvement devient égal ou uniforme.

CHAPITRE VI.

Suite du Chapitre précédent: de la chûte d'un Grave ſoutenu en partie par un palan.

I.

LES mêmes regles ſont à peu près obſervées lorſque les graves ſont ſoutenus par des poulies mouflées ou par des palans. Imaginons dans la figure 4 qu'à la place de la puiſſance *M* il y a un poids *p* plus petit que la moitié du poids *P*. L'équilibre n'aura plus lieu; & il eſt évident que le poids *P* deſcendra en accélérant ſon mouvement dans ſa chûte, de même que le petit poids *p* en montant. Ce dernier ſoutient le double de ſa peſanteur dans le grand poids *P*. C'eſt donc le ſurplus de *P*, qui produira le mouvement. La force accélératrice ou la cauſe du mouvement, étant égale à l'excès du poids *P* ſur le double du petit poids *p*, il n'eſt queſtion que d'examiner la maſſe qui eſt à mouvoir.

Figure 4.

Le petit poids *p* que nous mettons à l'extrêmité de la corde *CM*, doit prendre en montant le double de la vîteſſe que prend le corps *P* en deſcendant. Ainſi pour ſupprimer le petit corps & en ajouter un autre au grand qui produiſe la même réſiſtance au mouvement, il faudra ajouter à *P* le double de *p*. Mais ce n'eſt pas encore aſſez. Le mouvement en *M* eſt équivalent à un double en *P*, puiſque tout l'effort que fait le poids *P* ſe diſtribue également ſur les deux cordons qui le ſoutiennent. Le poids *P* ne peut pas, en faiſant monter le petit poids *p*, roidir une des branches de la corde, ſans roidir l'autre également. Ainſi, au lieu d'ajouter le double du

petit poids *p* au poids *P*, il faut ajouter le quadruple de ce petit poids, & nous aurons pour la maſſe totale à mouvoir, *P* augmenté du quadruple de *p*. Plus cette maſſe totale eſt grande par rapport à la force ou peſanteur que nous avons nommé artificielle qui la précipite vers la terre, moins cette maſſe doit prendre de vîteſſe. Nous ferons donc cette analogie : Le poids *P* augmenté du quadruple du petit poids *p* eſt à la chûte des graves qui tombent par l'action libre de leur peſanteur, comme l'excès de la peſanteur de *P* ſur le double de *p* ſera à la chûte effective du poids *P*. Figure 4.

Si nous ſuppoſons que le grand poids eſt de 100 livres en y comprenant, ſi on veut, la poulie *B*, & que le petit poids *p* appliqué à l'extrêmité de la corde *CM* ſoit de 45 livres, il ne reſtera que 10 livres qui travailleront à faire deſcendre le grand poids & à faire monter le petit. Mais la maſſe à mouvoir ſera de 100 livres d'une part pour le grand poids & de 180 pour le petit. Ainſi la maſſe totale ſera de 280 livres ; & comme elle ne ſera ſollicitée à deſcendre que par une force de 10 livres, le poids *P* ne parcourra que la 28e partie des eſpaces marqués dans la table du ſecond Chapitre.

De la chûte d'un Grave appliqué au bas d'un palan formé de quatre cordons, & de l'élevation du contre-poids.

SUPPOSONS maintenant que le poids *P* eſt ſoutenu par quatre cordons ou quatre garands également tendus, comme dans la figure 7, & qu'un contre-poids *p* appliqué à l'extrêmité du cordon *BM* ne ſoit pas ſuffiſant pour entretenir l'équilibre. Ce contre-poids détruira le quadruple de ſa peſanteur dans le poids *P*, & ce ne ſera donc que le ſurplus du poids *P* ſur ce quadruple qui ſera la cauſe du mouvement. Figure 7.

Figure 7. D'un autre côté le petit poids p prendra quatre fois plus de vîteſſe en montant que le poids P n'en prendra en deſcendant. Le poids P aura donc un plus grand effort à faire, & cet effort ſera d'autant plus grand qu'il faudra tendre ou roidir également les quatre branches 1, 2, 3 & 4. Ainſi le petit poids p ſera autant de réſiſtance à être mû, ou pour nous exprimer plus exactement, il fera naître autant de réſiſtance qu'en cauſeroit une maſſe ſeize fois plus grande qu'on ajouteroit au corps P ſans augmenter ſa tendance à tomber. La maſſe totale à mouvoir ſera formée ſelon cela, du grand poids P & de 16 fois le contre-poids p; & quant à la force qui agit pour la faire mouvoir, elle eſt le ſimple excès du grand poids ſur quatre fois le petit.

Ce rapport de la maſſe à la force accélératrice doit régler le ralentiſſement de la chûte. Le corps P ne doit pas parcourir les mêmes eſpaces que s'il tomboit librement, & ſes chûtes effectives doivent être plus petites dans le même rapport que la force accélératrice ou peſanteur artificielle qui le pouſſe en bas eſt moindre par rapport à la maſſe. Si nous nous permettons ici l'emploi des expreſſions algébriques, nous aurons cette analogie: $P + 16\,p$ eſt aux chûtes libres cauſées par la peſanteur naturelle, comme $P - 4p$ eſt aux chûtes actuelles du poids P.

Du plus grand effet machinal poſſible à l'égard du contre-poids qui s'éleve par le palan.

NOMMANT h la hauteur dont un poids tombe verticalement avec une entiere liberté dans un temps déterminé, nous aurons $\frac{P-4p}{P+16p} \times h$ pour la chûte du poids P, & ſi on veut avoir la hauteur à laquelle s'éleve le petit poids que nous ſuppoſons en M, il ſuffira de multiplier

multiplier cette quantité par 4 ; ce qui nous donnera $\frac{4P-16p}{P+16p} \times h$ pour la hauteur à laquelle montera le petit poids p. Quelquefois on n'aura rien autre chose en vue que cette élevation dans le jeu de la machine, & on voudra, non pas procurer absolument la plus grande élevation, mais faire ensorte que la plus grande quantité de matiere soit portée à la plus grande hauteur possible dans un temps déterminé. Dans ce cas, ce ne sera ni p qu'il faudra s'attacher à rendre un *maximum*, ni la hauteur $\frac{4P-16p}{P+16p} \times h$, mais le produit de l'une par l'autre, c'est-à-dire $\frac{4Pp-16p^2}{P+16p} \times h$. Figure 7.

Lorsqu'on rend p plus grand, il est vrai qu'on gagne par la grandeur du poids qu'on porte en haut ; mais on l'éleve moins vîte & on le porte moins haut. Il arrive tout le contraire lorsqu'on rend le poids p trop petit, on fait augmenter beaucoup la vîtesse, mais on perd par la petitesse du poids. Lorsqu'on rendra $\frac{4Pp-16p^2}{P+16p} \times h$ un *maximum*, on aura égard à tout, & on obtiendra le plus grand effet machinal possible.

Il s'agit ici simplement de l'explication des principes de Méchanique & de Dynamique, & non pas des applications sans nombre qu'on en peut faire par le secours de la Géométrie : nous nous sommes proposés des bornes que nous ne passerons que le moins que nous pourrons. Nous dirons néanmoins en faveur de quelques Lecteurs, que si dans le produit $\frac{4Pp-16p^2}{P+16p} \times h$, on fait varier le petit poids p pour avoir la différentielle $\frac{P^2-8Pp-64p^2}{\overline{P+16p}^2} \times 4h\,dp$, & qu'on l'égale à zéro, on en déduira $p = P \times \frac{-1+\sqrt{5}}{16}$; ce qui nous apprend que le poids p doit être à peu-près la 13e partie du poids moteur P pour qu'il y ait la plus grande quantité de matiere élevée à la plus grande hauteur possible par l'effort

Figure 7. de P pendant que ce poids agit par le moyen du palan de la figure 7. Cette solution ne convient qu'au palan qui est formé de quatre cordons, mais s'il en contient le nombre n, il faudra pour que l'effet machinal soit le plus grand qu'il est possible, que le poids p qu'il s'agit d'élever, soit égal à $P \times \frac{-1+\sqrt{1+n}}{n}$.

CHAPITRE. VII.

De la chûte des Graves lorsqu'ils agissent les uns contre les autres par des leviers.

Nous passons à l'examen d'un cas plus compliqué.

Figure 45. Le poids P (*fig.* 45.) est appliqué à l'extrêmité d'une corde qui enveloppe le tambour AB, & le contre-poids Q est soutenu par une corde qui enveloppe le tambour DE; outre cela ces deux tambours ou cilindres sont attachés l'un à l'autre, & ils sont mobiles sur le même axe C. Si les deux poids P & Q sont entr'eux dans le même rapport que les deux rayons CE, & AC, leurs moments seront égaux & ces deux poids seront en équilibre. Mais nous supposons que le poids P est un peu plus grand que ne demande la proportion indiquée, & nous voulons déterminer les espaces que le corps P parcourra en descendant.

Le poids P ne peut pas descendre sans faire monter le poids Q, & il lui donnera, à cause de la disposition de la machine, une vîtesse plus grande que la sienne propre. Cette plus grande vîtesse multipliée par le poids Q produira un plus grand mouvement. Ainsi le poids Q est équivalent à un autre poids mais plus grand, qu'on suspendroit au point B du petit tambour. Ce poids

plus grand ne monteroit pas enſuite plus vîte que ne deſcend le poids P, mais comme il ſeroit plus peſant ou qu'il auroit plus de maſſe, il faudroit la même force pour le mettre en mouvement. Figure 45.

Mais de combien faudroit-il augmenter le poids Q, ſi on le ſuſpendoit en B, & qu'on voulût qu'il formât exactement la même réſiſtance à la génération du mouvement? Il ne ſuffiroit pas de l'augmenter ſimplement dans le même rapport que le bras de levier CE eſt plus grand que le bras de levier CB. Car outre que le mouvement qu'acquiert le corps Q croît dans le même rapport que la longueur du bras de levier CE eſt plus grande, la réſiſtance que fait ce corps à recevoir du mouvement eſt appliquée à un bras de levier plus long. Le corps Q ne reçoit pas du mouvement ſans réſiſter; il a de l'inertie, mais la réſiſtance qu'il fait & qui eſt proportionelle au mouvement qu'il reçoit, agit avec le bras de levier CE par rapport au point d'appui C.

Ainſi ſi on veut ſubſtituer en B un poids qui fourniſſe préciſément la même réſiſtance au mouvement que le poids Q, il faut non-ſeulement le rendre plus grand, parce que la vîteſſe que reçoit le corps Q eſt néceſſairement plus grande, mais auſſi parce que ce mouvement produit une réſiſtance relative d'autant plus forte, qu'elle eſt aidée par un grand bras de levier. Eû égard à tout, il faut donc augmenter le poids Q dans le même rapport que le quarré de CE eſt plus grand que celui de CB.

Si le rayon du grand tambour eſt trois fois plus grand que celui du petit, il faudra comme on le voit, ſubſtituer en B un poids neuf fois plus peſant que le poids Q pour qu'il produiſe le même effet. Il faudra d'abord l'augmenter trois fois, parce qu'il prend néceſſairement trois fois plus de vîteſſe que s'il étoit en B. Mais il faut encore l'augmenter trois fois, parce que la même quantité de mouvement qu'on imprime à un corps qui

Figure 45. répond au point *E*, réſiſte trois fois plus que la même quantité de mouvement qu'on imprimeroit à un corps appliqué en *B*. La ſubſtitution étant faite, il eſt évident que le problême eſt réduit aux mêmes termes que celui que nous avons déja réſolu ſur la figure 44.

Mais il ne faut pas oublier que l'expédient auquel nous avons recours en imaginant un nouveau poids en *B* à la place de celui qui eſt ſuſpendu au point *E*, ne ſert qu'à repréſenter la difficulté que fait le contrepoids *Q* à ſe mouvoir; & qu'à l'égard de la force qui produit le mouvement, elle eſt toujours égale à ce que le poids *P* a de trop pour conſerver l'équilibre avec *Q*.

Pour ne pas abandonner l'exemple que nous nous ſommes propoſé, nous ſuppoſerons que le grand tambour ayant toujours ſon rayon triple du petit, le poids *P* peſe 30 livres pendant que le corps *Q* n'en peſe que 8. Il n'y aura donc pas d'équilibre: car il faudroit, pour que les deux poids ſe contre-balançaſſent parfaitement, que le poids *P* ne fût que de 24 livres, & puiſqu'il eſt de 30, il a 6 livres de force de trop. Ce ſont ces ſix livres qui s'exerceront à faire mouvoir les deux corps; mais celui qui eſt en *Q* ou qui répond au point *E*, eſt équivalent, quant à la réſiſtance qu'il fait au mouvement, à un autre corps neuf fois plus grand qu'on appliqueroit en *B*. Le corps *Q* prend plus de vîteſſe & ſon mouvement produit une réſiſtance plus forte, parce qu'elle eſt appliquée plus loin du point d'appui *C*.

Le contrepoids *Q* qui peſe 8 livres réſiſte donc autant qu'un autre de 72 livres qu'on mettroit en *B*; & il ſuit de-là que les 6 livres de force que nous fournit le poids *P*, ont à mouvoir les 30 livres de maſſe de ce corps & les 72 que nous devons ſuppoſer en *B* à la place de *Q*. Ainſi nous devons exprimer par 102 livres la maſſe totale qui eſt à mouvoir, pendant que la force qui imprime le mouvement n'eſt que de 6 livres. Or il ſuit de-là qu'il doit s'en manquer beaucoup que le corps *P*

Digitized by Google

ne parcourre d'auſſi grands eſpaces que s'il tomboit librement. Ses chûtes doivent être moindres dans le même rapport que 6 livres ſont moindres que 102. Figure 45.

Nous pouvons exprimer très-aiſément d'une maniere générale l'opération & les raiſonnemens que nous venons de faire. Nommant P & Q les deux poids, nous ferons cette analogie; $AC : CE :: Q : Q \times \frac{CE}{AC}$; & le quatrieme terme nous marquera la partie de la peſanteur que le contrepoids Q anéantit pour ainſi-dire dans le poids P. Ainſi la force qui fera deſcendre le corps P & monter Q ou qui fera mouvoir les deux corps, ſera $P - Q \times \frac{CE}{AC}$.

Je ſubſtitue après cela par la penſée en B un corps qui apporte la même réſiſtance au mouvement que le corps Q. Le corps que je ſubſtitue doit être plus grand dans le même rapport que le quarré de CE eſt plus grand que celui de CB ou de AC. J'ai donc à faire cette ſeconde proportion $AC^2 : CE^2 :: Q : Q \times \frac{CE^2}{AC^2}$. Ce quatrieme terme nous indique la maſſe qu'il faudroit ſubſtituer en B pour n'avoir plus à conſidérer le poids Q appliqué en E. Ainſi nous aurons pour maſſe totale à mouvoir $P + Q \times \frac{CE^2}{AC^2}$, & puiſqu'elle n'eſt mue que par la force $P - Q \times \frac{CE}{AC}$ trouvée plus haut, il ne nous reſte plus à faire qu'une derniere proportion pour trouver les eſpaces que parcourra le corps P en tombant. Ces eſpaces, nous le repetons, ſont d'autant plus petits que la force $P - Q \times \frac{CE}{AC}$ eſt petite par rapport à la maſſe totale. Nous diſons donc; $P + Q \times \frac{CE^2}{AC^2}$ eſt aux nombres de pieds qu'on trouve dans la Table du ſecond Chapitre, comme $P - Q \times \frac{CE}{AC}$ eſt à la vîteſſe du corps P ou aux eſpaces qu'il parcourt en tombant. Cette

Figure 45. opération se réduit toujours, comme on voit, à chercher la vîteſſe que la peſanteur communique aux corps qui tombent librement, ou les eſpaces qu'ils parcourent, & à les multiplier par $\frac{P - Q \times \frac{CE}{AC}}{P + Q \times \frac{CE^2}{AC^2}}$.

CHAPITRE VIII.

De la chûte des Graves lorſqu'ils agiſſent par le moyen de tambours de différents rayons, & que la peſanteur de ces tambours eſt conſidérable.

I.

QUELQUEFOIS les tambours ſeront d'une peſanteur trop conſidérable pour qu'on puiſſe la négliger. Il eſt vrai que cette peſanteur, quelque grande qu'elle ſoit, n'apporte aucun changement à la force qui produit le mouvement, puiſque toutes les parties des tambours ſont exactement en équilibre de part & d'autre du centre *C*. Ainſi la force qui cauſe le mouvement, ou la peſanteur, pour ainſi-dire, artificielle qui fait tourner la machine, ſera toujours $P - Q \times \frac{CE}{AC}$ ou tout l'excédant du poids *P* ſur la peſanteur qui lui ſeroit ſimplement néceſſaire pour entretenir l'équilibre avec le poids *Q*. Mais les tambours ſont obligés de tourner, ils prennent du mouvement, & ils ne le prennent qu'avec peine, à cauſe de leur inertie. La peſanteur que nous nommons artificielle eſt donc occupée à mouvoir une plus grande maſſe, & doit lui imprimer moins de vîteſſe.

Nous ſuppoſerons que les tambours ſont ſolides, & nous les conſidérerons comme formés d'une infinité de circonférences concentriques dont le point *C* ſoit le centre. Ces circonférences ne ſeront pas ſans largeur ou ſans épaiſſeur, & elles ſeront les éléments des deux tambours pour parler comme les Géometres. Je porte d'abord mon attention ſur le tambour *AB*; & je vais ſubſtituer ſur ſa circonférence par la penſée des quantités de matiere qui faſſent préciſément la même difficulté à être mues que les diverſes quantités de matiere étendues le long des circonférences intérieures. 1°. Ces circonférences ſont plus petites, elles ſont comme leurs rayons : outre cela, 2°. elles prennent d'autant moins de vîteſſe qu'elles ſont plus voiſines du centre *C*, & 3°. ce mouvement produit encore moins de réſiſtance ſelon ce même rapport, parce qu'il eſt ſitué moins avantageuſement pour produire un effet conſidérable. Il faut donc, pour chaque circonférence intérieure, ſubſtituer en *A* des quantités de matiere qui ſoient plus petites que celle que contient la circonférence extérieure, dans le même rapport que les cubes de tous les rayons ſont plus petits que le cube de *AC*. Figure 45.

Il ſuit de-là que les quantités de matiere qu'il faut ſubſtituer par la penſée en *A* ou ſur la circonférence extérieure pour tenir lieu de toutes les quantités de matiere qui ſont arrangées ſur les circonférences intérieures, ſuivent l'ordre des cubes des nombres naturels. Pour la plus petite circonférence intérieure, nous appliquerons en *A* une quantité de matiere infiniment petite, & nous l'exprimerons par 1. Pour la ſeconde circonférence, il faudra que nous mettions en *A* la quantité de matiere 8 : pour la troiſieme circonférence la quantité de matiere 27; & ainſi de ſuite. La circonférence extérieure terminera tous ces nombres, & elle fournira le plus grand. Ainſi, conformément à ce que nous ſavons ſur la maniere de ſommer les quantités

Figure 45. qui croiſſent ſelon une certaine puiſſance des nombres naturels, il faut que nous multipliïons la plus grande de ces quantités par le quart de leur multitude; c'eſt-à-dire, qu'il faut que nous multipliïons la circonférence extérieure par le quart du rayon.

Il eſt donc certain que le tambour *AB*, à cauſe de la proximité d'un grand nombre de ſes parties au centre, produit une réſiſtance au mouvement beaucoup moindre que ſi toute la maſſe étoit à la circonférence. Pour avoir la ſolidité du tambour, nous multiplierions ſa circonférence extérieure par la moitié de ſon rayon; & nous venons de voir que pour avoir ſa réſiſtance au mouvement ou pour déterminer la quantité qui étant appliquée en *A*, produiroit la même réſiſtance, il faut multiplier la circonférence extérieure par le quart du rayon. Il ſuit de-là que nous n'avons qu'à ſuppoſer toute la ſolidité du tambour réduite à la moitié, & qu'en appliquant cette moitié à la diſtance *AC* du centre, elle fournira préciſément la même difficulté au mouvement que le tambour.

Ainſi après que nous aurons trouvé la peſanteur excédente de *P* qui produit le mouvement de la machine, il ne faudra pas regarder la maſſe à mouvoir comme ſimplement formée du poids *P* & du poids que nous ſubſtituons en *B* à la place de *Q*; il faudra conſidérer de plus que le tambour *AB* réſiſte autant à recevoir du mouvement ou à tourner, que ſi la moitié de la maſſe étoit diſtribuée tout autour de ſa circonférence extérieure ou appliquée en *A*. La ſomme totale de ſa maſſe à mouvoir ſera de cette ſorte formée de trois termes; mais il y en aura encore un quatrieme à ajouter à cauſe de l'autre tambour *DE*.

Ce ſecond tambour fournit la même réſiſtance que ſi la moitié de ſon poids ou de ſa maſſe étoit appliquée en *E*, ou répandue ſur toute ſa circonférence extérieure. Mais ſi à ce poids nous en ſubſtituons un autre

en

en *B*, il faudra, conformément à ce que nous venons de voir, l'augmenter dans le même rapport que le quarré de *CE* eſt plus grand que celui de *CB*. Tout ſera enſuite à la même diſtance du centre *C*, & tous nos poids ſeront ſujets à prendre exactement la même vîteſſe; mais ils en recevront moins préciſément en même raiſon, comme il eſt évident, que l'excédant du poids *P* ſera plus petit par rapport à la ſomme de toutes les diverſes maſſes que nous venons de déterminer. Figure 45.

Nous avons ci-devant pris pour exemple deux poids *P* & *Q* qui peſoient le premier 30 livres, & le ſecond 8; & nous avons ſuppoſé que le rayon *CE* du grand tambour étoit triple du rayon *AC* du petit. Nous ſuppoſerons ici de plus que ces deux tambours qui ſont de même épaiſſeur peſent 18 livres & 2 livres. Nous n'avons pas beſoin d'autres données.

Le poids *Q* qui eſt de 8 livres retranche, comme on le ſait, 24 livres de la peſanteur de *P* qui eſt de 30 liv. Ainſi la partie de la peſanteur qui produit tout le mouvement n'eſt que de 6 livres. C'eſt ce que nous avons déja expliqué.

Nous nous ſommes convaincus auſſi que le poids *Q* fait le même effet quant à la réſiſtance au mouvement qu'un poids de 72 livres qu'on mettroit en *B*. Le tambour *AB* qui peſe 2 livres ſe réduit à une livre qu'il faut ſuppoſer appliquée ſur la circonférence de ce tambour. Quant aux 18 livres de l'autre tambour, elles ſe réduiſent à 9 livres appliquées en *E*, mais comme nous voulons ſubſtituer en *B* une maſſe équivalente, il nous faut augmenter neuf fois les neuf livres, ce qui nous donne 81 livres. Ainſi nous avons de maſſe à mouvoir 30 livres pour le poids *P*, 72 livres pour le poids *Q*, 1 livre pour le petit tambour & 81 livres pour le grand. Nous avons en tout 184 livres; & comme la peſanteur partiale ou artificielle qui produit tout le

Figure 45. mouvement n'eſt que de 6 livres, il s'enſuit que la chûte du poids P doit être moindre que ſi le poids tomboit librement par l'effet de la peſanteur naturelle, dans le même rapport que 6 livres ſont moindres que 184. Nous voulons ſavoir, par exemple, de combien tombera le corps P en 20 ſecondes? Il ne parcourra pas 6033 pieds, comme le marque la petite Table du ſecond Chapitre; mais il deſcendra de preſque 196 pieds, comme on le trouve par cette proportion: 184 ſont à 6033 pieds, comme 6 ſont à 196.

Si nous nommons t & T les peſanteurs des deux tambours, nous aurons $\frac{1}{2}t$ pour la maſſe qu'il faut ſubſtituer à la place du premier, & $\frac{1}{2}T \times \frac{CE^2}{AC^2}$, celle qu'il faut ſubſtituer pour le ſecond, & ſi nous ajoutons ces deux quantités à la ſomme des deux autres maſſes $P + Q \times \frac{CE^2}{AC^2}$, il nous viendra en tout $P + \frac{1}{2}t + (Q + \frac{1}{2}T) \frac{CE^2}{CA^2}$ pour la maſſe à mouvoir, qui n'eſt toujours ſollicitée que par la force $P - Q \times \frac{CE}{AC}$. Ainſi nous aurons cette analogie; $P + \frac{1}{2}t + (Q + \frac{1}{2}T) \frac{CE^2}{AC^2}$ eſt aux nombres fournis par la Table du ſecond Chapitre, comme $P - Q \times \frac{CE}{AC}$ ſera à la vîteſſe que prendra le corps P, ou aux eſpaces qu'il parcourra. Nous n'avons que faire d'ajouter que lorſqu'on ſait les circonſtances du mouvement du corps P, tout le reſte eſt connu.

II.

Des Oſcillations d'un Pendule qui eſt chargé d'un poids ſitué autour du point de ſuſpenſion.

LES mêmes principes nous mettent en état de déterminer la durée des balancements d'un pendule qui

ne peut oſciller qu'en faiſant mouvoir une maſſe *DB* (*fig.* 46.) qui environne ſon point de ſuſpenſion *C*. Figure 46. Nous n'euſſions pu entreprendre que difficilement cette recherche dans le Chapitre IV, au lieu que nous la trouverons maintenant très-aiſée. Nous n'avons qu'à feindre en *P* une maſſe qui faſſe la même difficulté à ſe mouvoir que le corps *DB*. Si ce corps eſt cylindrique, il fera autant de réſiſtance, comme nous l'avons vu, que ſi toute la moitié de ſa maſſe étoit appliquée en *B* ou diſtribuée ſur toute la circonférence; mais lorſqu'on tranſporte par la penſée cette même maſſe en *P*, il faut la diminuer encore dans le rapport du quarré de *PC* à celui de *CB*, puiſqu'elle recevra en *P* plus de vîteſſe qu'en *B*, & que la réſiſtance que fera ce mouvement ſera de plus appliquée à un bras de levier plus long. On peut juger après cela que les vibrations du pendule ſeront beaucoup plus lentes que s'il n'y avoit que le poids *P*: la maſſe à mouvoir ſera conſidérablement augmentée par le corps *DB*; quoique la force qui cauſe le mouvement ſoit toujours la même, celle que fournit la peſanteur de *P*.

Mais il eſt facile d'introduire dans un pendule ſimple ou ordinaire ce rapport différent qui ſe trouve entre la maſſe à mouvoir & la force qui l'agite; il ſuffit pour cela de rendre le pendule ſimple plus long que *CP* dans le même rapport. Si la maſſe de *P* ſe trouve augmentée deux ou trois fois par la maſſe qu'il faut y ajouter pour tenir lieu de la maſſe *BD* quant à la réſiſtance au mouvement, il n'y aura qu'à rendre le nouveau pendule deux ou trois fois plus long que *CP*.

En effet, ſi on écarte ce nouveau pendule de la ligne verticale d'une quantité abſolument égale à *pP* ou à *pF*, il aura le même eſpace à parcourir que le poids *p* ou *P*, & ſa vîteſſe s'accélérera par les mêmes degrés; car il y aura continuellement dans les deux pendules le même rapport entre la maſſe à mouvoir & la peſanteur rela-

Figure 46. tive. La maſſe dans le pendule de la figure 46 eſt deux ou trois fois plus grande, à cauſe de l'addition que forme le corps *BD*. L'autre pendule deux ou trois fois plus long ſera ſimple ; mais ce qui reviendra au même pour l'effet, la peſanteur relative avec laquelle il tendra à s'approcher de la ſituation verricale, ſera deux ou trois fois moindre ; puiſqu'elle ſera repréſentée par une ligne égale à *pP* ou à *pF*, pendant que la peſanteur abſolue ſera repréſentée par la longueur du pendule ou par une ligne deux ou trois fois plus longue que *CP*.

On trouve donc dans les pendules ſimples de différentes longueurs, comme nous l'avions déja vu, tous les divers rapports qu'il peut y avoir entre la maſſe d'un corps qui oſcille & la force qui l'agite. Il faut toujours allonger ou racourcir le pendule dans le même rapport que la maſſe eſt plus grande ou plus petite à l'égard de la force agitante, & par ce changement on conſervera aux oſcillarions leur même durée. Elles ſeronr exactement de même durée lorſqu'elles ſeront de la même étendue, mais elles le ſeront encore lorſqu'on les rendra plus grandes ou plus petites, à cauſe de la propriété qu'a chaque pendule de rendre toutes ſes oſcillations iſochrones.

Suppoſons pour exemple que le pendule *CP* ſoit de trois pieds, que le poids *P* ſoit de $\frac{1}{2}$ livre & que le corps cylindrique *BD* ſoit de 288 livres & qu'il ait un pied de diametre. Ces 288 livres de peſanteur de *BD* formeronr la même réſiſtance que 144 livres appliquées en *B* ; mais il faut ſubſtituer en *P* une maſſe beaucoup plus petire pour qu'elle ne produiſe que le même effet. *CB* étant ſix fois plus petite que *CP*, nous n'avons qu'à faire cette analogie ; 36, quarré de *CP*, eſt à 1, quarré de *CB*, comme 144 livres ſont à 4, & nous aurons 4 pour l'addirion qu'il faut faire par la penſée à la maſſe de *P*. Ainſi ce corps, au lieu d'être de $\frac{1}{2}$ livre, ſera de

$4\frac{1}{2}$ liv. & comme cette maſſe totale eſt à mouvoir par la ſeule $\frac{1}{2}$ livre de peſanteur de P, il faudra rendre le pendule ſimple, neuf fois plus long, pour que ſes oſcillations s'accordent avec celles de CP muni de ſa maſſe DB. Le pendule, dont les oſcillations ſeront de même durée que celles du pendule de la figure 46, aura donc 27 pieds de longueur, & ſi on conſulte la table du Chapitre IV, on verra qu'elles ſeront preſque de trois ſecondes. Figure 46.

CHAPITRE IX.

Du changement que la peſanteur des cordages ou autres parties mobiles qui entrent dans la compoſition des machines peut apporter au mouvement.

SI on croit devoir faire attention au poids des cordages dans la ſolution des problêmes précédents, la difficulté en deviendra plus grande, & on ne pourra guere la ſurmonter qu'en employant un peu de Géométrie. Cependant comme il s'agit de conſidérations de Dynamique ou de Méchanique qui peuvent devenir quelquefois très-importantes, & que nous ne ſommes pas fâchés de nous occuper d'un exemple dans lequel la force accélératrice ſoit variable, nous entrerons ici dans un certain détail que les Lecteurs qui ne ſeront nullement Géometres ſeront obligés de paſſer.

I.

LA maſſe à mouvoir dans diverſes machines peut devenir variable & la force accélératrice peut changer

Figure 45. auſſi ; ce qui doit empêcher les degrés d'accélération d'être égaux entr'eux. La figure 45 nous repréſente à peu-près ce qui peut arriver dans ce genre, pourvu qu'on ne néglige pas la peſanteur des cordages. La corde qui deſcend avec le corps P augmente néceſſairement la force accélératrice, puiſqu'elle contribue à augmenter le mouvement ; & au contraire la partie de la corde qui éleve le poids Q, ſe racourcit, & c'eſt donc une eſpece de diminution dans la maſſe à mouvoir. Nous diſons que c'eſt une eſpece de diminution ; car on doit trouver ici la même difficulté à mouvoir la corde EQ lorſqu'elle enveloppe le tambour DE, que lorſqu'elle eſt dans la ſituation EQ. Mais on peut imaginer d'autres diſpoſitions dans leſquelles il y auroit réellement de la différence.

Si nous nommons F la force accélératrice dans le premier inſtant, & s les eſpaces variables que parcourt le poids P en deſcendant, nous aurons, d'une maniere très-générale, $F+cs$ pour la force qui travaille à augmenter le mouvement, la lettre c déſignant une conſtante qui dépend du poids de la corde & de la maniere dont elle ſe développe. Si de plus M eſt la maſſe à mouvoir dans le commencement du jeu de la machine, nous aurons $M - es$ pour la maſſe à mouvoir à la fin de chaque eſpace s que le poids P aura parcouru, la lettre e étant déterminée de même que c par la diſpoſition de la machine. Ainſi le rapport de $F+cs$ à $M-es$ doit régler la grandeur des degrés d'accélération pendant la chûte du poids P.

Prenant t pour les temps ſenſibles & dt pour les inſtants que nous ſuppoſerons égaux entr'eux, nous aurons les petites parties ds des eſpaces parcourus, proportionnelles aux viteſſes du poids P & dds marquera par conſéquent les petits degrés d'augmentation que reçoit la chûte en chaque inſtant. Ces degrés dds ſont conſtants dans des inſtants égaux, lorſque la force

accélératrice eſt conſtante, de même que la maſſe à mouvoir, comme nous l'avons ſuppoſé juſqu'à préſent. La petite différentielle dds ſeroit encore conſtante ſi la force accélératrice & la maſſe variable changeoient dans le même rapport; mais nous aurons ici généralement $dds = \frac{F+cs}{M-es}$ ou plutôt $dds = \frac{F+cs}{M-es} \times dt^2$ en multipliant le ſecond membre par dt^2, afin d'obſerver la loi des homogenes, & encore plus afin de faire entrer dans cette recherche la conſidération du temps. Figure 45.

Il eſt bon de remarquer que l'égalité entre dds & $\frac{F+cs}{M-es} \times dt^2$ ſubſiſteroit encore ſi les inſtants dt n'étoient pas égaux entr'eux. Nous n'avons, pour le voir clairement, qu'à jetter les yeux ſur la figure 37, mais en ſuppoſant que la ligne AH qui termine les vîteſſes EF, BC &c. eſt une ligne courbe. Les aires des triangles curvilignes ABC, AIK &c. repréſentent les eſpaces parcourus s dans les temps t qui ſont exprimés par AB, AI &c. A l'égard des vîteſſes ou des eſpaces parcourus ds dans les inſtants dt, elles ſeront repréſentées par les ordonnées BC, IK &c. ſi les inſtants ſont égaux entr'eux; mais ſuppoſant les dt variables, il faut attribuer une certaine largeur aux ordonnées, une largeur égale à chaque dt, & les eſpaces ds parcourus en chaque inſtant ſeront exprimés par les rectangles infiniment étroits comme Ml. Enfin en obſervant la même analogie, les dds ou les augmentations des vîteſſes ou des eſpaces parcourus dans chaque inſtant, ſeront repréſentées par les petits triangles mOM; & il eſt évident que toutes les autres circonſtances étant les mêmes, ces petits eſpaces ſont proportionels aux quarrés de dt. Mais ils dépendent en même temps de la force qui cauſe le mouvement, laquelle eſt ici $F+cs$, & ils dépendent encore de la maſſe à mouvoir $M-es$ qui fait diminuer l'eſpace parcouru dans le même rapport qu'elle eſt plus grande. Nous aurons

Figure 45. donc en général, & eu égard à tout, $ddf = \frac{F+cf}{M-ef} \times dt^2$.

Cette équation nous donne $Mddf - efddf = Fdt^2 + cfdt^2$; & ſi on la multiplie de part & d'autre par df, & qu'on diviſe par $\frac{M}{e} - f$, il nous viendra $edfddf = \frac{Fdfdt^2}{\frac{M}{e}-f} + \frac{cfdfdt^2}{\frac{M}{e}-f}$ dont on tire par l'intégration l'équation $\frac{1}{2}edf^2 = Fdt^2 \times L\frac{M}{M-ef} + cfdt^2 - \overline{\frac{cM}{e} + cf} \times dt^2 L\frac{M}{M-ef}$ ou $\frac{1}{2}edf^2 = cfdt^2 + \overline{F - \frac{cM}{e} + cf} \times dt^2 L\frac{M}{M-ef}$ dans laquelle L déſigne les logarithmes des grandeurs qu'elle précede. Enfin on en déduit $dt\sqrt{2} = \frac{edf}{\sqrt{cef + \overline{eF - cM + cef} \times L\frac{M}{M-ef}}}$ qui nous donne d'une maniere très-générale en premieres différences, mais déja ſéparées, la relation qu'il y a entre les temps t & les eſpaces f que le corps P parcourt en tombant.

II.

S'il s'agiſſoit ſimplement de deux corps attachés, comme dans la figure 44, aux deux extrêmités d'une corde ou d'une chaîne parfaitement fléxible, le poids P deſcendant d'un eſpace déſigné par f, & le poids Q s'élevant exactement de la même quantité, l'excès de la peſanteur de la corde ou chaîne ſera égal à $2f$ du côté de P. Ainſi au lieu de l'expreſſion générale $F + cf$ de la force accélératrice, nous aurons $F + 2f$. Quant à la maſſe à mouvoir elle ſera conſtante; car elle ſera toujours formée des deux corps P & Q, & de la corde ou chaîne aux deux extrêmités de laquelle ces poids ſont attachés. Au lieu donc de $M - ef$, nous aurons M; & le coefficient e devenu égal à zéro, détruira tous les termes qu'il multiplie. Nous reprenons

nons pour cela notre équation générale $edsddz = \frac{Fdsdt^2}{\frac{M}{e} - s} + \frac{csdsdt^2}{\frac{M}{e} - s}$ lorſqu'elle n'avoit pas encore été intégrée. Elle deviendra $edsddz = \frac{eFdsdt^2}{M - es} + \frac{cesdsdt^2}{M - es}$ qui ſe réduit à $Mdsddz = Fdsdt^2 + 2sdsdt^2$ à cauſe de $c = 2$ & de $e = 0$. Paſſant enſuite à l'intégration, il nous vient $\frac{1}{2} Mds^2 = Fsdt^2 + s^2 dt^2$, dont nous tirons $dt = \frac{ds\sqrt{\frac{M}{2}}}{\sqrt{Fs + s^2}}$ qui dépend de la quadrature de l'hyperbole, & qu'on peut rapporter aiſément aux logarithmes. Figure 44.

Si on prend en effet une nouvelle variable z, & qu'on la ſuppoſe telle que $z = \frac{\frac{1}{2}F + s + \sqrt{Fs + s^2}}{\sqrt{\frac{1}{2}}}$, ou que $\sqrt{Fs + s^2} = z\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{F^2}{8z\sqrt{2}}$, on transformera l'équation précédente en $dt = \frac{dz}{z}\sqrt{\frac{1}{2}M}$, & ſi on remet à la place de z ſa valeur $\frac{\frac{1}{2}F + s + \sqrt{Fs + s^2}}{\sqrt{\frac{1}{2}}}$, on aura $dt = \frac{d(\frac{1}{2}F + s + \sqrt{Fs + s^2})}{\frac{1}{2}F + s + \sqrt{Fs + s^2}} \times \sqrt{\frac{1}{2}M}$ & $t = \sqrt{\frac{1}{2}M} \times L\left(\frac{\frac{1}{2}F + s + \sqrt{Fs + s^2}}{\frac{1}{2}F}\right)$ qui nous fournit en grandeurs parfaitement connues le temps (t) qu'emploie le poids P à deſcendre de toutes les hauteurs données s.

Cependant cette formule nous indique moins les temps que le rapport qu'il y a entr'eux ; car les temps & les eſpaces parcourus ſont des quantités abſolument hétérogenes. On a voulu qu'il y eût 60 ſecondes dans une minute & 3600 dans une heure ; on a donné de même une certaine grandeur au pied-de-roi. Mais outre ce qu'il y a d'arbitraire dans l'inſtitution de ces meſures, la peſanteur des graves pourroit être plus ou

Figure 44. moins grande ou avoir plus ou moins d'intenſité, quoique la maſſe de chaque corps fût toujours la même. Ainſi il faut néceſſairement conſulter l'expérience pour avoir ces quantités d'une maniere abſolue, au moins dans quelques circonſtances particulieres, & on s'en ſervira enſuite comme de termes de comparaiſon pour juger de ces mêmes quantités dans les autres cas.

C'eſt la même choſe lorſque la force qui précipite le grave vers la terre n'eſt pas variable. Si on déſigne cette force par F & la maſſe à mouvoir par la même lettre, ce qu'on doit faire lorſqu'un corps tombe librement par l'action de ſa peſanteur naturelle, on a ds pour les petits eſpaces parcourus pendant chaque inſtant dt. Ces petits eſpaces ſont proportionels aux vîteſſes qu'a le grave en chaque endroit de ſa chûte, & les dds expriment les augmentations de cette vîteſſe, qui ſont les effets de la force F appliquée à la maſſe F. On a donc alors $\frac{F}{F} = dds$ ou plutôt $\frac{Fdt^2}{F} = dds$; & ſi on multiplie de part & d'autre par ds, & qu'on intégre, on aura $sdt^2 = \frac{1}{2} ds^2$ & $dt = \frac{ds}{\sqrt{2s}}$ dont on tire $t = \sqrt{2s}$ & $t^2 = 2s$.

Mais ces nouvelles formules ne nous apprennent encore que des rapports: elles nous confirment ce que nous ſavions déja & ce que nous avions vu dans le ſecond Chapitre, que les eſpaces parcourus s dans la chûte libre, ſont comme les quarrés des temps t; mais elles ne nous apprennent pas de combien ſont effectivement ces temps pour chaque eſpace parcouru. C'eſt pourquoi on ne pourroit pas ſe diſpenſer de chercher au moins une fois ces quantités par l'expérience, ſi on n'avoit déja un grand nombre d'obſervations ſur ce ſujet.

La Table qui termine le ſecond chapitre nous marque le nombre de ſecondes qu'un grave employe à tomber d'une hauteur donnée; nous n'avons donc qu'à

chercher le changement qu'il faut faire à $\sqrt{2s}$ pour avoir le nombre de ſecondes que le grave employe ſelon cette table à tomber d'une hauteur s, & il n'y aura plus qu'à faire le même changement ſur toutes les autres valeurs de $\sqrt{2s}$. Il n'y aura auſſi qu'à modifier de la même maniere la valeur de $\sqrt{\frac{1}{2}M \times L}$ $\frac{\sqrt{Fs+s^2}+\frac{1}{2}F+s}{\frac{1}{2}F}$ que nous trouvons pour t lorſque deux poids ſont attachés aux deux extrêmités d'une chaîne qui paſſe ſur une poulie : car tous ces calculs ſont relatifs les uns aux autres & dépendent des mêmes principes. Figure 44.

Selon la Table du ſecond Chapitre, il ne faut que 4 ſecondes à un grave pour tomber librement de $241\frac{1}{3}$ pieds. Dans la chûte libre on a $t = \sqrt{2s}$, & cette petite formule donne 22 pour la valeur de t lorſque $s = 241\frac{1}{3}$. Or il faut diviſer le nombre $22 = t$ par $5\frac{1}{2}$ pour le réduire à 4 qui eſt le nombre réel de ſecondes ; & nous en concluons qu'il faut généralement diviſer par $5\frac{1}{2}$ toutes les autres valeurs de t que nous fourniſſent nos formules. Nous euſſions pu tirer la même conſéquence de tous les autres nombres de la table, ſans même exclure les premiers qui ont été déterminés immédiatement par l'expérience. Si on ſuppoſe $s = 15$ pieds 1 pouce, & qu'après avoir doublé cette quantité on en tire la racine quarrée, on trouvera à très-peu près $5\frac{1}{2}$ pour la valeur de t ; mais pour faire répondre ce nombre à 1 ſeconde, il faut le diviſer par $5\frac{1}{2}$.

Cela ſuppoſé, nous pouvons faire très-aiſément uſage de nos autres formules. Propoſons-nous pour exemple une corde qui étant de 300 pieds de longueur, peſe 30 livres, & qui eſt chargée par les deux extrêmités de deux poids qui peſent enſemble 20 livres : nous ſuppoſerons de plus qu'il s'en manque d'abord 2 livres que les deux poids & les deux parties de la

Figure 44. corde ne ſoient en équilibre. Nous demandons combien il faut de temps à la partie la plus peſante pour deſcendre de $241\frac{1}{3}$ pieds ?

La maſſe totale dans cet exemple eſt de 50 livres ; & pour réduire toutes nos données à la même dénominations, nous devons chercher à quelle longueur de la corde ſe rapportent les 50 livres, à proportion des 30 livres que peſent les 300 pieds de longueur de corde. On trouve 500 pieds ; & nous prendrons donc ce nombre pour la valeur de M. Nous aurons par la même raiſon 20 pour la valeur de F, parce que F eſt de deux livres, & que ce poids eſt égal à celui de 20 pieds de longueur de corde. Ainſi nous avons $M = 500$; $F = 20$ & $s = 241\frac{1}{3}$, parce que nous voulons ſavoir combien il faut de temps pour une chûte de $241\frac{1}{3}$ pieds. Ce ſont ces valeurs qu'il faut introduire dans la formule $t = \sqrt{\frac{1}{2}M} \times L \frac{\sqrt{Fs+s^2}+\frac{1}{2}F+s}{\frac{1}{2}F}$.

Nous devons remarquer outre cela que les logarithmes que fourniſſent les tables ordinaires ſont cenſés tirés d'une logarithmique dont la ſoutangente eſt 4342945 ; au lieu que lorſque nous avons paſſé plus haut des différentielles logarithmiques aux logarithmes, nous avons ſuppoſé que la ſoutangente étoit égale à l'unité. Ainſi après avoir pris dans les Tables ordinaires l'excès du logarithme de $\sqrt{Fs+s^2}+\frac{1}{2}F+s$ ſur celui de $\frac{1}{2}F$, nous ſommes obligés de faire cette analogie, 4342945 eſt à l'excès trouvé, comme l'unité priſe pour ſoutangente ſera à la valeur de $L \frac{\sqrt{Fs+s^2}+\frac{1}{2}F+s}{\frac{1}{2}F}$ dont nous avons beſoin. On la trouve d'environ 3.92 ; & ſi on la multiplie par $\sqrt{\frac{1}{2}M}$, il viendra à peu près 60.97 pour la valeur de t. Mais cette valeur a beſoin d'être rectifiée ſur les expériences déja faites ; & il faut, conformément à ce que nous avons vu, la diviſer par $5\frac{1}{2}$,

Il nous vient 11 ſecondes pour la chûte de 241 $\frac{1}{3}$ pieds; chûte qui ne demande que 4 ſecondes lorſqu'un grave tombe d'une maniere parfaitement libre. Figure 44.

Si on veut avoir les vîteſſes dans l'une & l'autre chûte, il ſuffit de ſavoir qu'elles ſont proportionnelles aux ds. Nous avons trouvé pour la chûte libre, $dt = \frac{ds}{\sqrt{2s}}$; ce qui nous donne $ds = dt\sqrt{2s}$. Mais pour la chûte que produit la diſpoſition de la figure 44, nous avons trouvé $dt = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}M} \times ds}{\sqrt{Fs+s^2}}$ dont nous tirons $ds = \frac{dt\sqrt{Fs+s^2}}{\sqrt{\frac{1}{2}M}} = \frac{dt\sqrt{2Fs+2s^2}}{\sqrt{M}}$. Ainſi à la fin des chûtes de même hauteur s, les vîteſſes dans la chûte libre ſont aux vîteſſes dans l'autre chûte, comme $\sqrt{2s}$ eſt à $\sqrt{\frac{2Fs+2s^2}{M}}$ ou comme 1 à $\sqrt{\frac{F+s}{M}}$. Lorſqu'un grave eſt tombé librement de 241 $\frac{1}{3}$ pieds, il a acquis une vîteſſe à faire 121 pieds par ſeconde. Nous n'avons donc que cette ſeconde analogie à faire; l'unité eſt à 121 pieds comme $\sqrt{\frac{F+s}{M}}$ eſt à environ 87 $\frac{1}{2}$ pieds.

CHAPITRE X.

Des Machines mues par l'action des hommes.

ON voit dans les Chapitres précédents de quelle maniere ſe fait la génération du mouvement; & il ſera très-facile d'appliquer à d'autres problêmes la méthode que nous avons employée. Mais preſque nulle machine n'eſt deſtinée à accélérer de plus en plus ſa vîteſſe. Le frottement ou la diminution que ſouffre la force

qui les fait mouvoir, met des limites à l'accélération ; & leur vîteſſe devient, après très-peu de temps, ſenſiblement uniforme. Nous ne devons pas manquer de les conſidérer en cet état : nous y ſommes d'autant plus obligés qu'elles s'y mettent encore plus promptement, lorſqu'elles ſont mues par l'effort des hommes, qui ne peuvent jamais agir qu'avec une certaine vîteſſe. Nous nous attacherons à deux différents exemples. Nous parlerons d'abord des grandes roues ou tympans, dont on fait un fréquent uſage dans les Ports de mer & ailleurs, pour élever les fardeaux en faiſant marcher des hommes au dedans de ces roues. Nous examinerons en ſecond lieu les cabeſtans pendant qu'on s'en ſert ſur les Vaiſſeaux pour lever l'ancre.

I.

De la vîteſſe que prennent les Roues ou Tympans dans leſquels on fait marcher des hommes.

SUPPOSONS qu'un ſeul homme marche dans une grande roue qui ſoutient un fardeau de 525 livres, ſuſpendu par une corde qui enveloppe l'axe de la roue, & ſuppoſons que cet axe ait 2 pieds de diametre. Si cet homme peſe 150 livres, & s'il ne s'éloignoit d'abord que de $3\frac{1}{2}$ pieds du bas de la roue, ou plutôt de la verticale qui paſſe par le centre, ſa peſanteur ſeroit en équilibre avec le fardeau ; & par conſéquent le fardeau ſuppoſé d'abord en repos ne s'éleveroit pas. Mais l'homme qui veut faire monter le fardeau, marchera dans la roue en ſe ſervant des eſpeces de marches qu'on y a pratiquées ; il s'éloignera de 4 pieds ou de $4\frac{1}{2}$ pieds de la verticale qui paſſe par le centre, & comme ſa peſanteur agira enſuite avec un plus long bras de levier, elle l'emportera ſur celle du fardeau,

& la machine commencera à tourner.

Il ne faut pas compter dans cette rencontre toute la peſanteur de l'homme, car il y en a une partie qui eſt comme détruite. Il faudroit 116 $\frac{2}{3}$ livres ſituées à 4 $\frac{1}{2}$ pieds de diſtance pour faire équilibre avec le fardeau. C'eſt ce qu'on trouve par cette analogie; 4 $\frac{1}{2}$ pieds, un des bras de levier, eſt à 525 livres, peſanteur du fardeau, comme 1 pied longueur de l'autre bras de levier eſt à 116 $\frac{2}{3}$ livres. Mais puiſque l'homme peſe 150 livres, il y a 33 $\frac{1}{3}$ livres d'excès, leſquelles forment la force accélératrice, ou la peſanteur que nous avons nommée artificielle. Il nous reſte actuellement à connoître la maſſe qu'il s'agit de mouvoir.

Le fardeau ne prend que peu de vîteſſe en montant, parce que la corde qui le ſoutient enveloppe l'axe qui n'a qu'un pied de rayon. Mais ſi au lieu de ce fardeau nous en imaginons un autre dont nous ſuppoſions que la direction paſſe à 4 $\frac{1}{2}$ pieds du centre, & que nous ſouhaitions que ſon inertie ou ſa maſſe produiſe le même effet que celle du fardeau, il faudra d'abord le rendre 4 $\frac{1}{2}$ fois plus petit, parce qu'il prendroit 4 $\frac{1}{2}$ fois plus de vîteſſe; & il faudra le diminuer encore 4 $\frac{1}{2}$ fois, parce que le même mouvement étant appliqué à 4 $\frac{1}{2}$ fois plus de diſtance du centre, réſiſte 4 $\frac{1}{2}$ fois davantage. Ainſi au lieu du fardeau qui peſe 525 livres, nous n'avons qu'à imaginer une maſſe de 25 $\frac{1}{17}$ livres à la diſtance de 4 $\frac{1}{2}$ pieds du centre, & elle ſera exactement équivalente au fardeau quant à la réception du mouvement ou au moment de la réſiſtance que fera ce mouvement. Nous pouvons auſſi imaginer à la diſtance de 4 $\frac{1}{2}$ pieds du centre une maſſe équivalente à toute la roue. Mais comme elle peſe beaucoup, & que toutes les parties de ſa circonférence ſont fort éloignées du centre, qu'elles prennent une très-grande vîteſſe, & que le moment de la réſiſtance de ce mouvement eſt très-grand, il faudra, pour tenir lieu de la

roue, imaginer une maſſe d'autant plus grande que le quarré des diſtances au centre eſt plus grand que le quarré de $4\frac{1}{2}$ pieds. Peut-être qu'il faudra feindre une maſſe de plus de 15000 livres, qu'on augmentera de $25\frac{1}{17}$ livres auxquelles ſe réduit le fardeau. Nous prenons 15000 livres pour le tout; & ce ſera donc la maſſe qui doit être mue par les $33\frac{1}{3}$ livres de force accélératrice.

Ainſi la roue doit prendre très-peu de vîteſſe en comparaiſon de la vîteſſe que reçoivent les graves qui tombent librement par l'action de leur peſanteur. La maſſe à mouvoir eſt ici 15000 livres, & la peſanteur artificielle qui lui donne du mouvement n'eſt que $33\frac{1}{3}$ livres. Nous n'avons après cela qu'à voir combien $33\frac{1}{3}$ livres ſont contenues de fois dans 15000 livres, & nous ſaurons combien les vîteſſes de la roue doivent être moindres que celles du grave dans ſa chûte libre. La Table du Chapitre II nous apprend qu'à la fin d'une minute, un grave a une vîteſſe à parcourir 1810 pieds dans une ſeconde. Mais ſelon cela la roue de notre machine ne doit avoir que $4\frac{1}{41}$ pieds de vîteſſe; ce que nous apprend l'analogie ſuivante: 15000 ſont à $33\frac{1}{3}$ comme les vîteſſes marquées dans la Table ſont à celles de la roue. Il faut remarquer que cette vîteſſe eſt celle de la roue à $4\frac{1}{2}$ pieds du centre, & qu'à un pied elle ſera plus petite dans le rapport de $4\frac{1}{2}$ à 1. Le fardeau n'aura donc en montant qu'environ 10 pouces 9 lignes de vîteſſe par ſeconde à la fin de la premiere minute.

Ce même fardeau auroit monté en tout pendant ce temps-là d'environ $26\frac{16}{17}$ pieds: car les graves qui tombent librement parcourent dans ce même temps 54300 pieds, & outre qu'il faut d'abord diminuer cet eſpace dans le rapport que la force accélératrice $33\frac{1}{3}$ eſt moindre que la maſſe à mouvoir 15000, ce qui donne $120\frac{1}{3}$ pieds, il faut encore diminuer l'eſpace

parcouru

parcouru dans le rapport de $4\frac{1}{2}$ à 1 à cauſe du peu de groſſeur de l'axe de la roue. Il vient donc $26\frac{16}{17}$ pieds pour le chemin que fait le fardeau en montant pendant la premiere minute. On peut trouver de la même maniere la quantité dont il s'éleve en tout autre temps, auſſi-tôt qu'on connoît toutes les dimenſions de la machine, & qu'on ſait en quel endroit de la roue l'homme ſe fixe.

Quant à la circonférence du tympan, elle prend beaucoup plus de vîteſſe. Les points de la roue qui ſont à $4\frac{1}{2}$ pieds du centre, parcourent $4\frac{1}{17}$ pieds par ſeconde à la fin de la premiere minute, dans les ſuppoſitions que nous avons faites. Il eſt évident que les points plus éloignés doivent ſe mouvoir plus vîte. Peut-être que chaque point de la circonférence parcourra 9 ou 10 pieds ou davantage. Mais il faudroit que l'homme marchât avec la même vîteſſe pour ſe maintenir dans la même place à $4\frac{1}{2}$ pieds de diſtance du bas de la roue ou de la verticale qui paſſe par le centre ; & comme cette vîteſſe eſt fort grande, principalement lorſqu'on marche en montant dans un eſcalier très-roide, l'homme ſera bien-tôt obligé d'aller moins vîte ; il reculera, entraîné par la roue qui tourne dans un ſens contraire, & il s'approchera du point le plus bas. S'il reſtoit toujours à $4\frac{1}{2}$ pieds de diſtance, la vîteſſe s'accélérant de plus en plus, il faudroit qu'il précipitât auſſi toujours ſes pas de plus en plus. Ainſi il ne doit pas tarder à modérer ſa marche ou à reſter en arriere, ſuppoſé qu'il ait pu marcher ſi vîte d'abord. Mais s'il s'arrête préciſément à $3\frac{1}{2}$ pieds de diſtance de la verticale qui paſſe par le centre de la roue, où ſa peſanteur eſt exactement en équilibre avec le fardeau, le mouvement ne s'accélérera plus, le fardeau montera déſormais d'un mouvement uniforme avec la vîteſſe déja acquiſe, & le manœuvre n'aura plus qu'à marcher d'un pas égal pour entretenir le mouvement

ou pour réparer les degrés de perte qu'y cauſeroit d'inſtant en inſtant la peſanteur du fardeau.

On voit donc que la vîteſſe que prend la machine que nous ſuppoſons toujours diſpoſée de la même maniere & chargée du même poids, dépend, 1°. de la quantité dont les hommes qui marchent dans la roue vont au-delà du point où leur peſanteur fait équilibre avec le fardeau. On voit que cette vîteſſe dépend 2°. du temps pendant lequel ces hommes conſervent la premiere ardeur de leur travail. S'ils pouvoient, en doublant le pas, ſe maintenir encore pendant une autre minute à $4\frac{1}{2}$ pieds du bas de la roue ou de la verticale qui paſſe par le centre, la force accélératrice s'exerçant deux fois plus de temps, le mouvement de la machine deviendroit deux fois plus rapide, & le fardeau parcourroit, en montant, un eſpace quatre fois plus grand, conformément à ce que nous avons établi dans le Chapitre II; il ſe trouveroit élevé de plus de 106 pieds. Les manœuvres ne pouvant pas marcher aſſez vîte, ralentiſſent leurs pas néceſſairement; ce ſera quelquefois au bout de 20 ou 30 ſecondes, & d'autres fois à la fin d'une minute ou de deux ſelon la conſtruction de la machine & la diſpoſition des manœuvres à marcher en montant. Mais auſſitôt, nous le répétons, que leur peſanteur ſera ſimplement en équilibre avec celle du fardeau, le mouvement ceſſera de s'accélérer; la machine tournera avec le mouvement qu'elle aura acquis, & elle le conſervera; parce que ſi le fardeau tend à le diminuer, le poids des hommes fera de l'autre côté un effet contraire abſolument égal.

Lorſque nous diſons que pendant le mouvement uniforme de la machine, il y a équilibre entre le poids des hommes & celui du fardeau, nous négligeons le frottement dont l'effet eſt en déduction par rapport au poids des hommes. Nous devons encore remarquer que le mouvement de la roue n'eſt jamais abſolument uni-

forme: car il y a une petite augmentation de vîteſſe, & enſuite une petite diminution à chaque pas que font les manœuvres: ce qui vient de ce que leur centre de gravité ne reſte pas exactement dans la même place, & de ce qu'il avance & enſuite recule. La même choſe arrive dans preſque toutes les autres machines: leur mouvement qu'on regarde comme égal ſouffre de ces alternatives, mais qui peuvent être extrêmement petites.

II.

De la vîteſſe que peut prendre l'Ancre en montant, lorſqu'on la leve en ſe ſervant du cabeſtan.

NOUS nous propoſerons pour ſecond exemple le cabeſtan, lorſque pluſieurs matelots le font tourner pour lever l'ancre ou pour élever quelqu'autre poids. Le premier effort eſt fort grand, parce que les matelots ne ſont point encore obligés de marcher, & que reſtant chacun dans la même place, ils ont le temps de fixer ſolidement leurs pieds & d'exercer toute leur force contre les barres ou contre les leviers qui entrent dans la tête du cabeſtan. Chaque matelot pouſſera peut-être d'abord avec une force de 50 ou de 60 livres; mais ſi ce grand effort produit ſon effet, ſi l'ancre ſe dégage du fond de la mer & s'éleve, en prenant une vîteſſe qui ira en augmentant, il faudra que les matelots marchent de plus vîte en plus vîte; & comme ils n'auront plus enſuite le temps de s'arcbouter, pour ainſi dire, contre le tillac ou contre le pont ſur lequel ils marchent, leur effort deviendra beaucoup moindre. Il ne faut pas regarder leur propre mouvement, ou le produit de leur vîteſſe par leur propre maſſe, comme une force qu'ils puiſſent employer contre les barres: car ce mouvement ils le conſervent; ils en ont beſoin

pour ſuivre le cabeſtan qui tourne, & un corps n'agit jamais par ſon mouvement que lorſqu'il le perd au moins en partie, comme nous le verrons encore mieux dans les Chapitres ſuivants. La vîteſſe des matelots doit donc cauſer une diminution conſidérable à leur effort, puiſqu'elle ne leur laiſſe pas la liberté de ſe roidir contre les barres.

Tant qu'ils pouſſeront avec plus de force qu'il n'en faudra pour faire équilibre avec la peſanteur de l'ancre & pour vaincre les frottements, la vîteſſe s'accélérera, l'excès de l'effort faiſant naître ſans ceſſe un nouveau mouvement. La maſſe à mouvoir ſera formée de la maſſe de l'ancre, de celle du cable & de celle du cabeſtan même avec ſes barres; mais rien n'empêche de ſubſtituer à cette maſſe par la penſée une autre maſſe qu'on imaginera à la même diſtance du cabeſtan que les matelots, conformément à la méthode que nous avons déja employée pluſieurs fois. La maſſe à mouvoir va en diminuant à cauſe de la partie du cable, qui rentre continuellement dans le Vaiſſeau; mais la force accélératrice diminue encore plus ſubitement, & il n'eſt pas permis de négliger cette diminution comme l'autre. L'effort que font les matelots devenant plus foible à meſure qu'ils marchent plus vîte, il ſe trouve bientôt ſenſiblement en équilibre avec la peſanteur de l'ancre. Alors les matelots n'employent plus leur force qu'à ſoutenir la peſanteur de l'ancre, ou à empêcher qu'elle ne détruiſe quelques degrés du mouvement déja acquis. La peſanteur de l'ancre tend continuellement à le ralentir; & l'action des matelots s'oppoſe à ce mauvais effet.

On juge aſſez qu'il ſeroit très-important de ſavoir ſelon quelle loi la force des hommes diminue à meſure qu'ils agiſſent avec plus de promptitude. Nous employerons une ſuppoſition qui ne s'éloigne peut-être pas beaucoup de la vérité: nous nous imaginerons

qu'un matelot allant deux ou trois fois plus vîte, ſon effort reçoit une diminution deux ou trois fois plus grande. Si on admet cette hypotheſe que nous ne propoſons néanmoins qu'en attendant que nous ayons quelque choſe de mieux ſur ce ſujet, on trouvera que, pour donner le plus grand mouvement uniforme poſſible au cabeſtan, il faut que les matelots ſe ſervent de barres aſſez longues pour ſoutenir, lorſqu'ils ne marchent pas, un poids double de celui qu'ils veulent élever. Un certain nombre de matelots, par exemple, eſt obligé de ſe mettre à 5 pieds de diſtance du cabeſtan pour ſoulever l'ancre & vaincre les frottements; il faudra pour rendre la vîteſſe uniforme la plus grande qu'il eſt poſſible, que ces mêmes matelots agiſſent ſur des leviers encore plus longs de 5 pieds.

Si nous nommons f l'effort dont les hommes ſont ordinairement capables lorſqu'ils n'en perdent aucune partie par la promptitude de leur marche, & que déſignant par e la vîteſſe qui leur fait perdre tout l'exercice de leur force, nous nommions u leur vîteſſe actuelle ou le nombre de pieds ou de pouces qu'ils parcourent dans une ſeconde, nous aurons $f - \frac{fu}{e}$ pour l'expreſſion générale de l'effort que nous pouvons faire ſelon l'hypotheſe expoſée. Cet effort étant multiplié par le bras de levier que nous déſignerons par z, il nous viendra $fz - \frac{fuz}{e}$ pour le moment, qui, comme on vient de le voir, doit être égal au moment de la peſanteur de l'ancre dans l'eau, lorſque le mouvement eſt déjà rendu ſenſiblement uniforme. Ainſi nommant P le poids de l'ancre dans l'eau & b le rayon du cabeſtan, nous aurons $Pb = fz - \frac{fuz}{e}$.

Mais ſi les matelots étoient en repos, ils auroient beaucoup plus de force, & il ne ſeroit pas neceſſaire qu'ils ſe ſerviſſent de leviers ſi longs pour ſoutenir la

peſanteur de l'ancre. Ils feroient un effort exprimé par f; & ſi le bras de levier plus court avec lequel ils agiroient alors étoit c, on auroit $bP = cf$. La longueur de ce bras c de levier qui ſuffit dans le cas du repos des matelots, doit être donnée par l'expérience; mais les moments cf & $fz - \frac{fuz}{e}$ étant l'un & l'autre égal à bP, nous aurons l'équation $cf = fz - \frac{fuz}{e}$ dont nous déduirons $u = e - \frac{ce}{z}$ pour la vîteſſe des matelots, & nous n'aurons donc plus qu'une ſimple analogie à faire pour avoir la vîteſſe de l'ancre : le bras de levier z eſt à la vîteſſe $u = e - \frac{ce}{z}$ des matelots, comme le rayon b du cabeſtan eſt à un quatrieme terme $\frac{be}{z} - \frac{bce}{z^2}$ qui nous marquera en grandeurs, que nous pourons regarder comme connues, la vîteſſe de l'ancre lorſqu'elle monte déja d'un mouvement ſenſiblement uniforme.

On ne ſe borne pas ici à connoître cette vîteſſe; on veut qu'elle ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible. Il faut pour cela différentier ſon expreſſion & l'égaler à zéro. On aura $-\frac{dz}{z^2} + \frac{2cdz}{z^3} = 0$, dont on tire $z = 2c$ qui fournit la condition eſſentielle du *maximum*, & qui prouve en même temps qu'afin que le mouvement devienne plus grand, il faut que la force qu'on emploie d'abord ſoit exactement double de celle qui eſt abſolument néceſſaire. Enfin ſi on introduit $2c$ à la place de z dans l'équation $u = e - \frac{ce}{z}$ il viendra $\frac{1}{2}e$ pour la vîteſſe uniforme des matelots; ainſi ils prennent alors la moitié de celle qui épuiſeroit toute leur force ou qui les priveroit d'action contre les barres, & il ſuit de-là que s'ils faiſoient un effort de 50 à 52 livres lorſqu'ils ne marchoient pas, ils n'en font plus qu'un de 25 à 26 livres, lorſqu'ils portent la vîteſſe

du mouvement uniforme du cabeſtan à ſon plus haut degré. L'expreſſion générale $\frac{be}{z} - \frac{bce}{z^2}$ de la vîteſſe de l'ancre ſe réduira en même temps à $\frac{be}{4c}$, qui eſt donc la plus grande vîteſſe de toutes celles que peut prendre l'ancre. Suppoſé que les matelots s'approchaſſent davantage du cabeſtan, ils pourroient employer, il eſt vrai, une plus grande partie de leur force abſolue, parce qu'ils marcheroient moins vîte, mais elle ſeroit ſituée moins avantageuſement étant appliquée à un bras de levier trop court. Si on plaçoit au contraire les matelots à une diſtance du cabeſtan plus grande que $2c$, on gagneroit par la longueur des leviers; mais on perdroit davantage du côté de la force, parce que les matelots étant obligés de marcher beaucoup plus vîte, agiroient enſuite plus foiblement.

On formera une autre hypotheſe plus ſuſceptible d'exactitude, en exprimant la force des hommes par $\frac{kf - hu}{k + u}$ pendant que f déſignera toujours l'effort de l'homme en repos, & que k & h ſeront deux conſtantes qui ne ſeront pas difficiles à déterminer. On aura toujours $Pb = fc$, & comme on aura auſſi $Pb = \frac{kfz - huz}{k + u}$ en comparant les moments du poids P & de l'effort des matelots en mouvement, on en inférera $fc = \frac{kfz - huz}{k + u}$ dont on tirera $u = \frac{kfz - kcf}{cf + hz}$ pour la vîteſſe des matelots. On aura donc $\frac{bkfz - bckf}{cfz + hz^2}$ pour celle de l'ancre; & ſi on en fait un *maximum* il viendra $z = 2c + \frac{cf}{k}$ qui lorſque k ſera très-grande par rapport à f, ne différera que très-peu de la valeur $2c$ trouvée précédemment.

Au ſurplus, on auroit beſoin de trois expériences dans cette ſeconde hypotheſe pour fixer les quantités f, k & h, qui entrent dans l'expreſſion générale

$\frac{kf-hu}{k+u}$. L'effort que fait un homme lorſqu'il eſt en repos ou lorſque $u = o$ donneroit immédiatement f qui en eſt alors l'expreſſion. La vîteſſe qui met cet homme au point de ne pouvoir plus agir, étant déſignée par e, & ſubſtituée à la place de u, on auroit $\frac{kf-he}{k+e} = o$. Enfin une troiſieme expérience faite lorſque le même homme agiroit avec une vîteſſe connue t moindre que la derniere, donneroit une valeur particuliere de $\frac{kf-hu}{k+u}$ & ne laiſſeroit plus rien d'indéterminé. Suppoſé que l'expérience donnât φ pour l'effort de l'homme qui agit avec cette vîteſſe t, on auroit $\frac{kf-ht}{k+t} = \varphi$. On tireroit de la combinaiſon des deux équations $\frac{kf-he}{k+e} = o$ & $\frac{kf-ht}{k+t} = \varphi$, les valeurs de k & de h qui ſeroient $k = \frac{e\varphi t}{fe-e\varphi-tf}$ & $h = \frac{f\varphi t}{fe-e\varphi-ft}$; & les introduiſant dans $\frac{kf-hu}{k+u}$, on auroit $\frac{f\varphi t \times e-u}{e\varphi t+\overline{fe-e\varphi-ft}\times u}$ pour l'expreſſion générale de l'effort que fait un homme qui agit avec la vîteſſe u. Dans cette même expreſſion, f marque l'effort dont cet homme eſt capable lorſqu'il eſt en repos, e la vîteſſe qui eſt aſſez grande pour l'empêcher d'exercer aucune partie de ſa force, & φ l'effort qu'il peut faire en agiſſant avec la vîteſſe moyenne t.

CHAPITRE

CHAPITRE XI.

Du mouvement que les Corps ſe communiquent par le choc, & premierement ceux qui ſont dénués de reſſort.

LES corps inanimés auxquels nous revenons, peuvent agir les uns contre les autres, non-ſeulement par leur peſanteur, ils peuvent encore ſe frapper avec force, lorſqu'ils ont acquis avant le choc une grande vîteſſe. Ils ſe communiquent alors du mouvement tout à coup. Nous les conſidérerons ici & dans les Chapitres ſuivants comme ayant toute leur inertie; mais ils ſeront cenſés dépouillés de leur peſanteur. Ils ſeront ſuſpendus à la maniere des pendules, ou bien ils gliſſeront ſur des plans horiſontaux parfaitement unis qui ſoutiendront tout leur poids, ou bien ils flotteront ſur une eau tranquille.

I.

Une regle qui n'eſt jamais violée, c'eſt qu'un corps ne donne du mouvement qu'autant qu'il en perd. Nos Lecteurs ſavent que la quantité du mouvement eſt le produit de la maſſe d'un corps par ſa vîteſſe, & ils ſavent auſſi qu'un corps qui reçoit du mouvement ne le prend pas ſans réſiſter. Cette réſiſtance ſe fait reſſentir à l'autre corps qui communique le mouvement, & il faut qu'il la vainque. Ce premier corps oppoſe à cette réſiſtance, la difficulté qu'il fait lui-même à perdre quelque partie de ſa vîteſſe, & il ſe trouve équilibre ou égalité entre les deux réſiſtances, lorſque les deux

mouvements ſont égaux entr'eux; celui qui eſt acquis d'un côté, & celui qui eſt perdu de l'autre.

Il ſuit de-là que ſi deux corps qui ont une égale quantité de mouvement, vont ſe frapper en ſens directement contraire, ils reſteront mutuellement en repos. L'un de ces corps a, par exemple, huit fois plus de maſſe que l'autre, mais d'un autre côté, il ſe meut huit fois moins vîte, ils auront la même quantité de mouvement ou la même force, & il n'y aura aucune raiſon pour que l'un des deux l'emporte ſur l'autre. Chacun perdra donc par le choc tout le mouvement qu'il avoit; mais il ne le peut perdre qu'en réſiſtant, & cette réſiſtance détruira tout le mouvement de l'autre. Ainſi les deux corps reſteront immobiles.

Mais ſi un des corps qui avance vers l'autre a plus de mouvement, il eſt ſenſible que les mouvements égaux & contraires de part & d'autre ſe détruiront, & que le corps le plus fort n'agira enſuite contre l'autre qu'avec l'excès de ſon mouvement. L'un de ces corps a, par exemple, 12 degrés de mouvement, & l'autre n'en a que 7. Le premier corps a 6 degrés de maſſe & 2 de vîteſſe; au lieu que le ſecond n'a qu'un degré de maſſe & il a 7 degrés de vîteſſe. Le premier de ces corps ſera plus fort que le ſecond; mais dans le choc, il doit perdre 7 degrés de ſon mouvement qui ſeront détruits par les 7 degrés de mouvement contraire du ſecond.

Nous ne devons donc plus compter ſur ces 7 degrés qui ſont anéantis réciproquement de part & d'autre par leur égalité & leur oppoſition. Mais il reſte après cela 5 degrés de mouvement au premier corps; & ce mouvement le met en état d'agir contre le ſecond en le pouſſant: ils marcheront de compagnie, en ne formant, pour ainſi dire, qu'une ſeule maſſe qui aura 3 degrés. Cette réunion de deux corps fera donc qu'ils partageront entr'eux les cinq degrés de mouvement proportionellement à leur maſſe particuliere; & quant à

leur vîteſſe commune, elle ſera préciſément de $1\frac{2}{3}$ degrés; puiſqu'en diviſant les 5 degrés de mouvement par trois degrés de maſſe, il vient $1\frac{2}{3}$ au quotient qui nous marque la vîteſſe commune.

La même regle ſervira, quoique le cas ſoit différent, ſi les deux corps qui ſe frappent vont dans le même ſens. Il faut que le poſtérieur ait plus de vîteſſe que l'antérieur pour pouvoir l'atteindre, & alors il n'y aura point de deſtruction de mouvement, il y en aura ſimplement une nouvelle diſtribution. Le corps poſtérieur agit contre l'autre avec l'excès de ſa vîteſſe; il doit le faire marcher plus vîte, & après le choc ils doivent aller de compagnie, comme s'ils ne formoient qu'une ſeule maſſe. Ainſi l'excès du mouvement du mobile poſtérieur doit ſe partager entre lui & le corps antérieur proportionnellement aux maſſes, ou ſi on veut trouver le réſultat du choc par une opération plus ſimple, il n'y a qu'à diſtribuer tout le mouvement des deux corps à la ſomme de leur maſſe, & on aura leur vîteſſe commune.

Le corps poſtérieur a, par exemple, 3 degrés de maſſe avec 5 degrés de vîteſſe, & il atteint un autre corps qui n'ayant qu'un degré de maſſe & un degré de vîteſſe, ſe meut exactement dans le même ſens. Il n'y a point ici de mouvement contraire; mais le mobile poſtérieur a 15 degrés de mouvement, produit de ſa maſſe 3 par ſa vîteſſe 5; & le mobile antérieur n'a qu'un degré de mouvement, produit d'un de maſſe par un de vîteſſe. Ces deux mouvements ſe joignent; ils forment enſemble 16 degrés, & ils ſont à diſtribuer aux 4 degrés de la maſſe totale des deux corps qui, après le choc, ſe meuvent de compagnie. Je diviſe donc 16 par 4; & il me vient 4 pour la vîteſſe des deux corps; vîteſſe dont la direction ne differe pas de la premiere.

Que la quantité de mouvement dans le même ſens eſt égale avant & après le choc, & que le centre de gravité des deux corps ſe meut toujours avec la même vîteſſe.

L'ÉGALITÉ de mouvements entre celui que reçoit un des corps & celui que perd l'autre, donne occaſion de faire une remarque qui eſt fort importante. C'eſt que la quantité de mouvement dans le même ſens reſte toujours la même. Si les deux corps ſe meuvent dans le même ſens, leur mouvement ſe joignent enſemble, & ſi les deux mobiles ſe meuvent en ſens contraires, le plus foible ne peut pas perdre ſon mouvement ſans détruire une quantité de mouvement égale à la ſienne; mais ces deux mouvemenrs conrraires étoient déja comme nuls ſi on les conſidere enſemble; ils formoient le zéro de mouvement par rapport à une certaine détermination. Un des corps en avançant, par exemple, vers l'Orient a 12 degrés de mouvement, & l'autre qui alloit vers l'Occident en avoit 7; ce n'eſt réellement que 5 degrés de mouvement vers l'Orient lorſqu'on conſidere ces deux corps à la fois; & c'eſt cette même quantité de mouvement qui ſubſiſte après le choc.

Une autre propriéré du mouvement qui eſt encore extrêmement remarquable, c'eſt que le centre de gravité des deux mobiles ſe meut toujours avec la même vîteſſe avant & après le choc. Les corps *A* & *B* de la
Figure 47. figure 47 ſont, par exemple, d'une égale maſſe, & le premier va choquer avec 2 degrés de vîteſſe le ſecond qui eſt en repos. Le mouvement du premier ſe partagera entre les deux corps, & ſe partagera également, puiſque les deux corps ſont de maſſes égales. Ainſi ils iront de compagnie chacun avec un degré de vîteſſe,

& ce ſera auſſi la vîteſſe de leur centre de gravité commun. Mais avant le choc, la vîteſſe de leur centre de gravité étoit déja la même. Car lorſque les deux corps étoient à la diſtance *AB* l'un de l'autre, le centre de gravité étoit en *G* au milieu de cet intervalle ; & à meſure que le corps *A* s'approchoit de *B*, le centre de gravité *G* avançoit auſſi vers *B*, en ſe trouvant toujours au milieu de l'intervalle. Ainſi le centre de gravité *G* des deux corps ne parcourt que *GB* pendant que le corps *A* parcourt *AB*, & par conſéquent ce centre a la moitié de la vîteſſe qu'avoit le corps *A* avant le choc, c'eſt-à-dire, qu'il n'a qu'un degré de vîteſſe ; & c'eſt auſſi celle qu'il a encore après le choc, puiſque les deux corps n'ont que la moitié de la vîteſſe qu'avoit le corps *A*. Figure 47.

Prenons pour autre exemple deux corps *A* & *B* (*Fig.* 48) qui vont à la rencontre l'un de l'autre avec des quantités de mouvement égales. Ils ſe réduiront l'un & l'autre au repos. Ainſi leur centre de gravité n'aura aucune vîteſſe après le choc ; mais c'étoit exactement la même choſe auparavant. Si le corps *A* a cinq ou ſix fois plus de maſſe que le corps *B*, le centre de gravité commun *G* de ces deux corps ſera cinq ou ſix fois plus voiſin du premier que du ſecond, c'eſt-à-dire, que l'intervalle *BG* ſera cinq ou ſix fois plus grand que *AG*. Mais puiſque les deux mobiles ont la même quantité de mouvement l'un que l'autre, il faut que le corps *B* ait ſa vîteſſe d'autant plus grande que la maſſe eſt plus petite ; c'eſt-à-dire, que les vîteſſes des deux mobiles ſeront en même raiſon que *AG* & *BG*. Ainſi lorſque le premier mobile ſera parvenu au milieu de *AG*, le mobile *B* ſera parvenu au milieu de *BG* ; lorſque le premier mobile ſera arrivé aux trois quarts de *AG*, le ſecond mobile ſera parvenu auſſi aux trois quarts de *BG*. Mais il s'enſuivra de-là que leur centre de gravité *G* ſera toujours dans le même endroit ; & on voit donc que ce point qui ne ſe meut point après le Figure 48.

Figure 48. choc, puiſque les deux corps reſtent en repos, ne ſe mouvoit pas non plus avant le choc.

Il eſt un peu plus difficile de s'aſſurer de la même vérité dans tous les autres cas; mais on y réuſſira avec quelque petit appareil de Géométrie. On trouvera que la vîteſſe du centre de gravité commun de deux ou de pluſieurs corps qui ſe frappent n'eſt ſujette à aucun changement. Si ce centre étoit en repos, il y reſte; & s'il avoit une certaine vîteſſe, il ſe meut toujours avec la même & ſur la même direction.

II.

Du choc des corps à reſſort.

LES mobiles que nous venons de conſidérer ſont dénués de reſſort ou ſont mous. Tels ſont un très-grand nombre de corps; mais pluſieurs autres ont du reſſort; ils ſe compriment lorſqu'on les frappe, & ils rendent, en ſe reſtituant avec force dans leur premier état, preſque toute la vîteſſe avec laquelle on les avoit frappés. Si on laiſſe tomber une boule de verre ſur une groſſe maſſe de même matiere, elle eſt repouſſée avec une vîteſſe qui ne differe toujours que d'environ une ſeizieme partie de la premiere. Ainſi le reſſort du verre n'eſt pas abſolument parfait; mais il l'eſt beaucoup plus que celui de la plupart des autres corps qui ne rendent qu'une moindre partie de la vîteſſe ou du mouvement avec lequel ils ont été frappés.

Le réſultat du choc de ces ſortes de corps eſt très-différent de celui des corps mous; mais il en eſt une ſuite. Lorſque deux corps ſe frappent & qu'ils ſont à reſſort, ils ſe compriment avec force pendant qu'ils ſe communiquent du mouvement. Cette communication ſe fait conformément aux loix que nous venons d'expliquer. Mais dans l'inſtant que les deux corps vont de

compagnie & qu'ils ceſſent d'agir l'un ſur l'autre par leur premier mouvement, leur reſſort qui avoit été comprimé, commence à ſe débander, & il produit un effet qui répond parfaitement à la grandeur de la compreſſion, à la force du choc, ou au changement fait dans le mouvement. Ainſi, ſuppoſé qu'un corps à reſſort ait perdu ou reçu dix degrés de mouvement ou de vîteſſe par le choc, ſon reſſort aura été comprimé à proportion de ce mouvement; & lorſqu'il ſe débandera, il produira dans le mouvement du corps un changement égal ou proportionnel au premier. Le corps a-t-il reçu du mouvement, il en recevra encore; il en perdra au contraire s'il en a déja perdu, & ce ſecond changement ſera toujours égal ou moindre que le premier, ſelon que le reſſort ſera parfait ou imparfait.

Pour éclaircir ceci par un exemple, ſuppoſons que deux corps *A* & *B* ſont de maſſes égales, qu'ils ont un reſſort abſolument parfait, & que le premier va rencontrer avec deux degrés de vîteſſe le ſecond qui eſt en repos. Les deux corps étant de maſſes égales & le ſecond étant en repos, le premier lui imprimera la moitié de ſon mouvement, & ils iront l'un & l'autre avec un degré de vîteſſe par le premier effet du choc. Mais pendant la communication du mouvement les deux corps ſe compriment réciproquement, ils mettent leur reſſort en action, & ſi ce reſſort eſt abſolument parfait, il doit opérer dans le mouvement de chaque corps un changement préciſément égal au premier. Ainſi le corps *A* qui avoit d'abord 2 degrés de vîteſſe, & qui en a perdu un, en perdra encore un & reſtera donc enſuite en repos. Le corps *B* au contraire qui étoit en repos & qui a pris un degré de vîteſſe par le choc, en recevra encore un autre par l'action de ſon reſſort, de ſorte qu'il aura enſuite 2 degrés de vîteſſe; & il ſe trouvera donc que les deux corps auront fait un échange parfait de leur premier état.

Nous venons de ſuppoſer que le reſſort étoit parfait, quoiqu'il y ait tout lieu de croire qu'il n'y en a pas de tel dans la nature. Lorſque deux corps ſe choquent & qu'ils ſe compriment en s'applatiſſant dans l'endroit frappé, une partie de l'effort eſt employée à déplacer les parties ſolides du corps frappé, à les rapprocher les unes des autres, & le reſſort n'eſt comprimé par conſéquent que par l'excès de la force. Si la compreſſion s'étend fort loin dans le corps, il y aura eu beaucoup de force employée à mouvoir les parties ſolides les unes vers les autres; ainſi le reſſort en ſouffrira moins d'effort; & lorſqu'il ſe reſtituera, au lieu d'agir avec toute ſa force contre l'agent extérieur, il en épuiſera encore une partie à rétablir les molécules du corps dans leur premiere ſituation reſpective. Nous appercevons donc dans l'action du reſſort deux cauſes de diminution. Le reſſort n'eſt pas ordinairement preſſé avec toute la force qui a été employée, & il ne rend pas encore toute la force réelle qui l'a mis en action. Il s'enſuivroit de-là qu'il n'y a point de corps à reſſort abſolument parfait dans la nature. Leurs parties changent de ſituation les unes par rapport aux autres juſqu'à une certaine profondeur, au lieu qu'il faudroit que le reſſort fut d'une roideur infinie & que le dérangement des parties s'étendit infiniment peu, pour que le débandement ſe fit exactement avec la même vîteſſe que la compreſſion.

Selon cette explication, les corps ne doivent pas recevoir par leur reſſort dans la communication des mouvements, un changement égal au premier; mais ſeulement un changement proportionnel & moindre dans un certain rapport. Si nous reprenons un des exemples que nous nous ſommes propoſés ci-devant, celui dans lequel un des corps a 12 degrés de mouvement & va à la rencontre d'un autre corps qui a 7 degrés de mouvement, & ſi nous ſuppoſons que leur reſſort

ſort eſt à moitié parfait ; nous chercherons d'abord la vîteſſe de ces deux corps en les ſuppoſant mous. Nous avons trouvé que le ſecond comme moins fort, retournoit ſur ſes pas, & qu'ils alloient enſemble avec $1\frac{1}{3}$ degrés de vîteſſe. Le premier corps avoit auparavant 2 degrés, & il a perdu dans le choc $\frac{1}{3}$ de degré : ainſi ſon reſſort, en ſe débandant, lui fera perdre encore $\frac{1}{6}$ de degré, & il ne reſtera donc plus à ce mobile que $1\frac{1}{2}$ degrés de vîteſſe. L'autre mobile qui avoit une vîteſſe de 7 degrés vers le premier & qui en rebrouſſant chemin en a pris une de $1\frac{1}{3}$ degrés en ſens contraire, a ſouffert un changement de $8\frac{1}{3}$ degrés, & ſon reſſort à demi-parfait ajoutera donc $4\frac{1}{3}$ degrés au $1\frac{1}{3}$ degrés; ainſi le choc étant entiérement accompli, ce ſecond mobile aura 6 degrés de vîteſſe.

Au ſurplus les remarques que nous avons faites ſur la vîteſſe conſtante du centre de gravité des deux corps & ſur l'égalité de mouvement dans le même ſens, devant & après le choc, ſont encore vraies, lorſque les corps qui ſe choquent ſont à reſſort. Le mouvement dans le même ſens eſt toujours le même ; car ſi le reſſort qui agit enſuite du choc, ajoute quelques nouveaux degrés de mouvemens à un des corps, il pouſſe l'autre dans un ſens contraire, & il diminue autant ſon mouvement qu'il a augmenté celui de l'autre. La vîteſſe du centre de gravité commun ſera auſſi toujours la même ; & elle ſera nulle après le choc ſi le centre de gravité étoit en repos avant le choc. Les corps *A* & *B* de la figure 48 vont ſe frapper avec des vîteſſes qui ſont en raiſon inverſe de leurs maſſes ; ils vont ſe rencontrer dans le point *G* où ſe trouve leur centre de gravité commun qui eſt alors en repos. Si ces deux corps ſont mous, ils reſteront en repos après le choc ; mais s'ils ont du reſſort, chacun d'eux retournera ſur ſes pas & ſera, renvoyé avec une vîteſſe proportionnelle à celle qu'il avoit d'abord. Ils s'éloigneront donc tou-

jours dans le même rapport du point *G* en rebrouſſant chemin, & leur centre de gravité conſervera toujours exactement ſa même place.

Que la peſanteur des corps ou leur tendance vers le centre de la terre n'altere en rien les loix de la communication des mouvements.

Nous joindrons encore ici une autre remarque qui eſt trop importante pour que nous l'oubliïons. Nous avons ſuppoſé que les corps qui ſe frappoient étoient ſoutenus ſur un plan horiſontal; mais cette ſuppoſition n'étoit nullement néceſſaire, nous n'avons eu en vue, en la faiſant, que de moins partager notre attention. La peſanteur des corps ne change abſolument rien dans la maniere dont ils agiſſent l'un ſur l'autre avec des vîteſſes réelles ou d'une grandeur finie. La peſanteur peut changer la vîteſſe des corps avant qu'ils ſe rencontrent, & elle peut altérer auſſi leur vîteſſe après le choc en répétant ſon action, comme nous l'avons expliqué ci-devant. Mais pendant la durée même du choc, la peſanteur doit être incapable d'un effet ſenſible, puiſque le choc ſe fait, pour ainſi dire dans un inſtant. Ainſi lorſqu'un corps ſe meut avec une vîteſſe à faire 15 ou 20 pieds dans une ſeconde, il n'importe qu'il vienne frapper en deſſous ou en deſſus un autre corps en le pouſſant vers le haut ou vers le bas, le choc doit produire toujours le même effet, & le ſens de l'impulſion, par rapport à la direction de la peſanteur, ne doit y apporter aucune différence. Car il s'agit alors d'une vîteſſe finie qui ſe communique tout à coup & qui eſt comme infiniment grande à l'égard de celle que la peſanteur peut imprimer dans un inſtant ou dans un temps prodigieuſement court.

CHAPITRE XII.

Du mouvement des corps qui ſe frappent obliquement.

I.

IL arrive ſouvent que les corps ſe frappent avec obliquité, & alors il faut décompoſer leurs mouvements pour découvrir quel ſera le réſultat de leur choc. Le corps ſphérique *A* (*Fig.* 49.) va, par exemple, frapper ſelon la direction *Aa* & avec la vîteſſe *Aa*, le globe *B* qui eſt en repos. Je tire la tangente *ED* au point de la ſurface du globe qui ſera frappé ; je forme enſuite par des paralleles *aH* & *AF* à cette tangente & des perpendiculaires *aF*, & *AH*, le rectangle *AHaF*. Le mouvement *Aa* du corps choquant ſe trouvera après cela décompoſé dans les deux mouvements *Fa* & *Ha* ; & il eſt évident que le choc ne ſe fera qu'avec le mouvement relatif *Fa*, ſans que l'autre partie du mouvement, le mouvement relatif *Ha* contribue en rien à l'impulſion. Ainſi il n'y a qu'à conſidérer le mobile *A*, comme s'il n'avoit que la vîteſſe *Fa*. Il communiquera, conformément aux regles que nous avons vues, du mouvement au corps *B* ſelon *BL*, prolongement de *Fa* ; & lui même il prendra une nouvelle direction *aα*, en ſatisfaiſant en même-temps au mouvement relatif *Ha*, ou *aK*, qui n'a pu recevoir d'altération par le choc, & au mouvement *aI* qui lui reſtera ſelon le prolongement de *Fa*. Figure 49.

Le corps *B* étant en repos, il faudra diſtribuer à la ſomme des deux maſſes tout le mouvement qu'avoit le corps *A* ſelon *Fa*. Et ſi le corps *B* eſt double de

Figure 49. A, la maſſe totale ſera triple de celle de A; par conſéquent la vîteſſe deviendra trois fois plus petite; le corps A & le corps B n'auront après le choc, ſelon aL, que le tiers de la vîteſſe relative Fa. Pour avoir donc la direction $a\,\alpha$ que ſuivra ce premier globe après le choc, nous n'avons qu'à, en prolongeant Ha, faire aK égale à Ha; nous ferons enſuite aI égale au tiers de Fa, & achevant le rectangle IK, ſa diagonale $a\,\alpha$ nous donnera la nouvelle direction du corps A & nous marquera auſſi ſa vîteſſe.

Les choſes ſe paſſeront autrement ſi les corps qui ſe frappent, ont du reſſort, comme ils en ont ſouvent un peu. Si leur reſſort eſt à demi-parfait, le corps B après avoir reçu par l'effet immédiat du choc une vîteſſe égale à aI ou au tiers de Fa dans les ſuppoſitions que nous avons faites, augmentera ſa vîteſſe de la moitié de aI par l'action de ſon reſſort. D'un autre côté le corps A qui n'ayant plus que le tiers de la premiere vîteſſe en a perdu les deux tiers, fera, par la reſtitution de ſon reſſort qui le pouſſera en arriere, une perte égale à la moitié de la premiere. Ainſi il perdra tout ſon mouvement ſelon aL; & il ne lui reſtera que le ſeul mouvement latéral Ha, ou aK. Pendant que le corps B ira donc ſelon BL avec une vîteſſe égale au tiers de Fa plus à la moitié de ce tiers, le corps A, prendra en a la direction & la vîteſſe aK.

III.

Du choc d'un corps qui en frappe pluſieurs autres tout à la fois.

Si un corps en choque ſucceſſivement pluſieurs, il n'y aura qu'à examiner de ſuite les effets de tous ces chocs; mais ſi un corps en frappe pluſieurs tout à la fois, il faudra quelque légere attention de plus de la

part du Méchanicien. Cependant la parfaite égalité entre le mouvement acquis d'un côté & le mouvement perdu de l'autre, ſera toujours exactement obſervée. L'exemple que nous allons mettre ſous les yeux des lecteurs, quoiqu'il paroîtra peut-être un peu étranger à notre ſujet, fixera encore mieux le vrai ſens de cette regle la plus générale de la Méchanique, ou de cette partie, la Dynamique qui a pour principal objet l'action des corps les uns contre les autres lorſqu'ils ſont en mouvement.

Nous ſuppoſons que le globe dont *A* (*fig.* 50.) eſt le centre ſe meuve avec la vîteſſe *AB*, & nous voulons qu'en rencontrant à la fois en *G* & en *H* deux autres globes qui ſont en repos, il change ſa direction & ſa vîteſſe en prenant la direction & la vîteſſe *AE*. La maſſe du corps dont *A* eſt le centre eſt donnée; ſes directions & ſes vîteſſes avant & après le choc ſont également données. On a auſſi les points *G* & *H* où doit ſe faire l'attouchement ou le choc. Mais on demande quelle maſſe les deux globes frappés doivent avoir pour que le mouvement du corps choquant *A* reçoive le mouvement preſcrit? Figure 50.

Les lignes droites *AB*, & *AE* marquent les vîteſſes & les directions du corps *A* avant & après le choc, je tire une droite *EB*; & ayant conduit *AF* parallele & égale à cette ligne *BE*, j'acheve le parallélograme *BAFE*, & *AF* me marque la vîteſſe que le corps *A* perd par le choc. Si on multiplie cette vîteſſe par la maſſe du corps *A*, on aura le mouvement qu'il a perdu, ou pour nous expliquer autrement, on aura la différence des deux mouvements ſelon *AB* & *AE*, ou bien encore le changement qu'il a fallu qu'éprouvât le premier mouvement pour devenir le ſecond. Car il n'y a que le mouvement *AF* qui étant combiné avec *AB*, puiſſe donner pour réſultat le mouvement *AE*. Si nous nommons *A* la maſſe du corps *A*,

Figure 50. nous aurons $AF \times A$ pour le mouvement perdu de ce corps, pendant que $AB \times A$ exprimera le mouvement qu'avoit ce même corps avant le choc, & $AE \times A$ le mouvement qui lui reſte après le choc.

Le produit $AF \times A$ de AF par la maſſe du corps A, nous marquant le mouvement que ce corps perd, nous marque auſſi celui que doivent acquérir les deux globes frappés. Nous avons déja, pour ainſi dire, la vîteſſe de ces corps; car elle eſt déterminée par la vîteſſe avec laquelle le globe A ſe meut après le choc. Lorſque le centre de ce dernier corps paſſe de A en a, toutes les parties de ſa ſurface avancent de la même quantité parallélement à AE. Les petites lignes Ll, Gg, Hh &c. ſont donc toutes égales & paralleles entr'elles. Mais ces lignes que je ſuppoſe infiniment petites ne marquent pas les vîteſſes avec leſquelles les corps frappés ſont pouſſés. Le corps K n'eſt pouſſé qu'avec la vîteſſe HP qui a le même rapport à Hh dans le petit triangle rectangle HPh que le ſinus de l'angle h au ſinus total. Mais puiſque Hh eſt parallele à AE, l'angle h eſt le complément de l'angle HAE. Ainſi nous ſommes en état de découvrir la vîteſſe qu'aura le corps K après le choc. Le ſinus total eſt à la vîteſſe AE du corps A après le choc, comme le co-ſinus de l'angle HAE eſt à la vîteſſe du corps K. Nous trouverons par une ſemblable analogie la vîteſſe du corps I, en nous ſervant pour troiſieme terme du co-ſinus de l'angle GAE. Nous aurons $\frac{\text{co-ſin. } HAE}{\text{ſin. tot.}} \times AE$ pour la vîteſſe du corps K, & $\frac{\text{co-ſin. } GAE}{\text{ſin. tot.}} \times AE$ pour celle du corps I.

Les vîteſſes de ces corps étant trouvées, il nous ſera très-facile de déterminer les maſſes qu'on doit leur donner, leſquelles forment tout l'objet de notre recherche. Le corps choquant perd le mouvement $AF \times A$ par le choc; & il faut que les deux corps

K & I reçoivent enſemble ce même mouvement. Ils ne peuvent pas en prendre ſans réſiſter par leur inertie, & il faut que cette réſiſtance ſoit égale à celle que le corps A fait à perdre ſon mouvement. En prolongeant HA & GA vers Q & vers R, je forme le parallélograme $AQFR$ autour de la diagonale AF; & pendant que AF me marquera le mouvement abſolu qu'a perdu le corps choquant, les lignes AQ & AR me marqueront le mouvement qu'il a perdu ſelon les directions AG & AH, & ces dernieres lignes marqueront auſſi les quantités de mouvement que doivent recevoir les deux corps K & I. Figure 30.

Rien n'eſt plus facile que de trouver la longueur de toutes ces lignes par la réſolution des triangles qu'elles forment les unes avec les autres. EB eſt donnée de longueur & de ſituation, puiſque AB & AE ſont données. Dans les triangles AFQ & AFR les trois angles ſeront connus, & on a le côté AF qui eſt égal à BE. Nous pouvons donc regarder les lignes AQ & AR comme connues. Mais cela ſuppoſé, nous n'avons qu'à multiplier AQ par la maſſe du corps A, & nous aurons le mouvement que le corps A a perdu ſelon AQ. C'eſt $AQ \times A$; & puiſque ce mouvement eſt égal à celui qu'a acquis le corps K dont nous avons trouvé ci-deſſus la vîteſſe, nous n'avons qu'à diviſer $AQ \times A$ par la vîteſſe du corps K, & le quotient nous marquera la maſſe qu'il faut lui donner. Nous aurons $\frac{\text{ſin. tot.} \times AQ \times A}{\text{coſin. } HAE \times AE}$ pour cette maſſe. Diviſant de même $AR \times A$ par la vîteſſe, $\frac{\text{coſin. } GAE}{\text{ſin. tot.}} \times AE$, du corps I, il nous viendra $\frac{\text{ſin. tot.} \times AR \times A}{\text{coſin. } GAE \times AE}$ pour ſa maſſe que nous voulions auſſi découvrir.

Si ces corps étoient à reſſort, le changement BE ou AF fait au mouvement du corps A, ne ſeroit pas produit immédiatement par le choc. Il n'y auroit

Figure 50. d'abord de changement qu'une certaine partie Be ou Af, & l'autre partie eE ou fE qui ſeroit moindre que la premiere dans un certain rapport qui dépendroit de la qualité du reſſort, ſeroit produite par ſa reſtitution, lorſqu'il ſe débanderoit après la compreſſion. Mais au lieu de faire ſur BE, les opérations preſcrites, il n'y auroit qu'à les faire ſur Be.

La méthode étant abſolument générale peut ſervir quel que ſoit le nombre des mobiles. Elle nous fait découvrir ici les maſſes que doivent avoir les corps frappés; ces maſſes étant données au contraire, il n'y auroit qu'à les comparer avec les expreſſions que nous venons de trouver, & on pourroit par le ſecours de la Géométrie & de l'Algebre, en ſuivant un ordre rétrograde, découvrir quelques autres des quantités que nous avons ſuppoſé données, & qu'on regarderoit alors comme inconnues. Feu M. Jean Bernoulli ayant aſſuré dans la piece qu'il donna en 1726 ſur le mouvement, qu'on n'avoit pas pu, juſqu'a lui, réſoudre ce problême, parce qu'on ignoroit les vrais principes qu'il falloit y employer, j'en donnai la ſolution dans le Journal des Savans du mois d'Avril 1728, laquelle ſe rapporte parfaitement à celle qu'on vient de voir. Nous n'avons ici pour objet que d'expliquer les régles de la Méchanique & de la Dynamique; mais les Lecteurs doivent ſavoir qu'il n'eſt pas poſſible d'en faire d'application un peu compliquée ſans le ſecours de la Géométrie. Il nous faut preſque toujours du calcul pour prévoir en Méchanique les réſultats les plus ſimples, & nous nous égarons ſouvent lorſque nous avons trop de différents mouvements à comparer. La Nature réſoud les mêmes problêmes & une infinité d'autres incomparablement plus difficiles; & elle n'y emploie jamais qu'un inſtant. Elle n'héſite jamais en prenant ſon parti, parce qu'elle obéit à une voix toute-puiſſante; & que ſon Auteur, dont la ſageſſe eſt infinie, eſt ſouverainement Géometre.

CHAPITRE

CHAPITRE XIII.

Du choc des corps qui agiſſent les uns contre les autres par le moyen d'un levier.

SI l étoit poſſible de trouver quelque cas dans lequel le mouvement que reçoit un corps n'eſt pas égal à la perte que ſouffre un autre corps, ce ſeroit lorſque les deux agiſſent l'un contre l'autre par l'intervention d'un levier qui ne peut tourner que ſur un point. Le corps *A*, par exemple, va frapper le levier *HL* (*fig.* 51) au point *E*, & en même temps le corps *B* frappe ce même levier au point *F* dans un ſens contraire. Il eſt certain que le corps *B* peut avoir plus de maſſe & de vîteſſe que le corps *A*; il peut avoir beaucoup plus de mouvement que le corps *A*, & produire cependant moins d'effet ſur le levier, parce que les réſiſtances que ſont ces deux mouvements à être détruits, ſont aidées par des bras de levier de différentes longueurs. Figure 51.

Suppoſons que le corps *B* ait trois degrés de maſſe & 4 de vîteſſe, il aura 12 degrés de mouvement; mais tout ce mouvement ſera détruit, quoique le corps *A* n'ait qu'un ſeul degré de mouvement, ſi cet autre mobile frappe le levier à une diſtance 12 fois plus grande du point d'appui *H*. Le corps *B* ayant 12 degrés de mouvement, réſiſte douze fois plus en les perdant que le corps *A* qui n'a qu'un ſeul degré de mouvement à perdre. Mais cette derniere réſiſtance eſt ſituée en récompenſe douze fois plus avantageuſement lorſque la diſtance *EH* eſt douze fois plus grande que la diſtance *FH*. Ainſi il y aura équilibre entre les mouvements

des deux corps, ou entre les réſiſtances que font ces deux mouvements à s'anéantir, quoiqu'elles ſoient inégales. Ce n'eſt pas là après tout une exception réelle à la regle : car le point d'appui fournit lui-même une réſiſtance qu'il faudroit compter, & à laquelle on ſe diſpenſe ici d'avoir égard, parce qu'on ſuppoſe que ce point eſt capable de conſerver ſon immobilité contre les plus grands efforts.

Propoſons-nous encore un autre exemple où le levier contribue à la communication des mouvements. Figure 52. Le levier *HL* (*fig.* 52) qui eſt en repos & que nous ſuppoſons ſans peſanteur, traverſe le ſolide *B*, & il eſt frappé par ſon extrêmité *L* par le corps *A* qui ſe meut avec une vîteſſe égale à *LI*. Le levier en changeant de place & en paſſant dans la ſituation *Hl*, tranſportera le corps *B* en *b*, en lui faiſant prendre la vîteſſe *Bb* qu'il faut multiplier par la maſſe du corps *B* pour avoir ſon mouvement. D'un autre côté le corps *A* qui, en frappant le point *L* avoit la vîteſſe *LI*, n'aura plus, après le choc, que la vîteſſe *Ll*, ainſi il aura perdu la partie *lI* de la premiere vîteſſe ; & il n'y aura qu'à multiplier ſa maſſe par *lI* pour avoir le mouvement qu'il aura perdu. Mais de même que le corps *B* réſiſte en prenant du mouvement, le corps *A* réſiſte en perdant une partie du ſien ; & il faut qu'il y ait équilibre par rapport au point *H* entre ces deux réſiſtances ou entre ces deux mouvements acquis & perdu. Ces deux mouvements ne doivent pas être égaux ; car la réſiſtance que fait le corps *A* à perdre de ſon mouvement, eſt appliquée à un bras de levier plus long, & ce corps a de l'avantage à cet égard. Suppoſé que *HL* ſoit deux ou trois fois plus grand que *HB*, il ſuffira donc que le produit du corps *A* par la vîteſſe perdue *lI*, ſoit la moitié ou le tiers du produit du corps *B* par la vîteſſe *Bb* pour qu'il y ait équilibre. Le corps *B* aura après cela la vîteſſe *Bb*, & le corps *A* la vîteſſe *Ll*.

Nous pouvons conſidérer la choſe ſous un autre aſpect, qui nous mettra plus à portée de déterminer les ſuites du choc. Je ſubſtitue par la penſée à la place du corps *B*, un autre que j'imagine en *L* & qui puiſſe produire préciſément le même effet quant à la réſiſtance à ſe mouvoir. Le corps qu'on placeroit en *L* prendroit plus de viteſſe que le corps *B*; ainſi il faut le ſuppoſer plus petit. Mais la même quantité de mouvement produite en *L* fourniroit une réſiſtance placée plus avantageuſement pour avoir ſon effet que lorſqu'elle eſt placée en *B*. Il faut donc que nous rendions le corps que nous feindrons en *L*, plus petit que le corps *B*, dans le même rapport que le quarré du bras de levier *HB* eſt plus petit que le quarré de *HL*. Ce dernier levier eſt trois fois plus long, par exemple, que le premier; il faudra ſuppoſer en *L*, à la place du corps *B*, un autre corps neuf fois plus petit. Or ce ſera après cela préciſément la même choſe, que lorſqu'un corps va en frapper un autre qui eſt en repos & dont la maſſe eſt différente. Il faudra ſimplement partager le mouvement du corps *A* entre la maſſe même de ce corps & celle qu'on imagine en *L* pour tenir lieu du corps *B*. Figure 52.

Le problême ne deviendroit pas plus difficile ſi on vouloit avoir égard à la maſſe du levier. Il n'y auroit qu'à augmenter par la penſée du tiers de la maſſe de ce levier, le corps qu'on imagine en *L* pour produire le même effet que le corps *B*. Il faut pour chaque petite partie du levier, imaginer en *L* une partie de matiere encore plus petite; & toutes ces petites maſſes, ſi on ſuppoſe le levier par-tout également gros & d'une groſſeur inſenſible, ſeront comme les quarrés des nombres naturels. Pour la partie la plus voiſine de *H*, ce ſera 1; pour la ſuivante, 4; pour l'autre, 9, &c. juſqu'à la derniere *L* qui ne changera pas de grandeur. Mais pour avoir la ſomme de toutes ces parties; il faut multiplier la plus grande ou la derniere par le tiers de leur

Figure 52. multitude. Ainſi cette ſomme eſt égale au tiers de la maſſe du levier; & il ſuit de-là, que pour avoir le réſultat du choc, il faut diſtribuer le mouvement du corps A à trois maſſes différentes ; celle même du corps A, celle qu'on imagine en L à la place de B, & enfin le tiers de la maſſe du levier qu'on ſuppoſe auſſi réunie en L.

Si nous déſignons la maſſe du corps B par la lettre B, celle du levier par C, le corps qu'il faudra imaginer en L, aura $\frac{1}{3}C + B \times \frac{HB^2}{HL^2}$ pour maſſe. Ce corps eſt en repos, & il doit partager avec le corps A tout le mouvement qu'a ce mobile, c'eſt-à-dire $A \times LI$ qui eſt le produit de ſa maſſe A par ſa vîteſſe LI. Nous diviſons donc cette quantité de mouvement par la ſomme $A + \frac{1}{3}C + B \times \frac{HB^2}{HL^2}$ des trois maſſes, & il vient $\frac{A \times LI}{A + \frac{1}{3}C + B \times \frac{HB^2}{HL^2}}$ ou $\frac{A \times LI \times HL^2}{A \times HL^2 + \frac{1}{3}C \times HL^2 + B \times HB^2}$ pour la vîteſſe Ll qui reſte au corps A après le choc. La vîteſſe Ll étant trouvée, on aura par une ſimple analogie celle du corps B, qui pourra ſe trouver plus ou moins grande ſelon l'endroit du levier où ſera ſitué ce mobile. On peut ſur ce ſujet ſe propoſer pluſieurs problêmes qui ſeroient très-curieux ; mais nous n'avons pour but, comme nous l'avons deja dit pluſieurs fois, que d'expliquer les principes les plus féconds de Méchanique & de Dynamique, & nous ne devons pas ſortir de certaines limites, lorſqu'il s'agit des applications qu'on en peut faire.

CHAPITRE XIV.

Du mouvement que prend un corps parfaitement libre lorſqu'il eſt frappé ſelon une direction qui ne paſſe pas par ſon centre de gravité.

LORSQUE le corps frappé, a un point néceſſairement fixe, ce point recelle, pour ainſi dire, une partie de la force : il abſorbe, par la réſiſtance dont il faut le ſuppoſer capable, une partie du mouvement. Mais ce n'eſt pas la même choſe lorſque le corps frappé eſt parfaitement libre, & qu'il ne réſiſte à prendre du mouvement qu'autant qu'il en reçoit réellement. Le corps frappant n'agit toujours que par la force ou le mouvement qu'il perd & non pas par le mouvement qu'il conſerve. Tant qu'il ſe meut avec la même vîteſſe, ſa force motrice eſt occupée à le tranſporter lui-même ; mais perd-il quelque partie de ſa vîteſſe, il agit en faiſant uſage de la force qu'il perd ; & ce mouvement perdu doit paſſer tout entier dans l'autre corps.

I.

SI le corps *B D* (*fig.* 53.) qui eſt cenſé en repos étoit frappé par ſon centre de gravité, les deux extrêmités *B* & *D* avanceroient également ſelon des lignes paralleles ; & ce cas ne différeroit pas de quelques-uns de ceux que nous avons examinés dans le Chapitre XI. Mais le corps *B D* étant frappé par le point *F*, une de ſes extrêmités doit prendre plus de mouvement que l'autre. Les parties de matiere plus voiſines du Figure 53.

Figure 53. point frappé doivent participer davantage à l'impulsion. Toutes décriront des lignes *Bb*, *Ff*, ou *Gg*, &c. paralleles les unes aux autres & perpendiculaires à la longueur du corps *BD* par le premier effet du choc. Mais toutes les directions étant paralleles, il ne se fait aucune décompoſition de mouvement, il ne s'en perd ou détruit rien; le mouvement total eſt la ſomme de tous les particuliers; & il faut donc abſolument que cette ſomme ſoit égale au mouvement que perd le corps *A*, pour qu'il y ait équilibre entre la réſiſtance que fait le corps *BD* à prendre du mouvement, & celle que fait le mobile *A* à perdre du ſien; équilibre qui met ſeul des limites aux deux mouvements acquis & perdu.

Suppoſé qu'avant le choc, la vîteſſe du corps *A* ſoit égale à *FI*, ce corps n'aura de vîteſſe après le choc, que *Ff*, puiſqu'il ira en ſuivant le corps *BD*. Ainſi il aura perdu la vîteſſe *fI*, & il n'y a donc qu'à multiplier la maſſe de ce corps par *fI* pour avoir la partie du mouvement qu'il a perdu. C'eſt cette partie qui doit être égale au mouvement qu'a reçu le corps *BD*, en paſſant de la ſituation *BD* à la ſituation *bd* & en tournant ſur le point *R*. Il eſt d'ailleurs évident que la direction compoſée de ce dernier mouvement doit être la ligne *FI*, de même que cette ligne eſt la direction du mouvement perdu du corps *A*. Car la réſiſtance que fait le corps *BD* à recevoir ſon mouvement ne peut ſe trouver ici en équilibre avec la réſiſtance que fait le corps *A* à perdre une partie du ſien, qu'autant que les deux réſiſtances ſont égales & directement contraires, puiſqu'il n'y a point d'hypomoclion qui puiſſe par ſon immobilité ſoutenir une partie de l'effort.

La derniere condition étant remplie, il n'y en a point d'eſſentielle qui ne le ſoit. Le corps *BD* étant pouſſé par le point *F*, il faut qu'il y ait équilibre de part & d'autre de ce point entre le mouvement que prend

la partie *FD* & le mouvement que prend la partie *FB*, ou entre les réſiſtances qui en naiſſent. Ces réſiſtances s'exercent en ſens contraires au mouvement : celle de *FD* s'exerce ſur *Mm* & celle de *FB* ſur une direction *Nn*. Mais ſi ces deux réſiſtances partiales ſont en équilibre de part & d'autre de *F*, comme on voit bien que cela eſt abſolument néceſſaire pour que le corps *BD* tourne ſur le point *R*, plutôt que ſur un autre point, il faut que les directions *Mm* & *Nn* ſe réuniſſent ſur *fF*, ou qu'elles ayent cette derniere ligne pour direction compoſée. Enfin la propoſition inverſe eſt également vraie : auſſi-tôt que la réſiſtance que fait tout le mouvement de *BD* tombe effectivement ſur *fF*, l'équilibre dont nous venons de faire mention eſt exactement obſervé, & il ne ſaut rien de plus pour que le point *R* qui ſert de centre de rotation, ſoit déterminé. Figure 53.

Mais pendant que *Ff* eſt la direction compoſée du mouvement, ou qu'on peut ſuppoſer que tour le mouvement s'exerce ſur *Ff*, cette ligne n'indique pas la vîteſſe moyenne, celle qui eſt propre à marquer la quantité du mouvement. Quelle que ſoit la figure du corps *BD*, ſa vîteſſe moyenne eſt marquée par celle *Gg* de ſon centre de gravité *G*. Celle-ci ſeule tient exactement le milieu entre les plus grandes & les plus petites, elle les repréſente toutes par ſa médiocrité, & il faut la multiplier par la maſſe du corps pour avoir la quantité entiere du mouvement.

On peut, pour en voir diſtinctement la raiſon, comparer le mouvement de chaque grain de matiere au moment de la peſanteur de ce grain, en le cherchant par rapport au point *R*. Lorſqu'on multiplie la maſſe ou la peſanteur de chaque molécule par ſa diſtance au point *R*, on a ſon moment par rapport à ce point ; & ſi on fait une ſomme de tous ces momens, il vient exactement le même réſultat que ſi on multiplioit tout le corps par la diſtance de ſon centre de gravité *G* au

Figure 55. point *R*. Mais il y aura encore égalité, ſi au lieu de chercher le moment ou de multiplier la maſſe de chaque grain de matiere par ſa diſtance au point *R*, & la maſſe totale par *GR*, on cherche le mouvementou qu'on multiplie les maſſes par les vîteſſes qui ſont toutes proportionnelles aux diſtances. Les produits particuliers ſeront plus petits ou plus grands dans un certain rapport, & le produit de toute la maſſe par la vîteſſe du centre *G* ſera auſſi plus petit ou plus grand dans le même rapport. Ainſi il eſt certain que le produit du corps *BD* par *Gg*, marque le mouvement total de ce corps ou la ſomme des mouvements de toutes les parties qui ſe meuvent ſelon des lignes paralleles ; & il faut donc que ce produit ſoit égal à celui de *A* par *fI*, qui exprime le mouvement que l'autre mobile a perdu.

Il eſt très-remarquable que l'égalité entre le mouvement perdu du corps *A*, & le mouvement acquis du corps *BD*, ne dépende nullement de la ſituation du point *F* où ſe fait la percuſſion. Qu'on frappe le corps *BD* en *B*, en *F* ou en tout autre point, le mouvement reçu ſera toujours exactement le même ; & par conſéquent la vîteſſe *Gg* du centre de gravité ne ſera ni plus petite ni plus grande, pourvû que la force employée à pouſſer ce mobile ſoit toujours la même. Nous pourrions nous diſpenſer d'ajouter que cette force employée, n'eſt pas tout le mouvement du corps *A* ni le mouvement que ce corps conſerve après le choc ; la force employée, comme nous l'avons dit un ſi grand nombre de fois, eſt au contraire le mouvement que perd ce corps.

II.

Que le centre de Rotation ou le point ſur lequel tourne librement un corps eſt toujours de l'autre côté de ſon centre de gravité, par rapport au point où ſe fait la percuſſion, & que les diſtances de ces deux points au centre de gravité ſont toujours en raiſon inverſe l'une de l'autre.

ON regardera encore comme une autre propriété très-digne d'attention, que le centre de rotation *R* ou le point ſur lequel tourne le corps frappé, eſt toujours plus ou moins éloigné de l'autre côté du centre de gravité *G* ſelon que le point *F* où ſe fait la percuſſion eſt plus ou moins voiſin du même centre de gravité. Si vous rendez la diſtance *FG* deux ou trois fois plus petite, la diſtance *GR* du centre de gravité *G* au centre de rotation ou de *converſion* *R*, ſe trouvera enſuite deux ou trois fois plus grande. Ainſi le produit d'une de ces diſtances par l'autre eſt toujours le même, ou eſt conſtant pour chaque corps. Si *BD* eſt, par exemple, une verge dont on puiſſe négliger la groſſeur, le produit de *FG* par *GR* ſera toujours égal à la douzieme partie du quarré de *BD* ou du produit de *BD* par *BD*. Figure 53.

La figure irréguliere du corps qui peut avoir une de ſes extrêmités beaucoup plus groſſe que l'autre, n'altere en rien la propriété générale dont il s'agit. D'ailleurs, ſi au lieu de frapper le corps *BD* par le point *F*, vous le frappez de l'autre côté du centre de gravité *G*, mais à une diſtance égale à *GF*, le centre de rota-

tion paſſera du côté oppoſé ; mais ſa diſtance au centre de gravité *G* ſera encore la même.

Il doit nous être permis de renvoyer au Traité du Navire ceux des Lecteurs qui demandent la démonſtration de cette propriété remarquable. Nous nous contenterons d'en donner ici une explication ſenſible dans un cas particulier. Deux corps *A* & *B* (*fig.* 54) qui ſont en repos & dont les maſſes ſont égales, ſont liés par une verge *AB* dont on peut négliger la peſanteur de même que celle d'une autre verge *DE* qui coupe la premiere perpendiculairement au milieu. On veut, par le moyen de cette derniere, imprimer du mouvement aux deux corps *A* & *B*, en les faiſant tourner ſur le point *R*. On veut frapper la verge *DE* en quelque point *F*, & il s'agit de choiſir ce point, afin que le point donné *R* ſoit le centre du mouvement *gyratoire* ou de rotation.

Figure 54.

Les deux corps *A* & *B* tournant ſur le point *R*, le corps *A* décrira dans le commencement de ſon mouvement une ligne droite *AK* perpendiculaire à *RA*, & le corps *B* avancera ſur *BF* qui eſt perpendiculaire à *RB*. Les eſpaces parcourus *Aa* & *Bb* ſeront parfaitement égaux ; & ſi nous voulons réunir les deux mouvements dans un ſeul, nous n'avons qu'à prolonger les deux directions juſqu'en *F* où elles ſe coupent, & prenant les petits eſpaces égaux *FL* & *FH* pour repréſenter le mouvement des deux corps, nous aurons dans la diagonale *FI* du parallélogramme *HFLI* le mouvement compoſé des deux. Ce qu'ils avoient de contraire ſe détruit ; & joints enſemble, ils ſe réuniſſent à former le mouvement total *FI*. Ainſi pour faire tourner les deux corps *A* & *B* ſur le centre de rotation *R*, il ſuffit de frapper en *F*. Si vous frappez plus ou moins fortement, vous donnerez un plus grand ou un moindre mouvement *FI* ; mais le centre de rotation ſera également le point *R*.

Digitized by Google

Nous avons vu plus haut que le mouvement d'un corps qui tourne ſur un point éloigné eſt toujours repréſenté par la vîteſſe de ſon centre de gravité multipliée par ſa maſſe totale. Les deux corps *A* & *B* ſont cenſés n'en former ici qu'un ſeul, puiſqu'ils ſont joints par une verge infléxible : mais l'obliquité des directions qu'ils ſuivent en particulier, n'empêche pas non plus que le tranſport *Gg* de leur centre de gravité commun *G*, ne ſoit la meſure de leur vîteſſe. Il y a en effet même rapport de la vîteſſe *Gg* du centre de gravité commun *G* aux vîteſſes particulieres *Aa*, & *Bb* ou *FL* & *FH* des deux corps, que de *GR* à *AR* ou que de *GA* à *FA*. Mais *FO* eſt auſſi à *FL* ou à *Aa* comme *GA* eſt à *FA*. Ainſi *Gg* eſt exactement la moitié de la diagonale *FI*. Nous devons encore remarquer que chaque moitié de cette diagonale repréſente le mouvement de chaque corps *A* & *B*, ſelon le ſens perpendiculaire à *DE* : c'eſt-à-dire, que chacun de ces mouvements eſt égal au produit de la moitié *FO* de la diagonale par la maſſe de chaque corps, & le mouvement total dans le ſens perpendiculaire à *DE* eſt donc égal à toute la diagonale multipliée par la maſſe d'un des corps. Enfin ce produit eſt exactement le même que celui de la vîteſſe *Gg* du centre de gravité commun par la ſomme des deux maſſes, puiſque *Gg* eſt la moitié de *FI*. On voit donc, qu'en frappant la verge *DE* en *F*, la percuſſion produit ſon effet ſur les deux corps *A* & *B* en leur communiquant un mouvement oblique ; mais que malgré cette obliquité, leur centre de gravité commun *G* avance perpendiculairement à la verge ; & que le produit de *Gg* par la maſſe des deux corps eſt égal à la force *FI* qu'il faut employer en *F*. Cet exemple en vaut ſeul une infinité d'autres pour jetter du jour ſur cette matiere. Figure 54.

Il n'eſt pas moins évident que ſi le centre *R* de rotation eſt à une plus grande diſtance ou une moindre

Figure 54. distance du centre de gravité G des deux corps, le point de percuſſion F en ſera au contraire de l'autre côté à une diſtance plus petite ou plus grande. Car FA étant perpendiculaire à AR, & BF à BR, les deux triangles rectangles RGA & AGF ſont ſemblables; & il y a même rapport de GR à GA que de GA à GF, & par conſéquent plus GR eſt grande plus GF eſt petite. Ces deux lignes ſont en raiſon inverſe l'une de l'autre, & leur produit eſt toujours égal au quarré de AG; ce qui conſtitue ici l'égalité permanente de produits dont nous parlions plus haut. On voit auſſi que les points F & R ont une propriété réciproque. Le point R eſt le centre de rotation, lorſqu'on frappe la verge DE par le point F, & ſi on la frappoit par le point R, les deux corps tourneroient ſur le point F. Le point de percuſſion & le centre de rotation prennent ainſi tour à tour la fonction l'un de l'autre; & c'eſt la même choſe dans tous les autres mobiles, & dans tout autre aſſemblage de corps.

Le même exemple nous indique la méthode générale de trouver le point de percuſſion, lorſque le point ſur lequel on veut que tourne le mobile, eſt donné. Pendant que les corps A & B tournent ſur le point R, ils prennent des vîteſſes Aa & Bb qui ſont proportionnelles à leurs diſtances AR & BR au centre R de rotation. Ainſi, en multipliant les maſſes de ces corps par leurs diſtances au point R, on aura des produits qui repréſenteront leurs mouvements abſolus. Car ces produits ſeront proportionels à ceux des maſſes par les vîteſſes. Mais ces mouvements abſolus ne s'impriment pas ſans qu'on ne reſſente de la réſiſtance; & comme les effets de cette réſiſtance ſont différents ſelon la diſtance au point R, il faut en chercher le moment, & pour cela il faut multiplier les produits précédents une ſeconde fois par les diſtances des corps A & B au centre de rotation R. Nous aurons donc

$A \times AR^2$ & $B \times BR^2$ pour les moments des réſiſtances que font à ſe mouvoir les corps A & B. La ſomme de ces moments ſera $A \times AR^2 + B \times BR^2$; & cette ſomme doit être égale au moment de la force employée dans la percuſſion en F. Figure 54.

Cette derniere force eſt, conformément à ce que nous avons vu, égale au mouvement des corps A & B réduits dans leur centre de gravité commun G. Une partie du mouvement des corps A & B ſe détruit; mais eu égard à tout, leur mouvement eſt égal au produit de leur maſſe par la vîteſſe Gg de leur centre de gravité commun. Pour avoir donc la force employée en F, ou le mouvement que perd le mobile qui frappe en F, il faudroit multiplier la maſſe $A+B$ des deux corps, par la vîteſſe Gg, ſi nous n'avions pris plus haut les diſtances au point R au lieu des vîteſſes qui ſont dans le même rapport. Multipliant la maſſe totale $A+B$ des corps A & B par GR, il nous vient le mouvement $\overline{A+B} \times GR$ que reçoivent les deux corps conjointement, mouvement qui eſt égal à la force employée en F; mais pour avoir le moment de cette force, il faut la multiplier par le bras de levier FR auquel elle eſt appliquée. Il vient $\overline{A+B} \times GR \times FR$, & il faut que ce moment ſoit égal à la ſomme $A \times AR^2 + B \times BR^2$ des autres pour qu'il y ait équilibre entre la force employée en F & la réſiſtance que font les corps A & B à prendre du mouvement en tournant autour de R. Or il ſuit de-là que pour avoir la diſtance FR du point de percuſſion F au centre de rotation R, nous n'avons qu'à diviſer $A \times AR^2 + B \times BR^2$ par $\overline{A+B} \times GR$. Il n'y aura donc toujours en général qu'à multiplier chaque corps ou chacune de ſes parties par le quarré de ſa diſtance abſolue au centre de rotation, faire une ſomme de tous ces moments, & la diviſer par la maſſe de tous ces corps, multipliée par

Figure 54. la distance de leur centre de gravité commun au centre de rotation ; & on aura au quotient la distance du point de percussion au centre de rotation.

CHAPITRE XV.

Suite du Chapitre précédent. Remarques sur le mouvement de Rotation : que l'angle que font deux situations différentes du mobile en tournant, est proportionnel à la force employée dans le choc, multipliée par la distance au centre de gravité du mobile.

I.

Il est assez facile de juger que le centre de gravité Figure 53. *G* du corps *BD* (*fig.* 53.) ayant pris la vîtesse *Gg*, doit continuer à se mouvoir uniformément sur la même ligne droite, & que ce corps ayant commencé à tourner continuera à le faire autour de son centre de gravité, en perdant, à mesure qu'il s'éloignera de la premiere situation *BD*, toutes les relations qu'il avoit d'abord avec le point *R*, pendant la génération du mouvement. Il arrivera la même chose à l'assemblage des deux corps *A* & *B* de la figure 54. Le centre de gravité commun de ces deux corps passera de *G* en *g*, pendant que le corps *A* passera de *A* en *a*, & le corps *B* de *B* en *b*. Un mouvement une fois communiqué, se continue tant qu'il ne trouve aucun obstacle qui l'interrompe. Le centre de gravité commun *G* marchera sur la même ligne droite, & les deux corps continueront à circuler autour de ce point.

Les corps frappés par une direction qui ne passe pas par leur centre de gravité, prennent de cette sorte toujours deux mouvements, qui deviennent ensuite indépendants l'un de l'autre ; le mouvement direct & le mouvement de rotation. Ces deux mouvements se faisant séparément quoiqu'ils ayent été produits par la même cause, l'un peut être détruit & que l'autre subsiste & soit suivi d'effets très-considérables. Nous en avons un exemple frappant dans les boulets, qui paroissent avoir perdu toute leur vîtesse. Les inégalités de leur surface & la maniere dont ils sont poussés par la poudre ou d'autres causes physiques, font qu'ils contractent toujours un mouvement de rotation en sortant du canon. Le mobile tombé à terre à une grande distance, s'arrête à la fin après avoir fait plusieurs bonds ; il perd tout son mouvement direct ; mais il peut arriver que le mouvement de rotation subsiste encore fort long-temps, & que l'axe sur lequel il se fait se trouve dans une situation exactement verticale. Alors le boulet paroîtra dans un parfait repos ; il paroîtra incapable d'agir, & il peut tourner avec une si grande rapidité qu'on ne s'en apperçoive pas. Mais si pendant ce mouvement peu sensible, il trouve en-dessous quelque pierre qui le fasse tomber de côté, alors l'axe du mouvement de rotation qui étoit vertical, devenant à peu près parallele à l'horison, le mouvement de rotation en produira nécessairement un direct, en faisant rouler le mobile. Ainsi on verra le mouvement renaître tout-à-coup, & le boulet prendre une nouvelle force qu'on ne saura peut-être à quoi attribuer. Il est vrai que cette vîtesse ne sera pas énorme ; mais l'expérience fait voir néanmoins qu'elle est capable de très-grands effets, à cause de la grande masse du corps ou de la grande pesanteur de la matiere dont il est formé.

II.

Nous ne pouſſons pas cette digreſſion plus loin, quoique ce n'en ſoit peut-être pas une. Nous revenons
Figure 53. au mouvement gyratoire du corps *BD* de la figure 53, pour en évaluer la quantité, ou pour déterminer l'angle que font les différentes ſituations de ce corps en tournant. Lorſque le corps *BD* paſſe de *BD* en *bd*, l'angle de rotation eſt *BRb*, & il nous importe beaucoup de ſavoir de quelles circonſtances dépend la grandeur de cet angle. Tant que le point *F* de percuſſion eſt le même, le centre de rotation ſera toujours en *R*. Mais ſi la force employée à faire tourner le corps, celle qui répond au mouvement que perd le corps *A* eſt plus grande ou plus petite, la vîteſſe *Gg* ſera auſſi plus grande ou plus petite dans le même rapport; & puiſque la diſtance *GR* eſt conſtante, l'angle dont le corps *BD* changera de ſituation ſera proportionnel à *Gg* ou à la force employée dans le choc. Ainſi toutes les autres circonſtances étant abſolument les mêmes, la rapidité du mouvement gyratoire eſt toujours proportionnelle à la force employée à le produire.

Suppoſons après cela que nous prenions un autre point de percuſſion; qu'au lieu de frapper le corps *BD* en *F*, nous le frappions à une diſtance deux ou trois fois plus grande de *G*. Dans le même rapport que nous rendrons la diſtance *FG* plus grande, la diſtance *GR* deviendra plus petite, & les côtés de l'angle *GRg* devenant plus courts, l'angle augmentera dans le même rapport. Ainſi on voit qu'il y a deux moyens ſûrs de faire augmenter l'angle de rotation ou le mouvement gyratoire d'un corps *BD*. Le premier conſiſte à employer une plus grande force dans la percuſſion; l'angle *GRg* ſera d'autant plus grand que la ſouſ-tendante

dante Gg le ſera auſſi. Nous n'avons, en ſecond lieu, qu'à appliquer cette force à une plus grande diſtance FG du centre de gravité G, du corps qu'on veut faire tourner. Car en augmentant FG, on diminue GR; & plus on fait diminuer les côtés d'un angle dont la ſous-tendante reſte la même, plus l'angle devient grand. Figure 53.

Il ſuit de-là que l'angle de rotation GRg eſt en raiſon compoſée de la force employée dans la percuſſion, & de ſa diſtance au centre de gravité G. Cet angle eſt comme le produit de cette force multipliée par FG. Ainſi quoique le mobile ſoit parfaitement libre & qu'il prenne un mouvement direct Gg, il faut conſidérer le centre G comme hypomoclion ou FG comme bras de levier, & l'angle de rotation BRb eſt toujours proportionnel au moment de la force employée dans la percuſſion.

III.

Enfin le corps BD peut ſe trouver expoſé à l'action de pluſieurs forces à la fois, ou être choqué en même temps par pluſieurs mobiles; & on peut demander la vîteſſe que recevra alors le centre de gravité G, & l'angle de rotation dont le mobile changera de ſituation. Il eſt d'abord évident que cet angle ſera proportionnel à la ſomme ou à la différence des momens ſelon que ces forces tendront à faire tourner le corps BD dans le même ſens ou dans différents ſens. Si ces forces ſe contrarient, il faudra toujours chercher leur moment par rapport au centre de gravité, & prendre l'excès des uns ſur les autres. L'angle de rotation ſera proportionnel alors à cet excès; au lieu qu'il ſeroit proportionnel à la ſomme des moments, ſi les forces contribuoient enſemble à le faire augmenter.

Lorſqu'il ne s'agit pas de cet angle, mais ſimplement du tranſport Gg du centre de gravité G, il n'eſt pas néceſſaire de chercher les moments, il ne faut con-

Figure 53. ſidérer que les forces ; & Gg ſera proportionnel à leur ſomme ou à leur différence, ſelon qu'elles conſpireront à produire le même effet ou qu'elles tendront à en produire de contraires. Ces forces ſont égales entr'elles, par exemple, & elles tendent à donner des mouvements oppoſés; le centre de gravité G reſtera fixe, quoique ces forces égales ſoient appliquées à des diſtances très-inégales du centre. Car cette diſtance ne fait rien à la viteſſe que chaque force communique au point G, & ſi l'une des forces éloigne ce centre de ſa premiere place, l'autre force l'y reportera, ou plutôt les deux ſuſpendront à cet égard l'effet l'une de l'autre. Mais quoique les forces ſoient égales, les moments ſeront inégaux ſi les bras de levier ſont différents. Ainſi il eſt toujours néceſſaire de diſtinguer les deux actions, & de les examiner ſéparément, le mouvement direct & le mouvement de rotation.

I V.

Figure 55. Pour répandre plus de jour ſur ce ſujet, nous prendrons pour exemple, le corps BD (*fig.* 55.) qui eſt frappé en même temps de deux différents côtés par les deux mobiles A & C, qui ont, avant le choc, des viteſſes égales à FI & HK. Il n'importe quelle figure ait le corps BD ; nous ſuppoſons ſeulement qu'étant en repos, il ſoit parfaitement libre & qu'il ne faſſe d'autre difficulté à ſe mouvoir que celle qui vient de ſa maſſe ou de ſon inertie. Il prend donc tout le mouvement que perdent, dans le même ſens, les corps qui le frappent. Nous ſuppoſons outre cela, comme dans l'autre Chapitre, que le choc ſe fait ſur des parties de la ſurface qui ne ſont point inclinées par rapport à la longueur BD. Si la percuſſion ſe faiſoit avec obliquité, nous décompoſerions la force, & nous ne conſidérerions que la ſeule partie qui s'exerceroit dans

le ſens que nous venons de ſpécifier. Figure 55.

Le corps BD prendra par le choc la ſituation bd en tournant ſur le point R, & les deux corps A & C qui avoient, avant le choc, des vîteſſes égales à FI & à HK, n'auront plus enſuite que les vîteſſes Ff & Hh, ayant perdu l'un la partie fI, & l'autre la partie hK. Le mouvement perdu du premier ſera donc le produit de ſa maſſe A par fI, & le mouvement perdu de l'autre ſera égal à ſa maſſe C multipliée par hK. Mais ces deux pertes ſe faiſant en ſens contraires, il n'y a que l'excès de l'une ſur l'autre, ou la force qui y répond qui ſoit employée efficacement à tranſporter le centre de gravité G, du corps BD. Cet excès eſt $C \times hK - A \times fI$; c'eſt le mouvement réellement perdu dans un ſens unique par les deux corps choquants; & il ſuffit donc de le diviſer par la maſſe de BD pour avoir la vîteſſe Gg du centre de gravité du corps frappé.

Si le corps C avoit beaucoup moins de maſſe, le mouvement $C \times hK$ qu'il perdroit dans le choc, pourroit être moindre que le mouvement $A \times fI$ que perd le corps A. Alors le centre de gravité G obéiroit à la plus grande force, & au lieu de paſſer de G en g, il prendroit un chemin contraire. Mais ſi les deux mouvements $C \times hK$ & $A \times fI$ étoient égaux, l'excès de l'un ſur l'autre ſeroit nul, ils ſe contrebalanceroient exactement l'un & l'autre, & le centre de gravité G reſteroit immobile; ce qui doit arriver toutes les fois que les forces employées dans la percuſſion ſont égales, & agiſſent dans des ſens oppoſés, quoique ce ne ſoit pas ſur la même ligne.

On voit bien que nous diſtinguons toujours ici entre les mouvements primitifs des mobiles A & C, & la force qu'ils employent contre le corps BD. La force employée n'eſt toujours que le mouvement que perdent ces corps, puiſqu'ils n'agiſſent pas par l'autre partie de leur mouvement, celle qu'ils conſervent. Mais

Figure 55. si ces corps étoient infiniment petits, & s'ils agissoient en récompense avec une vîtesse, pour ainsi dire, infinie ; si on pouvoit comparer leur action, par exemple, à celle de la pesanteur qui communique toujours des degrés égaux de vîtesse, aux graves dans le temps même que leur chûte a le plus de rapidité, alors la partie *Ff* & *Hh* de la vîtesse que les corps *A* & *C* garderoient, seroit comme nulle à l'égard de leur vîtesse totale ou de celle qu'ils perdroient ; & ils employeroient donc dans ce cas tout leur mouvement ou toute leur force ; & si les deux mouvements étoient égaux, le centre de gravité *G* resteroit exactement dans la même place, quoique le corps *B D* tournât.

Quant à l'angle de rotation, il n'est pas, dans la disposition représentée par notre figure, proportionnel à l'excès d'un moment sur l'autre, mais à la somme de ces moments ; parce que les deux forces employées dans la percussion, travaillent ici à faire tourner le corps *B D* dans le même sens. L'angle de rotation est exactement le même, que si le centre de gravité *G* restoit en repos, pourvu que les mouvements perdus par les corps *A* & *C* fussent toujours les mêmes. Ces mouvements nous représentent les forces absolues nécessaires pour faire tourner le corps *B D*, & si on les multiplie par les bras de levier *FG* & *HG*, la somme de ces moments ou produits sera proportionnelle à l'angle de rotation du corps *B D* ; puisqu'elle sera égale au moment de la résistance que fait ce corps à tourner. Nous ne fixons ici, ni la grandeur précise de cet angle de rotation, ni les vîtesses que perdront les corps *A* & *C*, & celle *Gg* que prendra le centre de gravité *G* ; mais les principes de Méchanique ou de Dynamique que nous venons de marquer, suffisent pour les déterminer.

Digitized by Google

TROISIEME SECTION.

De l'action des Fluides par leur choc & par leur preſſion ſur les corps ſolides.

CHAPITRE PREMIER.

De l'action des Fluides par leur choc, & principalement de celle de l'eau & du vent.

LA petiteſſe des molécules dont les fluides ſont formés, eſt cauſe qu'ils ne communiquent dans chaque inſtant par leur choc que des degrés de mouvement imperceptibles, & que la maniere dont ils agiſſent a beaucoup de rapport à l'action de la peſanteur qui demande auſſi à être répétée pour produire un mouvement ſenſible dans les corps qu'elle meut. Toutes choſes d'ailleurs égales, l'impulſion d'un fluide eſt d'autant plus grande qu'il eſt d'une plus grande peſanteur ſpécifique. Le mercure eſt 13 ou 14 fois plus peſant que l'eau ; auſſi fait-il avec la même vîteſſe une impulſion 13 ou 14 fois plus forte que l'eau contre la même ſurface. On ſait par diverſes expériences que l'eau eſt environ 850 fois plus peſante que l'air ; auſſi l'eau fait-elle, toutes les autres circonſtances étant les mêmes, une impulſion environ 850 fois plus forte que l'air en rencontrant une ſurface. Lorſque le vent parcourt dix pieds-de-roi par ſeconde, il fait ſur un pied quarré de ſurface qu'il frappe perpendiculairement, une impulſion équivalente à la peſanteur d'environ $2\frac{1}{2}$ onces ; au lieu que l'eau de mer avec une

pareille vîteſſe ſeroit un effort d'environ 120 livres. L'impulſion eſt différente dans le rapport des maſſes ou des peſanteurs des deux fluides.

En même temps que l'impulſion d'un fluide dépend de la peſanteur ſpécifique, il eſt évident qu'elle doit dépendre auſſi de la grandeur de la ſurface frappée. Plus la ſurface eſt grande, toutes choſes d'ailleurs égales, plus l'impulſion eſt grande, & elle l'eſt ſenſiblement dans le même rapport. Ainſi une ſurface de cent pieds quarrés recevra ſenſiblement cent fois plus d'impulſion qu'une ſurface qui ne ſeroit que d'un pied quarré. Cependant nous avons ſoin de dire que ce rapport n'eſt obſervé que ſenſiblement. Car les parties du fluide qui frappent les deux ſurfaces, ont plus ou moins de difficulté à ſe retirer après le choc; & cette différence peut en apporter dans l'impulſion que forment à leur tour les molécules ſuivantes. On peut encore conſidérer le choc d'un autre point de vue qui eſt même plus conforme à ce qui ſe paſſe dans la Nature. La ſurface frappée oblige les parties du fluide de ſe détourner, & elle leur fait perdre pour un temps le mouvement qu'elles avoient dans leur premiere direction; mais cette déviation ou cette perte de mouvement dans le ſens direct, n'eſt pas abſolument proportionnelle à la grandeur de la ſurface. Quoi qu'il en ſoit, la différence n'eſt pas grande; il ne s'en faut que très-peu que les impulſions ne ſuivent le rapport des ſurfaces lorſque les autres circonſtances ſont les mêmes; & nous pouvons ici regarder ce rapport comme exact.

La vîteſſe du fluide contribue encore plus à la grandeur de l'impulſion; car elle y contribue doublement. Chaque molécule qui ſe meut avec plus de vîteſſe agit davantage, puiſqu'elle frappe plus fortement; & outre cela il ſurvient dans le même temps un plus grand nombre de molécules qui ont part à l'action. Plus les molécules ont de vîteſſes, plus elles font de réſiſtance

à être détournée de leur premiere direction ou à perdre leur mouvement; mais ſi le fluide ſe meut quatre ou cinq fois plus vîte, outre que chaque molécule produira quatre ou cinq fois plus d'effet, il y aura dans le même temps quatre ou cinq fois plus de molécules qui venant à la ſuite les unes des autres, réuniront leur action enſemble. Ainſi l'impulſion totale ſera ſeize fois ou vingt-cinq fois plus grande; elle augmentera comme le quarré de la vîteſſe, ou comme la vîteſſe multipliée par elle-même. Cette regle eſt mieux confirmée que toutes les autres par l'expérience; & elle ſert à expliquer les effets énormes dont les fluides ſont quelquefois capables.

Lorſque le vent a peu de vîteſſe, il agit très-foiblement; mais ſi ſa vîteſſe devient très-grande, il peut produire les plus grands effets, il peut déraciner des arbres & renverſer des édifices; parce qu'à l'action de chaque particule d'air, qui eſt plus forte, il faut joindre l'action d'un plus grand nombre de particules qui frappent dans un temps déterminé. C'eſt la même choſe à l'égard de l'eau qui agit preſque à la maniere d'un corps ſolide lorſqu'elle frappe ou qu'on la frappe avec une très-grande vîteſſe. Si l'eau de mer n'a qu'une vîteſſe à parcourir un pied-de-roi dans une ſeconde, ſon effort n'eſt guere équivalent qu'à 19 onces ſur une ſurface d'un pied quarré, au lieu que ſi ſa vîteſſe eſt de 50 ou 60 pieds, comme on en a quelques exemples, ſon effort ſera 2500 ou 3600 fois plus grand, elle pouſſera une ſurface d'un pied quarré avec une force égale à 3000 livres ou 4322 livres; ainſi ſi elle rencontre directement quelques corps qui lui préſentent une grande ſuperficie, il faudra qu'ils aient la plus grande force pour lui réſiſter.

Nous joignons ici deux petites Tables qui marquent pour un certain nombre de vîteſſes différentes la force des impulſions du vent & de l'eau, afin d'en épargner

le calcul aux Lecteurs. La Table pour les impulſions de l'eau de mer n'eſt continuée que juſqu'à 25 pieds de vîteſſe, au lieu que nous avons étendu celle du vent, juſqu'à cent pieds. Un pareil vent forme une vraie tempête, & la plus grande vîteſſe avec laquelle les voiles ſont frappées pendant qu'on navigue, n'eſt jamais guere que la moitié de celle-là. On voit les raiſons que nous avons eues de ne calculer que les ſeules impulſions du vent & de l'eau.

Table des Impulſions du Vent ſur une ſurface d'un pied quarré frappée perpendiculairement.

Viteſſes du vent en une ſeconde	Impulſions.		Viteſſes du vent en une ſeconde	Impulſions.		Viteſſes du vent en une ſeconde	Impulſions.		Viteſſes du vent en une ſeconde	Impulſions.		Viteſſes du vent en une ſeconde	Impulſions.	
Pieds.	Liv.	Onces.	Pieds.	Liv.	Onces.	Pieds.	Liv.	Onces.	Pieds.	Liv.	Onces.	Pieds.	Liv.	Onces.
1	0	$\frac{1}{4}$	21	0	10	41	2	6	61	5	4	81	9	6
2	0	$\frac{1}{2}$	22	0	11	42	2	8	62	5	6	82	9	9
3	0	$\frac{3}{4}$	23	0	12	43	2	9	63	5	9	83	9	12
4	0	1	24	0	13	44	2	12	64	5	11	84	9	15
5	0	$1\frac{1}{4}$	25	0	14	45	2	14	65	5	14	85	10	3
6	0	$1\frac{1}{2}$	26	0	15	46	3	0	66	6	2	86	10	6
7	0	$1\frac{3}{4}$	27	1	1	47	3	2	67	6	5	87	10	10
8	0	2	28	1	2	48	3	4	68	6	9	88	10	13
9	0	$2\frac{1}{4}$	29	1	3	49	3	6	69	6	12	89	11	2
10	0	$2\frac{1}{2}$	30	1	4	50	3	8	70	6	15	90	11	7
11	0	$2\frac{3}{4}$	31	1	5	51	3	11	71	7	2	91	11	11
12	0	$3\frac{1}{4}$	32	1	7	52	3	14	72	7	5	92	11	15
13	0	$3\frac{1}{2}$	33	1	9	53	4	1	73	7	8	93	12	3
14	0	$4\frac{1}{4}$	34	1	10	54	4	3	74	7	12	94	12	7
15	0	5	35	1	12	55	4	5	75	7	15	95	12	12
16	0	$5\frac{1}{4}$	36	1	13	56	4	7	76	8	3	96	13	0
17	0	$6\frac{1}{4}$	37	1	15	57	4	9	77	8	7	97	13	4
18	0	$7\frac{1}{4}$	38	2	1	58	4	12	78	8	11	98	13	9
19	0	$8\frac{1}{4}$	39	2	2	59	4	15	79	8	15	99	13	13
20	0	9	40	2	5	60	5	1	80	9	3	100	14	2

TABLE des Impulſions de l'eau ſur une ſurface d'un pied quarré frappée perpendiculairement.

Viteſſes en une ſeconde.	Impulſions.	Viteſſes en une ſeconde	Impulſions.	Viteſſes en une ſeconde	Impulſions.	Viteſſes en une ſeconde	Impulſions.	Viteſſes en une ſeconde	Impulſions.
Pieds.	Liv. on.	Pieds.	Livres	Pieds.	Livres	Pieds.	Livres	Pieds.	Livres
1	1 3	6	43	11	145	16	300	21	529
2	4 13	7	59	12	172	17	334	22	580
3	10 12	8	75	13	203	18	389	23	635
4	19 3	9	97	14	235	19	434	24	688
5	30 0	10	120	15	270	20	480	25	750

L'action du vent eſt très-ſujette à varier, elle peut ſe trouver ſenſiblement différente, quoique la vîteſſe ſoit exactement la même. L'air eſt très-ſuſceptible de dilatation & de condenſation; il s'étend par la chaleur, & il ſe contracte par le froid; il eſt, outre cela, quelquefois chargé de beaucoup de particules d'eau plus ou moins viſibles. Toutes ces différences doivent en apporter dans la peſanteur ou dans la maſſe de l'air; il ſe trouve une plus grande ou une moindre quantité de matiere dans le même volume, & ſon action doit être différente, puiſque les autres conditions étant les mêmes, l'impulſion des fluides eſt proportionnelle à leur peſanteur. C'eſt beaucoup ſi la Table précédente marque à peu-près les efforts moyens; car cette matiere n'eſt pas ſuſceptible d'expériences extrêmement exactes.

Moyens de meſurer la force actuelle du Vent.

ON a imaginé divers inſtruments pour meſurer d'une maniere actuelle l'effort du vent. Ces inſtruments ſont

connus ſous le nom d'*Anémometres*. J'en ai propoſé un dans le Traité du Navire, qui eſt ſimple & d'un uſage aſſez commode. Il eſt formé d'une ſurface plane
Figure 56. *A B* (*fig.* 56) de la grandeur d'un quart de pied quarré; c'eſt-à-dire, que nous avons donné 6 pouces de longueur à chacun de ſes côtés. Cette ſurface eſt un morceau de carton, ou bien un morceau de toile de voile renfermé dans un chaſſis très-leger, & elle eſt appliquée perpendiculairement à l'extrêmité d'une verge *C D* qui entre par ſon autre extrêmité dans un tuyau ou canon *E F* qui ſert de manche à l'inſtrument. On tient l'anémometre par ce tuyau lorſqu'on préſente la ſurface au vent. L'impulſion, ſelon qu'elle eſt plus ou moins forte, fait entrer plus ou moins la verge dans le tuyau; elle y preſſe un reſſort à boudin qui y eſt renfermé; & comme la verge eſt graduée, elle marque par ſon enfoncement la force du vent, à peu près de la même maniere qu'on a ſur les peſons d'Allemagne, la peſanteur des choſes qu'on veut peſer. Il n'y a que cette ſeule différence, que dans les peſons d'Allemagne les plus grands poids font ſortir du tuyau une plus grande partie de la verge, au lieu que dans notre anémometre les plus grandes impulſions du vent le font entrer davantage; ainſi la graduation doit être dans un ſens contraire.

Je pourrois me diſpenſer d'ajouter que, pour graduer ou diviſer la verge *C D*, il faut que l'inſtrument ſoit preſque entiérement conſtruit. On le met dans une ſituation verticale, & on place ſucceſſivement des poids plus ou moins grands, ſur le plan *A B* qui ſe trouve alors ſitué horiſontalement, & on marque leur peſanteur ſur chaque point *D* de la verge. On peut imaginer divers moyens d'exécuter la même choſe avec un ſeul poids qu'on fera agir plus ou moins en ſe ſervant d'un levier. Une attention qui eſt eſſentielle dans la conſtruction de cet inſtrument, c'eſt de donner à la

verge qui ſoutient la ſurface, le moins de longueur qu'il eſt poſſible & de rendre le tout très-leger. On doit augmenter un peu le poids de la verge vers ſon extrêmité intérieure; & pour diminuer le frottement, on peut faire paſſer cette verge ſur un petit rouleau à ſon entrée dans le tuyau. Cet inſtrument étant conſtruit, lorſqu'on l'expoſe au vent, il ne prend pas une ſituation conſtante, il eſt dans un mouvement continuel; ainſi il faut prendre le milieu des différents nombres qu'il marque.

De l'impulſion des Fluides qui ſe font obliquement.

ENFIN il n'a été queſtion juſques ici que de l'impulſion des fluides qui frappent perpendiculairement une ſurface; mais s'ils la frappent obliquement, l'impulſion ſera très-différente. Il ſe fera une décompoſition de mouvement pour chaque molécule du fluide qui n'agira que par ſon mouvement relatif perpendiculaire. Ainſi ſuppoſé que la direction du fluide faſſe avec la ſurface frappée un angle de 30 degrés, dont le ſinus eſt la moitié du ſinus total, chaque molécule n'agira qu'avec la moitié de ſon mouvement qui s'exerce ſelon le ſens perpendiculaire, & cette partie ne ſera que la moitié du mouvement abſolu. On ſe reſſouvient de ce que nous avons dit ſur la figure 9, en parlant du mouvement du corps *A* que nous pouvons regarder ici comme une molécule du fluide. On nomme *angle d'incidence*, l'angle *ABD* que fait la direction *AB* avec la ſurface frappée; & il eſt certain que la grandeur du choc ou de l'impulſion eſt d'autant moindre que le ſinus de l'angle d'incidence *ABD* eſt plus petit.

Mais l'obliquité du cours du fluide à l'égard de la ſurface produit encore un autre effet; la ſurface offre une moindre largeur au fluide. Ainſi non-ſeulement,

chaque molécule fait un moindre choc, il y a auſſi un moindre nombre de molécules qui contribuent au choc; & comme ces deux cauſes de diminution ſuivent le même rapport, il en réſulte que les impulſions ſont comme les quarrés des ſinus des angles d'incidence. Si l'angle *ABD* que fait la direction du fluide avec la ſurface, eſt de 17 à 18 degrés, ſon ſinus ſera le tiers du ſinus total, ou *AD* ſera le tiers de *AB*. Par conſéquent chaque molécule fera trois fois moins d'impulſion en frappant la ſurface; & comme cette même ſurface offrira au choc une largeur moindre dans le même rapport, l'impulſion, eu égard à tout, ſera neuf fois plus petite. Après avoir trouvé l'impulſion pour le cas dans lequel le fluide frappe la ſurface perpendiculairement, il n'y aura donc en général, qu'à la diminuer dans le rapport du quarré du ſinus total, au quarré du ſinus d'incidence, & on aura l'effort du choc pour le cas dans lequel le fluide frappe la ſurface obliquement.

Si le vent ou l'eau frappe une ſurface, qui ait non-ſeulement une ſituation oblique par rapport à ſa direction, mais que cette ſurface ſoit outre cela inclinée, l'angle d'incidence ſera alors moindre non-ſeulement par la premiere obliquité de la ſurface, mais auſſi par ſon inclinaiſon. Le vent, par exemple, frappe une voile ſituée verticalement, mais cette voile eſt poſée obliquement par rapport au cours du vent. L'impulſion que ſouffrira cette voile ſera d'autant plus petite, que le quarré du ſinus d'incidence ou de l'obliquité du vent par rapport à la baſe de la voile ſera plus petit. Mais ſi la voile, outre cela, n'eſt pas verticale, ſi elle eſt inclinée à l'égard de l'horiſon, cette poſition particuliere fera encore diminuer l'impulſion dans le même rapport que le quarré du ſinus de l'inclinaiſon eſt plus petit que le quarré du ſinus total. En un mot l'angle d'incidence diminue alors par deux endroits,

& ſon ſinus eſt moindre en raiſon compoſée de la raiſon du ſinus total aux deux ſinus particuliers de l'obliquité de la baſe de la voile, & de l'inclinaiſon de la voile. Il ſuit de-là que, pour avoir l'impulſion du fluide ſur la ſurface, il n'y a toujours qu'à la chercher pour la ſurface frappée perpendiculairement, & la diminuer enſuite pour la ſituation doublement oblique de la ſurface.

CHAPITRE II.

De la maniere dont les Voiles font accélérer le mouvement du Navire, avec quelques remarques particulieres au ſujet de leur courbure.

I.

LES voiles exigent une attention particuliere à cauſe de leur ſurface courbe. Elles ne doivent pas recevoir autant d'impulſion que ſi elles étoient parfaitement étendues & parfaitement planes, puiſqu'elles ſont frappées en divers endroits de leur ſurface avec une obliquité différente à cauſe de leur courbure. Mais on peut toujours ſubſtituer par la penſée à leur place, une ſurface plane qui ſouffre la même impulſion; & outre cela, on peut les tendre réellement avec tant de ſoin, que la diminution que ſouffre le choc qu'elles reçoivent ne ſoit pas conſidérable.

L'impulſion du vent étant continuelle, doit, dans le commencement du ſillage, communiquer d'inſtant en inſtant au navire de nouveaux degrés de vîteſſe, préciſément comme la peſanteur en communique aux graves dans leur chûte. Si l'impulſion du vent étoit équi-

valente à la peſanteur du navire, le ſillage recevroit des degrés de vîteſſe exactement égaux à ceux que prennent les graves lorſqu'ils tombent librement ; mais comme l'effort du vent eſt beaucoup moindre, le navire reçoit auſſi des degrés de vîteſſe plus petits dans le même rapport.

Un exemple éclaircira ce que nous voulons dire. Suppoſons que l'étendue des voiles frappées perpendiculairement eſt de 10000 pieds quarrés, que le vaiſſeau peſe 1200 tonneaux ou 2400000 livres, & que l'impulſion du vent ſur chaque pied quarré des voiles ſoit de 3 livres. Alors l'effort total du vent ſera de 30000 livres, & il eſt évident que le Navire ne prendra pas d'auſſi grands degrés de vîteſſe dans les premiers inſtants de ſa marche, que les graves dans les premiers inſtants de leur chûte. Si l'effort du vent ſur les voiles étoit de 2400000 livres, le navire prendroit exactement la même vîteſſe, mais il n'eſt pouſſé que par une force de 30000 livres qui eſt 80 fois moindre ; il doit par conſéquent prendre une vîteſſe 80 fois plus petite, & il parcourra auſſi des eſpaces plus courts dans le même rapport. Au lieu de parcourir 1508 pieds dans les premieres dix ſecondes, il parcourra donc un peu moins de 19 pieds ; & au lieu d'avoir alors une vîteſſe à faire 302 pieds dans une ſeconde comme le marque la table du ſecond Chapitre de la ſection précédente, il aura une vîteſſe 80 fois plus petite, il ne ſera qu'environ 3 pieds 9 pouces en une ſeconde.

On doit même remarquer que preſque dès les commencements du ſillage, l'accélération de la vîteſſe ne ſe fera pas tout-à-fait d'une maniere ſi prompte. Nous négligeons la réſiſtance de l'eau ou ſon impulſion ſur la proue : on peut n'avoir point d'égard à cette impulſion dans les premiers inſtants du ſillage, à cauſe du peu de vîteſſe avec laquelle le navire va rencontrer l'eau ; mais au bout de très-peu de temps la réſiſtance

de l'eau devient conſidérable, & d'un autre côté l'impulſion du vent ſur les voiles va en diminuant, parce qu'à meſure que le navire prend de la vîteſſe & qu'il fuit par rapport au vent, il ſe ſouſtrait, pour ainſi dire, à l'impulſion. Ainſi la force accélératrice va ſans ceſſe en diminuant par deux cauſes. Le vent frappe moins les voiles comme s'il avoit moins de force, & d'un autre côté une plus grande partie de cette impulſion eſt détruite par la réſiſtance de l'eau ou par ſon impulſion contre la proue ; car cette impulſion eſt en déduction de celle du vent, elle en rend inutile une partie par ſon oppoſition.

Au bout de deux ou trois minutes de temps le navire aura peut-être acquis une vîteſſe à faire 14 ou 15 pieds par ſeconde ; ſon ſillage ſera cenſé alors très-rapide, puiſque le navire fera environ 3 lieues par heure. Mais cette grande vîteſſe du vaiſſeau ſera peut-être cauſe que les voiles ſeront pouſſées avec une force deux fois moindre ; l'effort ne ſera que de 15000 livres au lieu de 30000, & peut-être que l'impulſion de l'eau ſur la proue ſera alors égale à un effort de 14990 livres. Dans ce cas le Navire ne ſera plus pouſſé dans le ſens de ſa route qu'avec une force de 10 livres, qui eſt l'excès d'un effort ſur l'autre ; & comme le Vaiſſeau peſe 2400000 livres, les nouveaux degrés de vîteſſe qu'il recevra encore ſeront 240000 fois moindres que ceux que la peſanteur communique aux graves dans leur chûte. Ainſi la vîteſſe du ſillage ne s'accélérera preſque plus, & elle ſera parvenue ſenſiblement à l'uniformité. C'eſt ce qui arrive auſſi-tôt que l'impulſion du vent ſur les voiles a aſſez diminué & l'impulſion de l'eau ſur la proue aſſez augmenté pour que les deux ſoient parfaitement égales. Le vaiſſeau doit alors ſe mouvoir d'une vîteſſe conſtante ; il avance comme s'il n'étoit ſujet à l'action d'aucune force extérieure ; le vent ne lui communique plus de nouveaux degrés, parce

que le choc de l'eau ſur la proue y met obſtacle, & d'un autre côté le choc de l'eau ne retarde point le ſillage, parce que l'impulſion du vent l'en empêche.

Comme le navire n'augmente réellement ſa vîteſſe que pendant deux ou trois minutes, & que le ſillage eſt toujours parvenu à l'uniformité, lorſqu'on a achevé d'orienter les voiles, nous n'examinons pas ici ſelon quelle progreſſion ſe fait cette accélération. Nous avons examiné dans l'autre ſection les effets d'une force accélératrice dont les changements ſont proportionnels aux eſpaces parcourus. Ici la force accélératrice eſt l'excès de l'impulſion du vent ſur celle de l'eau, & chacune de ces impulſions eſt proportionnelle au quarré de la vîteſſe avec laquelle ſe fait le choc. Nous avons réſolu ce problême dans le volume de 1745, des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, & nous pouvons y renvoyer. Toutes ces recherches, de même qu'une infinité d'autres, ſont propres à convaincre les lecteurs que ſi on peut s'inſtruire très-aiſément des vrais principes de Méchanique & de Dynamique, il n'eſt pas poſſible d'en faire d'application un peu compliquée ſans le ſecours de la Géométrie.

II.

Au ſurplus nous juſtifierons ici ce que nous avons dit au commencement de ce Chapitre, ſur l'attention qu'on doit avoir à tendre les voiles le plus qu'il eſt poſſible. Si *ACB* (*fig.* 57.) eſt une voile également large dans toute ſa hauteur, & qu'étant ſimplement arrêtée par les deux extrêmités en *A* & en *B*, elle forme une grande courbure, une partie de ſon étendue ſera inutile. Nous ſuppoſons d'abord que le vent au lieu de la frapper en plein, la frappe fort obliquement en faiſant des angles ſenſiblement aigus avec ſes largeurs; la courbe *ACB* aura pour tangentes en *A* & en *B* les droites

Figure 57.

AD

AD & BD. Mais il eſt facile de démontrer que la voile reçoit alors préciſément la même impulſion qu'une ſurface plane ab, qu'on déterminera en faiſant chacun des deux eſpaces Da & Db égal à la moitié du contour ACB que forme la courbure de la voile, c'eſt-à-dire, que la ſurface plane ab équivalente à la voile, eſt égale à $\frac{AE}{AD} \times ACB$. Il ſuit de-là que lorſque la voile eſt très-courbe, ou qu'on a pris peu de ſoin pour la tendre & que AD eſt très-grande par rapport à AE, la ſurface plane ab, eſt beaucoup plus petite par rapport à la ſurface réelle de la voile, & qu'on perd par conſéquent beaucoup. Figure 57.

Si la voile ACB, au lieu d'être frappée obliquement, eſt frappée en plein ou ſi la direction du vent eſt exactement perpendiculaire à ſes largeurs, elle prend alors une courbure toute différente. L'air agit contre le haut & contre le bas de la voile, comme s'il n'avoit pas d'iſſue par les deux côtés. L'air qui frappe en haut fait effort pour ſe réfléchir vers le bas; & comme celui qui frappe vers le bas, fait en même-temps effort pour ſe réfléchir vers le haut, il réſulte du tout une compreſſion dans la voile; & quoique l'air puiſſe s'échapper par les deux côtés & qu'il s'échappe effectivement, il ne le fait cependant qu'après avoir agi ſur la voile comme s'il y étoit renfermé. L'air comprimé faiſant effort pour s'étendre, pouſſe tous les points de la voile perpendiculairement avec la même force, & il lui fait prendre la courbure d'un arc de cercle. Alors la voile fera le même effet qu'une ſurface plane de même largeur qui auroit AB de hauteur. Ainſi ſuppoſé que la voile ait environ 11 parties de hauteur en ligne courbe ACB, & que ſa hauteur en ligne droite ne ſoit que de 7 parties, elle prendra la courbure d'un demi-cercle, & alors il y aura ſur les 11 parties d'étendue de la voile, 4 qui ſeront abſolument inutiles.

Nous aurons un troiſieme cas ſi une voile de même largeur par-tout eſt arrêtée en *A* & en *D* & prend la courbure repréſentée dans la figure 58. Cette voile eſt frappée en plein ; nous voulons dire que le vent la rencontre perpendiculairement à ſes largeurs ; mais les points *A* & *D* ne répondent pas exactement l'un au-deſſus de l'autre, ou ne ſont pas dans la même ligne verticale. Tout le vent qui frappe ſur la partie *AB* agit comme s'il y étoit renfermé ; il fait prendre à cette partie la courbure d'un arc de cercle, & elle fait exactement le même effet qu'un plan *AB* qui ſeroit expoſé au choc du vent. Mais quant à la partie inférieure *BD* l'impulſion qu'elle reçoit eſt ſujette à une autre loi, parce qu'il n'y a rien au-deſſus du point *A* qui mette obſtacle à la retraite de l'air qui agit ſur *BD*. Cet air n'agit pas par ſon reſſort, ou ce qui revient au même, il n'a pas le temps de ſe comprimer. Si du centre *C* de l'arc *AB*, on abaiſſe la perpendiculaire *CI* ſur la tangente *DF* au point *D*, cette perpendiculaire rencontre le cercle *ABH* prolongé vers *H* ; & toute la voile *ABD* ſera ſujette à la même impulſion que ſi la corde *AH* étoit frappée perpendiculairement. Nous négligeons la peſanteur des voiles en donnant ces regles, que nous nous diſpenſons de démontrer. Nous les rapportons afin qu'on faſſe tout ce qu'il faut pour ſe diſpenſer de s'en ſervir, en tendant les voiles le plus qu'il eſt poſſible.

Figure 58.

CHAPITRE III.

Que la peſanteur du Navire ou de tout autre corps flottant eſt égale à celle du volume d'eau dont il occupe la place, & doit agir dans la même direction.

I.

LES liqueurs agiſſent non-ſeulement par leur choc, elles agiſſent encore toutes par leur preſſion ; & elles ont à ce ſecond égard une propriété ſemblable à celle de l'air, laquelle caractériſe tous les fluides. Lorſque les liqueurs ſont preſſées dans un certain ſens, elles tranſmettent la preſſion, non-ſeulement dans le même ſens, mais dans tous les ſens imaginables. L'eau qui eſt à quelques pieds de profondeur, eſt preſſée par tout le poids de l'eau qui eſt au-deſſus: mais cette preſſion agit même horiſontalement ſans recevoir aucune altération ; elle s'étend ſous le Navire, & elle agit contre lui, en le pouſſant avec autant de force que toute l'eau qui eſt à côté entre les mêmes plans horiſontaux, eſt preſſée par l'eau ſupérieure.

Nous avons une infinité d'exemples de cette propriété qu'ont les liqueurs d'agir par leur preſſion ſans diminution de force dans tous les ſens poſſibles. Si on pouſſe le piſton d'une ſeringue pleine d'eau, & que la ſeringue ſoit bouchée, l'effort qu'on fera, s'exercera également contre toutes les parties intérieures de la ſurface de la ſeringue, & ſi on faiſoit un trou à côté, l'eau ſortiroit par cette ouverture avec la même vîteſſe que par l'ouverture ordinaire. Le piſton ne paroît néanmoins pouſſer l'eau que ſelon ſa longueur. Mais l'eau

étant preſſée dans ce ſens, fait également effort pour s'échapper dans tous les autres. L'effort ſe multiplie, pour ainſi dire, & il ſe fait également de tous les côtés: l'eau eſt diſpoſée à refluer dans tous les ſens. De même, l'eau de la mer qui ſe trouve dans une tranche horiſontale renfermée à une certaine profondeur entre deux plans horiſontaux, n'eſt preſſée immédiatement de haut en bas que par le poids de l'eau ſupérieure; mais ſes parties ne ſont pas preſſées dans un certain ſens, ſans agir avec une égale force dans tous les autres. Elles ſe preſſent donc également dans le ſens horiſontal, & on reſſentiroit tout l'effet de cette preſſion qui a changé de direction, ſi on faiſoit un trou ſous la carene du Navire. L'eau feroit effort pour y entrer avec une force égale au poids de l'eau qui eſt à côté, & correſpondante à la grandeur du trou.

Il n'y a perſonne qui n'ait reſſenti cette même force lorſqu'il a voulu faire entrer un bâton dans l'eau. En mettant le bâton verticalement, on reſſent une réſiſtance qui augmente à meſure qu'on rend l'enfoncement plus grand. Si on plonge le bâton obliquement, on remarque encore que la force qu'on eſt obligé de vaincre agit de bas en haut ſelon une direction exactement verticale. On éprouve la même réſiſtance lorſqu'on enfonce la main ou ſimplement le doigt dans du vif argent. Le doigt eſt repouſſé par-deſſous, & il l'eſt fortement, parce que le mercure étant environ 14 fois plus peſant que l'eau, ſes parties ſont preſſées quatorze fois davantage à la même profondeur. La direction qu'a toujours cette force fera que nous la déſignerons, comme nous l'avons déja fait ailleurs, ſous le nom de *Pouſſée verticale des liqueurs.*

Il ſuit de ce que nous venons de dire, qu'un Navire ou tout autre corps qui flotte librement eſt pouſſé en haut avec une force égale à ſon poids. L'eau dont il occupe la place, preſſoit l'eau inférieure, lorſque le

Navire n'y étoit pas; elle la pouſſoit, & elle en étoit repouſſée. Le Navire remplit préciſément la même place : il eſt pouſſé par conſéquent par-deſſous de bas en haut; & il faut, puiſqu'il y a équilibre, que le corps flottant oppoſe une force égale à cet effort. Sa peſanteur fournit cet effort; mais il faut qu'elle ſoit exactement égale au poids de l'eau dont le corps flottant occupe la place, autrement une des deux l'emporteroit ſur l'autre. Le corps flottant ſeroit trop pouſſé de bas en haut, & il ſortiroit de l'eau; ou bien ſa peſanteur ſeroit trop grande, & alors il ſe plongeroit davantage. Dans l'état de repos, il doit donc y avoir une égalité parfaite entre la peſanteur du Navire, & celle de l'eau qu'il déplace; il faut que la peſanteur du Navire ſoit exactement égale à la pouſſée verticale de l'eau.

Si le Navire peſe cent tonneaux ou 200000 livres, il faut qu'il occupe dans l'eau de la mer un volume de preſque 2778 pieds cubiques. L'eau de la mer peſe un peu plus que l'eau douce; le pied cubique en peſe à très-peu près 72 livres, au lieu que le pied cubique d'eau douce ne peſe qu'environ 70 livres. Ainſi il faut que la groſſeur de la carene ou de la partie qui doit entrer dans l'eau, réponde au poids que doit avoir le Navire. Si la carene étoit moins groſſe, ſi elle n'avoit que 1389 pieds cubiques de ſolidité, elle n'occuperoit pas aſſez de place dans l'eau pour en être repouſſée avec une force de 200000 livres de bas en haut. La pouſſée verticale de l'eau ne ſeroit alors que de 100000 livres. Il n'y auroit donc que la moitié de la peſanteur du Navire qui ſeroit ſoutenue, & l'autre partie feroit que le corps ſe précipiteroit vers le fonds.

On ne peut jamais, ſans s'en appercevoir d'avance, tomber dans l'inconvénient de trop charger un Navire, lorſqu'il flotte librement ou qu'il eſt à flot. On voit juſqu'à quel point il enfonce, & on ſait par cet enfoncement s'il eſt permis d'augmenter encore ſa peſanteur.

Mais il y auroit les plus grandes précautions à prendre, & il faudroit être bien inſtruit de la regle que nous expliquons, pour pouvoir charger un Navire dans un baſſin où il eſt à ſec, & ſe haſarder enſuite à le mettre à flot tout d'un coup, comme on l'a fait quelquefois. De fauſſes meſures auroient alors les ſuites les plus funeſtes, on n'éviteroit le péril que par l'attention qu'on auroit de ne pas rendre la charge trop grande, & il faudroit auſſi la diſtribuer de maniere qu'elle ne fût ſituée ni trop vers l'avant ni trop vers l'arriere. Car pour que le corps flottant agiſſe préciſément de la même maniere que le volume d'eau dont il tient la place, il ne ſuffit pas qu'il ait exactement la même peſanteur, il faut encore que cette peſanteur s'exerce ſur la même direction.

II.

Figure 59. Suppoſons que le corps flottant *ABD* (*fig.* 59.) plonge dans l'eau toute la partie *EBF*, & que le volume d'eau dont il occupe la place ait ſon centre de gravité en r ou que ce point ſoit le centre de gravité de la partie ſubmergée ſuppoſée homogene. Si ce corps peſe 100 tonneaux ou 200000 livres, il faut que le volume d'eau déplacée *EBF* peſe 200000 livres. C'eſt une premiere condition qui eſt abſolument néceſſaire, ou une premiere loi. Mais il y en a une ſeconde. Il n'eſt pas moins eſſentiel que le centre de gravité du corps flottant ſoit préciſément dans la même verticale que le centre de gravité r de la partie ſubmergée. Il peut ſe trouver plus bas ou plus haut comme en *G*; mais pour que le corps flottant puiſſe remplacer à tous égards l'eau dont il occupe le volume, il faut que ſa peſanteur qui doit être égale à celle de l'eau, ait encore ſa direction ſur la même ligne. La pouſſée de l'eau agit comme ſi elle ſe réuniſſoit en r, & elle exerce ſon action ſelon la verticale r *H*. Mais la peſanteur du corps

flottant agiſſant ſelon *G B* avec une force égale & une oppoſition parfaite, il naît de cette égalité & de cette oppoſition un équilibre exact, & le corps flottant conſerve ſa même ſituation. Figure 59.

Si le centre de gravité commun du corps *A B D*, au lieu d'être en *G*, étoit ſitué à côté, s'il étoit en *g* par exemple, ſoit parce qu'il manquât à ce corps d'être homogene ou qu'on eût diſtribué ſa charge d'une maniere irréguliere, il eſt évident qu'il ne pourroit pas reſter un ſeul inſtant dans le même état. Il ſeroit comparable à une colonne ou à un édifice dont le centre de gravité répondroit au dehors de ſa baſe. L'eau le pouſſeroit en haut ſelon la verticale r *H*, & ſa propre peſanteur travailleroit à le faire deſcendre ſelon la ligne *g b*. Il ne ſerviroit de rien alors que les deux forces fuſſent égales, elles ne ſeroient pas directement oppoſées, & elles travailleroient de concert à faire tomber le corps ſur le côté. Concluons donc, en aſſurant qu'un corps ne flotte librement ſur une liqueur, que lorſque les deux conditions ſuivantes ſont exactement remplies. Il faut 1°. que la peſanteur du corps flottant ſoit parfaitement égale au poids du volume *E B F* de la liqueur dont il occupe le vuide. Il faut 2°. que le centre de gravité du corps flottant ſoit dans la verticale r *H* ſur laquelle s'exerce la pouſſée de la liqueur, ou il faut que le centre de gravité du corps flottant ſoit exactement dans la même verticale que le centre de gravité de ſa partie ſubmergée ſuppoſée homogene.

CHAPITRE IV.

Que le centre de gravité du corps qui flotte librement ne doit point être au-deſſus d'une certaine hauteur : moyens de déterminer cette hauteur.

I.

CES deux conditions ſont abſolument néceſſaires ; mais elles ne ſuffiſent pas encore. Le centre de gravité *G* du corps flottant peut ſe trouver placé en deſſus ou en deſſous de celui r de la carene ou de l'eſpace que l'eau a été obligée d'abandonner ; mais il ne doit pas être trop haut. Si le corps flottant a, par exemple, une forme parfaitement ronde ou ſphérique *ABD* (*fig.* 60.) ſon centre de gravité *G* ne doit pas être au-deſſus du centre *C* de l'arc de cercle *ABD* ; autrement le corps ne pourroit pas ſe ſoutenir droit un ſeul inſtant. Il y a toujours en effet dans l'air, de même que dans l'eau & dans tous les autres fluides, quelque agitation qui ſeroit capable, en ſe communiquant au corps flottant, de l'éloigner un peu de ſon premier état, ou de le faire incliner au moins d'une quantité infiniment petite. Mais ſuppoſé que le centre de gravité de ce corps ou du Navire fût en *g*, la peſanteur du corps flottant tendroit à augmenter l'inclinaiſon, & rien ne s'y oppoſant, le corps ne manqueroit pas de verſer : au lieu que ce ne ſera pas la même choſe ſi ſon centre de gravité eſt au-deſſous du point *C*, s'il eſt en *G*, par exemple.

Figure 60.

Lorſque le Navire ou le corps flottant *ABD*, s'incline d'une très-petite quantité, qu'il prend, ſi l'on veut

la

la ſituation repréſentée dans la figure 60, la partie ſubmergée eſt alors *eBf*, cette partie ſert de carene, & la pouſſée verticale de l'eau, au lieu de ſe réunir dans le centre r, ſe réunit dans le centre de gravité *γ*; & elle agit ſelon la verticale *γC*. Mais les effets doivent être enſuite abſolument différents ſelon que le centre de gravité du corps flottant eſt en deſſus ou en deſſous du point *C*. S'il eſt au deſſus comme en *g*, le corps flottant doit s'incliner encore davantage, & il ne faut jamais compter dans ce cas ſur ſa ſtabilité; il faudra au contraire s'attendre à le voir verſer ſur le champ, parce qu'il ne ſe trouve toujours que trop de cauſes extérieures capables de commencer l'inclinaiſon qui ſera enſuite portée à l'excès par le concours de la peſanteur du corps & de la pouſſée verticale de l'eau. Mais ſi le centre de gravité eſt au deſſous du point *C*, s'il eſt en *G*, le corps flottant doit maintenir conſtamment ſon niveau; puiſqu'il y a une force toujours prête à le redreſſer, ſuppoſé que quelque agent extérieur lui cauſe quelque légere inclinaiſon; cette force eſt la pouſſée verticale de l'eau. Figure 60.

Le centre *C* de l'arc *EBF* ſerviroit également de limite à la hauteur du centre de gravité du corps flottant, quand même ce corps ſeroit beaucoup plus léger & qu'il ne plongeât dans l'eau qu'une partie beaucoup plus petite que le demi-cercle, comme dans la figure 61. Tous les ſegments de cercle ont cette propriété excluſivement à toutes les autres figures. Le centre *C* eſt toujours le terme au deſſous duquel il faut que le centre de gravité *G* du corps flottant ſoit ſitué, ſi on veut que ce corps ſe ſoutienne ſans verſer. Toutes les directions r*H*, *γh*, &c. de la pouſſée de l'eau paſſant par le centre *C*, ſuppoſé que le centre de gravité ſe trouvât dans le point *C*, le corps n'affecteroit enſuite aucune ſituation particuliere. Placé de niveau, il y reſteroit; & mis dans une ſituation inclinée, Figure 61.

il la conſerveroit de même. Il faut donc éviter le point *C*, & ne pas y placer le centre de gravité du Navire ; il faut toujours au contraire ſituer ce centre conſidérablement au deſſous.

Nous avons donné dans notre Traité du Navire le nom de *métacentre* à ce point remarquable au-deſſous duquel la ſûreté de la Navigation demande qu'on mette le centre de gravité du vaiſſeau. Nous employerons ici le même nom ; & comme les Navires n'ont quelquefois la forme ronde dans nul ſens, nous expliquerons les moyens de déterminer le métacentre dans les ſolides de toutes les figures.

II.

Méthode de déterminer le Métacentre *ou le point qui ſert de limite à la plus grande hauteur du centre de gravité du Navire.*

On voit que le problême ſe réduit à conſidérer le corps flottant dans la ſituation horiſontale & dans une ſituation inclinée très-peu différente, & à chercher en quel point ſe coupent les deux directions de la pouſſée verticale pour les deux ſituations. Lorſque le Navire de la figure 60 conſerve ſon niveau, la pouſſée verticale de l'eau ſe réunit dans le centre de gravité r de l'eſpace que la carene proprement dite occupe dans la mer ; mais pour peu que le Navire s'incline d'un côté ou de l'autre, une partie triangulaire *FCf* de ſa carene ſort de l'eau, & une autre partie triangulaire *ECe* ſe ſubmerge du côté oppoſe. Ce ſont ces deux parties triangulaires qui apportent du changement à toute la partie ſubmergée du Navire & à ſon centre de gravité, & qui ſont cauſe que la pouſſée verticale de l'eau, au lieu de ſe réunir en r, ſe réunit en *γ*.

Figure 60. & 61.

Mais ſi on laiſſe au Navire ſes mêmes largeurs, qu'on ne touche point à la grandeur ni à la figure de ſa flottaiſon ou de ſa coupe horiſontale faite à fleur d'eau, & qu'on ne faſſe qu'augmenter ou diminuer l'étendue de la carene ou la partie inférieure du vaiſſeau; il eſt évident que les petits triangles *ECe*, & *FCf*, quoique toujours exactement les mêmes, ſeront plus ou moins grands par rapport à la carene & qu'ils produiront un plus grand ou un moindre changement ſur la ſituation des centres de gravité r & γ. Ces points étant enſuite plus ou moins éloignés l'un de l'autre, les lignes r *H* & γ *h* ſelon leſquelles s'exercent la pouſſée de l'eau dans les deux cas, iront ſe rencontrer plus ou moins haut; ce qui donnera plus ou moins de hauteur au métacentre *C* au deſſus du centre de gravité *G* de la carene. Figure 60 & 61.

Lorſqu'on diminuera la ſolidité de la carene ſans toucher à ſes largeurs par en haut, les triangles *ECe* & *FCf* deviendront relativement plus grands. Ils ne ſeront réellement ni plus grands ni plus petits, puiſque leurs dimenſions dépendent des largeurs du Navire & de la quantité de l'inclinaiſon qu'on ſuppoſe toujours égale & comme infiniment petite; mais ils ſeront relativement plus grands, étant comparés à la carene entiere qu'on aura rendu plus petite. L'intervalle entre les centres de gravité r & γ deviendra donc plus grand, & le métacentre s'élevera dans le même rapport. Ce ſera tout le contraire, ſi on augmente la ſolidité de la carene, les centres r & γ ſe rapprocheront, & le métacentre s'abaiſſera. Ainſi c'eſt une regle générale, lorſque la flottaiſon ou la coupe horiſontale du Navire faite à la ſurface de l'eau eſt donnée, *que le métacentre eſt plus ou moins élevé au deſſus du centre de gravité de la carene, préciſément dans le même rapport que la carene eſt plus petite ou plus grande;* & puiſqu'on connoît la ſituation de ce point pour le cercle ou pour la ſphere, on le trouvera pour les autres figures par une ſimple

analogie, auſſi-tôt qu'on aura déterminé leur centre de gravité.

Si toutes les coupes de la carene du Navire faites perpendiculairement à ſa longueur, ou, pour emprunter le langage des Marins, ſi tous les *gabaris* étoient des demi-cercles, la carene ſeroit un demi-ſphéroïde formé par la révolution de la courbe PEQ autour de
Figure 62. l'axe PQ (*fig.* 62). Le métacentre ſeroit alors en C dans l'axe même PQ & à fleur d'eau, à cauſe de la propriété de tous les demi-cercles. Ainſi il n'y auroit qu'à chercher le centre de gravité r du ſolide pour avoir rC; & ſuppoſé enſuite que la partie inférieure de la carene eût toute autre figure, il n'y auroit, conformément à ce que nous venons de voir, qu'à augmenter ou diminuer rC dans le même rapport que la carene $PEQB$ ſeroit plus petite ou plus grande que le demi-ſphéroïde, & on auroit l'exacte hauteur du métacentre M au deſſus du centre de gravité de la carene.

III.

Application de la Méthode précédente à un corps flottant qui auroit la figure d'un Ellipſoïde.

Quoique la flottaiſon des vaiſſeaux ne ſoit pas terminée par la ligne courbe que les Géometres nomment ellipſe, & qu'elle ſoit ordinairement plus grande, on peut ici prendre ces deux figures l'une pour l'autre. Dans cette ſuppoſition le centre de gravité r du demi-ſphéroïde $EPBQ$ eſt exactement au deſſous de la flottaiſon $EPFQ$ ou de la ſurface de l'eau, des trois huitiemes de CB; & comme CB ſeroit égale à CE, on auroit donc $\frac{3}{8}CE$ pour la hauteur Cr du métacentre au deſſus du centre de gravité du demi-ſphéroïde.

Mais ſi les gabaris ou les coupes de la carene faites

perpendiculairement à ſa longueur, au lieu d'être des demi-cercles, ſont auſſi des demi-ellipſes; ſi en particulier la profondeur CB de la carene eſt conſidérablement plus petite que la moitié de la plus grande largeur EF, le nouveau centre de gravité r de la carene ſera toujours exactement aux trois huitiemes de ſa profondeur. Il ſera donc moins au deſſous de la ſurface de l'eau qu'auparavant. Mais outre cela la hauteur du métacentre au-deſſus de ce centre de gravité augmentera encore dans le même rapport qu'on aura rendu la carene plus petite, en la faiſant moins profonde. Figure 62.

On diminue la ſolidité de la carene exactement dans le même rapport qu'on fait CB plus petite que CE ou que CF; ce qui nous donne cette analogie pour trouver la nouvelle hauteur du métacentre. La profondeur actuelle & diminuée CB eſt à CE comme $\frac{1}{8}CE$ eſt à la hauteur $\frac{1}{8} \times \frac{CE^2}{CB}$; & ſi de cette hauteur qui eſt celle de rM, nous en ôtons $\frac{1}{8}CB$ pour la quantité dont le centre de gravité actuel r de la carene eſt au deſſous de la ſurface de l'eau, nous aurons $\frac{1}{8} \times \frac{CE^2}{CB} - \frac{1}{8}CB$ pour la hauteur MC du métacentre au deſſus de la ſurface de l'eau. Comme il ne s'en faut pas beaucoup que la profondeur de la carene ne ſoit égale à la moitié de ſa largeur dans la plupart des Navires, il s'enſuit que les deux termes de l'expreſſion $\frac{1}{8} \times \frac{CE^2}{CB} - \frac{1}{8}CB$ de la hauteur du métacentre au deſſus de l'eau, approchent beaucoup d'être égaux, & qu'ainſi le métacentre n'eſt jamais guere élevé au deſſus du plan de la flottaiſon.

Propoſons pour exemple un Vaiſſeau, dont la plus grande largeur EF ſoit de 32 pieds & dont la profondeur CB de la carene ſoit de 14 pieds; le centre de gravité r ſeroit au-deſſous de la ſurface de l'eau de

Figure 62. 6 pieds, en ſuppoſant que la carene eût la figure d'un demi-ſphéroïde elliptique, formé par la révolution de l'ellipſe QEP autour de l'axe QP. Mais les coupes verticales de la carene faites perpendiculairement à la longueur ne ſont pas des cercles, elles ſont des ellipſes dont le demi-axe vertical CB eſt plus petit que le demi-axe horiſontal CE dans le rapport de 14 à 16. Ce changement eſt cauſe que le centre de gravité r de la carene n'eſt au deſſous de la ſurface de l'eau, que de $5\frac{1}{4}$ pieds. En ſecond lieu la carene étant plus petite, la hauteur du métacentre au deſſus du centre de gravité eſt plus grande dans le même rapport; c'eſt-à-dire, qu'au lieu de n'être que de 6 pieds elle ſera de $6\frac{4}{7}$ pieds. Or ſi on ôte de cette hauteur r M, les $5\frac{1}{4}$ pieds dont le centre r eſt réellement enfoncé ſous l'eau, on aura $1\frac{17}{28}$ pieds pour la quantité MC dont le métacentre M eſt élevé au deſſus de la ſurface de l'eau. C'eſt ce qu'on trouvera auſſi par la *formule* $MC = \frac{1}{8} \times \frac{CE^4}{BC} - \frac{1}{8}CB$.

IV.

De la hauteur du Métacentre lorſqu'il s'agit des inclinaiſons qui ſe font ſelon la longueur.

La méthode que nous venons d'employer pour déterminer la place du métacentre, peut ſervir auſſi à déterminer ce point pour les inclinaiſons du Navire vers l'avant & vers l'arriere. Comme la carene eſt beaucoup plus longue que large, le métacentre eſt dans ce ſecond cas beaucoup plus élevé que dans le premier. De ſorte qu'on pourroit porter le centre de gravité de tout le Vaiſſeau à une hauteur beaucoup plus grande, ſi le péril le plus preſſant n'étoit attaché aux inclinaiſons dans le ſens de la largeur.

Lorſqu'il s'agit uniquement des inclinaiſons dans l'autre ſens, ou ſelon la longueur, il faut conſidérer cette longueur comme la largeur; ainſi, au lieu de la formule que nous avons trouvée, nous aurons $MC = \frac{1}{3} \times \frac{CP^2}{CB} - \frac{1}{8} CB$; & pour $M\pi$, nous aurons $\frac{1}{8} \times \frac{CP^2}{CB}$, ce qui nous montre que la hauteur du métacentre au deſſus du centre de gravité de la carene eſt plus grande dans ce cas que dans l'autre, dans le même rapport que le quarré de la longueur du Navire eſt plus grand que le quarré de ſa largeur. Si le Navire eſt ſimplement trois fois plus long que large, le métacentre ſera neuf fois plus haut pour les inclinaiſons dans le ſens de la longueur que pour celles qui ſe font ſelon la largeur. Si la longueur eſt quatre fois plus grande que la largeur, le métacentre ſera ſeize fois plus haut, &c. Il eſt facile d'en appercevoir la raiſon phyſique, indépendamment de ce que nous venons de trouver par le calcul. Figure 62.

CHAPITRE V.

De la ſtabilité du Navire, ou de la force avec laquelle il conſerve ſa ſituation horiſontale: differents moyens de la trouver.

I.

POUR peu que le Navire s'incline, le centre de gravité de la partie ſubmergée avance vers le même côté, & la pouſſée verticale de l'eau agiſſant ſur une direction qui paſſe à quelque diſtance du centre de gravité du Navire, cette diſtance lui ſert de bras de levier, pour travailler à rétablir la ſituation horiſontale.

Figure 63. Si dans la figure 63 le point r eſt le centre de gravité du Navire & en même temps le centre de gravité de la carene ſuppoſée homogene, ou de ſa partie ſubmergée lorſque le Navire eſt dans ſa ſituation naturelle, & que lorſqu'il eſt incliné il ait γ pour centre de gravité de ſa partie alors ſubmergée, la pouſſée verticale de l'eau ſe réunira dans ce centre γ & s'exercera ſelon γM. Le bras de levier ſera γr, dont dépendra la hauteur du métacentre M au deſſus du centre de gravité r de la carene. Mr ſera d'autant plus grande que le bras de levier γr ſera long; & plus ce bras de levier aura de longueur, plus la pouſſée de l'eau, quoique la même, s'oppoſera efficacement à l'inclinaiſon. Ainſi, lorſque toutes les autres circonſtances ſont les mêmes, la ſtabilité du Navire ou ſa force relative pour retourner à la ſituation horiſontale eſt plus ou moins grande dans le même rapport, que le métacentre M eſt plus ou moins élevé au deſſus du centre de gravité r de la carene, & on peut prendre, pour l'exprimer, le produit de toute la peſanteur du Navire par cette hauteur Mr; puiſque le bras de levier $r\gamma$ eſt toujours une certaine partie de la hauteur rM tant que l'inclinaiſon du Navire eſt d'une quantité déterminée.

Nous tirons de-là une remarque de la plus grande importance. C'eſt que la ſtabilité d'un Navire ne dépend que de la grandeur & de la figure de ſa flottaiſon, ou de ſa coupe faite à fleur d'eau. En effet, ſi le plan de la flottaiſon reſtant le même, on rend la carene par deſſous plus petite ou plus grande, & qu'on diminue ou qu'on augmente exactement dans le même rapport la peſanteur du navire, afin qu'elle réponde toujours parfaitement, comme cela eſt néceſſaire, au volume de la carene, la hauteur du métacentre M au deſſus du centre de gravité r changera proportionnellement, mais dans un rapport inverſe, comme nous l'avons vu dans le Chapitre précédent. Ainſi le produit de la

peſanteur

peſanteur du Navire par la hauteur Mr de ſon métacentre M au-deſſus de ſon centre de gravité r ſera toujours conſtant : car ce qu'on gagnera en augmentant le poids du Navire, on le perdra par la hauteur du métacentre qui diminuera ; & ce qu'on perdra au contraire ſi on diminue la peſanteur du corps flottant, on le gagnera par la hauteur du métacentre qui deviendra plus grande. C'eſt pourquoi la ſtabilité qui eſt le produit de l'une par l'autre, ou qui eſt proportionelle à ce produit, ſera toujours exactement la même; auſſi-tôt que le plan de flottaiſon ou la coupe de la carene faite à fleur d'eau ne changera pas. Figure 63.

Cette remarque ou ce théorême nous met en état de trouver fort aiſément la ſtabilité du Navire ou de tout autre corps flottant. La flottaiſon $QEPF$ (*fig.* 62) d'un Navire étant donnée, nous n'avons qu'à faire tourner par la penſée une de ſes moitiés autour de l'axe QP, & en former un demi-ſphéroïde. Le métacentre de ce corps dont toutes les coupes faites perpendiculairement à ſa longueur ſeront des demi-cercles, ſe trouvera exactement en C ſur ſon axe QP. On cherchera la ſolidité de ce corps, pour avoir le poids de l'eau qu'il déplaceroit ; on cherchera auſſi combien ſon centre de gravité r ſeroit au-deſſous de l'axe QP, & multipliant Cr par la ſolidité du demi-ſphéroïde ou par la peſanteur de l'eau dont il occuperoit la place, on aura ſa ſtabilité, & en même temps celle de tout autre corps $QEPFB$ qui aura la même flottaiſon. Si cet autre corps eſt plus petit ou plus grand que le demi-ſphéroïde que nous avons imaginé, la hauteur Mr de ſon métacentre ſera d'un autre côté plus grande ou plus petite dans le même rapport, & par conſéquent le produit de la peſanteur du corps réel $QEPFB$ par la hauteur Mr de ſon métacentre au-deſſus du centre de gravité r de ſa carene, ſera préciſément égal à celui que nous aurons trouvé. Figure 62.

Figure 63. Il faut néanmoins faire attention que cette méthode ne fournit la ſtabilité que lorſque le centre de gravité commun du Navire ſe trouve exactement dans le même point que le centre de gravité de ſa carene ſuppoſée homogene. La peſanteur du vaiſſeau eſt formée de celle d'un grand nombre de parties héterogenes. Certains Bâtiments ſont beaucoup plus chargés par en bas, & d'autres, ſavoir tous les Vaiſſeaux proprement dits, ſont beaucoup plus peſants à proportion par en haut à cauſe de leur artillerie. Cette différente diſtribution du poids met néceſſairement beaucoup de différence dans la ſituation du centre de gravité commun G de tout le Navire; & il eſt évident que le métacentre étant enſuite diverſement élevé au deſſus de ce dernier centre, le bras de levier ſe trouve plus long ou plus court, & la ſtabilité plus ou moins grande dans le même rapport.

Si nous nommons P la peſanteur totale du vaiſſeau, nous aurons $P \times M\text{r}$ pour ſa ſtabilité en ſuppoſant que ſon centre de gravité commun concourt avec celui r de ſa carene ou de ſa partie ſubmergée, ſuppoſée homogene. Mais ſi le centre de gravité G eſt ſitué plus haut ou plus bas, la force relative de l'eau pour relever le Navire ſera plus petite ou plus grande de tout le produit de la peſanteur P par $G\text{r}$. Ainſi la ſtabilité eſt en général $P \times M\text{r} \pm P \times G\text{r}$; & la méthode géométrique que nous venons d'expliquer ne nous la donne par conſéquent pas toute entiere. Elle ne nous donne que le premier terme $P \times M\text{r}$, celui qui dépend uniquement de la figure de la flottaiſon; mais il faut enſuite y ajouter $P \times G\text{r}$ ſi le centre de gravité G du Navire eſt au deſſous de celui r de ſa carene, comme nous l'avons marqué dans la figure 63; & il faut au contraire ſouſtraire $P \times G\text{r}$, ſi le centre de gravité G eſt au deſſus du centre de gravité de la carene comme dans les figures 60 & 61.

II.

Trouver la ſtabilité du Navire par l'expérience.

NOUS découvrirons immédiatement la ſtabilité actuelle du Navire en mettant un poids aſſez conſidérable ſur ſon côté, & en obſervant avec préciſion l'inclinaiſon qu'il produit. Nous mettrons pour cela ſur le bord du Vaiſſeau perpendiculairement à ſa longueur une piece de bois CR (*fig.* 63), & nous ſuſpendrons à ſon extrêmité un poids Q qui fera néceſſairement pencher le Navire. L'inclinaiſon ira plus ou moins loin; mais les choſes ne ſe trouveront dans un état permanent que lorſqu'il y aura parfaitement équilibre de part & d'autre de la pouſſée verticale de l'eau, entre le poids Q & la peſanteur du Navire. La pouſſée verticale de l'eau ſervira d'hypomoclion, elle ſoutiendra la peſanteur du Vaiſſeau & celle du poids Q, & il faudra que les moments de ces deux poids ſoient égaux entr'eux; c'eſt-à-dire, que le produit du poids Q par ſa diſtance horiſontale RC au milieu du pont ou du tillac, ſoit égal au produit de tout le poids du vaiſſeau par la diſtance GK de ſon centre de gravité G à la verticale γM ſur laquelle s'exerce la pouſſée de l'eau. La peſanteur P du Navire ſera ordinairement très-grande par rapport au poids Q, mais le bras de levier RC ſera plus grand que GK dans le même rapport. Figure 63

Il eſt à propos que la piece de bois CR ait une longeur aſſez conſidérable, afin qu'on ſoit moins ſujet à ſe tromper en la meſurant; car dans la rigueur on ne connoît pas le point où commence le bras de levier que repréſente cette piece de bois. Nous prenons le milieu H de la largeur du Navire, faute de connoître préciſément le point C qui répond exactement au deſſus

Figure 63. du centre de gravité γ de la partie ſubmergée de la carene; & il eſt évident qu'on ne peut négliger le petit intervalle HC compris entre les deux points H & C que lorſque cet intervalle eſt comme nul par rapport à RC; ce qui arrive lorſque la piece de bois eſt très-longue, ou lorſque l'inclinaiſon du Navire eſt extrêmement petite.

Si le corps Q eſt de 1000 livres ou d'un demi-tonneau, & que le bras de levier RC meſuré horiſontalement ſoit de 30 pieds, nous aurons 30000 *livres-pieds* ou 15 *tonneaux-pieds* pour le moment du poids Q, & ce ſera auſſi le moment du Navire, ou ſa ſtabilité actuelle. Nous diſons ſa ſtabilité actuelle; car ce ſera le produit de ſa peſanteur par la diſtance de ſon centre de gravité G à la verticale γM, produit dont la grandeur dépend de l'inclinaiſon actuelle; au lieu que nous avons exprimé ci-devant la ſtabilité en employant un produit conſtant, celui de la peſanteur du Navire par la hauteur MG de ſon métacentre au deſſus du centre de gravité G. Ainſi, après avoir trouvé le moment que nous donne immédiatement l'expérience, il faut l'augmenter dans le même rapport que MG eſt plus grande que GK ou dans le même rapport que le ſinus total eſt plus grand que le ſinus de l'inclinaiſon pour avoir le produit $P \times M\gamma$.

On peut, pour avoir ce dernier rapport d'une maniere fort aiſée, ſuſpendre une bale de plomb ou quelqu'autre petit poids à un long fil qui ſoit arrêté vers le haut du mât. On remarquera à quel point répond en bas le fil à plomb, avant & après l'inclinaiſon du Navire, & la différence ſera l'effet de l'inclinaiſon, par rapport à toute la longueur du fil. On ſe ſert, par exemple, d'un fil à plomb de 50 pieds de longueur, & il s'éloigne du mât par en bas, d'un pied de plus après que le Navire s'eſt incliné. Il y aura le même rapport de GK à GM que d'un pied à 50; & il n'y

aura donc qu'à augmenter dans le même rapport le moment trouvé par l'expérience. Le moment du poids *Q* qui fait incliner le Navire eſt de 15 *tonneaux-pieds*, & c'eſt auſſi le moment actuel du Navire. Mais comme nous voulons avoir une expreſſion générale de la ſtabilité, qui ne ſoit dépendante d'aucune inclinaiſon particuliere, nous devons augmenter dans le rapport de 1 à 50, le moment trouvé; ce qui nous donnera 750 *tonneaux-pieds* ou 1500000 *livres-pieds* pour la ſtabilité requiſe ou pour le produit du poids total du Navire par *MG*. Figure 63.

Si on connoiſſoit la peſanteur du Vaiſſeau, & qu'on s'en ſervît pour diviſer la ſtabilité, il viendroit au quotient la hauteur *MG* du métacentre au deſſus du centre de gravité *G*. Suppoſé, par exemple, que le Navire peſe 200 tonneaux; en diviſant les 750 *tonneaux-pieds* de ſtabilité par 200 tonneaux, on aura $3\frac{1}{4}$ pieds pour la hauteur *MG*. Mais c'eſt preſque toujours aſſez pour nous de connoître la ſtabilité. On ſaura d'avance par ſon moyen ſi le Navire portera bien la voile, & on en tirera d'autres inductions très-utiles.

Suppoſons, afin de ne pas laiſſer ceci ſans application, que la ſurface des voiles ſoit de 5000 pieds quarrés lorſqu'elles ſont frappées par le vent dans les routes obliques, & que leur centre d'effort ſoit élevé de 55 pieds au deſſus du centre de gravité du Navire. On ne doit guere mettre qu'à 2 livres, l'impulſion que fait le vent le plus fort ſur chaque pied quarré de ſurface des voiles, vu l'obliquité du choc & les autres cauſes de diminution. L'impulſion totale ſeroit donc de 10000 livres ou équivalente à la peſanteur de 5 tonneaux; & ſi on la multiplie par 55 pieds, il viendra 275 *tonneaux-pieds* pour le moment de l'effort que fait la voile pour renverſer le Navire. Le levier auquel l'effort du vent eſt appliqué lorſqu'il produit cet effet, eſt un peu plus court; car ce n'eſt pas le centre de

Figure 63. gravité du Navire qui ſert alors d'hypomoclion, mais un autre point que nous avons déterminé dans le Traité du Navire *. Nous négligeons ici cette différence, parce qu'elle n'eſt jamais fort grande.

* *Voyez les pag. 523 & 524.*

Mais ce moment 275 *tonneaux-pieds* de l'effort du vent ſeroit beaucoup trop grand par rapport au moment 750 *tonneaux-pieds* de l'effort que fait la pouſſée verticale de l'eau pour relever le Navire. L'inclinaiſon d'un Navire eſt déja beaucoup trop grande, lorſqu'elle eſt de 18 à 20 degrés; & néanmoins GK ne ſeroit guere alors que le tiers de GM. Il ſuit de-là que le plus grand moment actuel de la pouſſée verticale de l'eau pour rétablir la ſituation horiſontale, eſt tout au plus le tiers du produit de la peſanteur du Navire par GM, produit que nous prenons pour la ſtabilité. Le moment actuel de l'effort de l'eau ne ſeroit donc que de 250 *tonneaux-pieds*, & il ne ſeroit pas ſuffiſant pour s'oppoſer à l'effort de la voile qui ſeroit de 275 *tonneaux-pieds*; il s'en manqueroit même beaucoup. Ainſi il faudroit placer plus bas dans la carene les parties peſantes de la charge pour augmenter la ſtabilité du Navire; ou bien il faudroit diminuer l'étendue des voiles, ou diminuer leur hauteur, pour éviter l'extrême péril auquel on ſeroit expoſé toutes les fois que le vent commenceroit à ſouffler avec quelque force.

Nous revenons au moyen de déterminer avec exactitude dans l'expérience que nous avons indiquée, le degré de l'inclinaiſon. Lorſque nous mettrons un poids ſur le côté du Navire pour le faire incliner, nous choiſirons le temps où la mer ſera parfaitement tranquille, & qu'il régnera dans l'air un calme parfait. Il y aura néanmoins toujours quelque difficulté à ſavoir de combien le Navire ſe ſera incliné, & plus l'inclinaiſon ſera petite, comme il faut qu'elle le ſoit, afin qu'on puiſſe confondre les points H & C dans la fig. 63, plus on aura de peine à en marquer la quantité préciſe.

Digitized by Google

Au lieu de ſuſpendre un fil à plomb vers le haut du mât, je crois qu'on pourroit ſe ſervir avec ſuccès de la ſituation que paroît prendre, par rapport au bord du Navire qui s'incline, quelque point très-éloigné comme l'horiſon de la mer ou quelque autre objet; & il n'y auroit qu'à meſurer l'angle du changement en ſe ſervant de quelqu'un de ces inſtruments qui ſont en uſage en mer pour meſurer la hauteur des aſtres. Figure 63.

Lorſqu'on a une de ces lunettes, dont on ſe ſert en Aſtronomie ou dans les grandes opérations de Géometrie-pratique, on pourroit l'attacher en quelque endroit du Vaiſſeau, & voir à quel objet éloigné elle répond ſucceſſivement. Mais lorſqu'on n'a point de pareille lunette, il n'y a qu'à élever verticalement ſur un des bords du Navire, une regle ſur laquelle on puiſſe faire gliſſer une mire. L'Obſervateur ſe mettra enſuite ſur l'autre bord du Vaiſſeau, il pourra ſe placer aiſément en dehors; & il n'aura qu'à remarquer, en poſant toujours ſon œil dans le même endroit, par quel point de la regle il voit un objet éloigné de 1000 ou 1500 toiſes. On poſera enſuite ſur le flanc du Navire le poids Q qui produira une certaine inclinaiſon : mais ſi l'Obſervateur retourne à ſon premier poſte, & s'il poſe ſon œil dans le même point, l'objet éloigné ne lui paroîtra plus par le même point de la regle, il faudra changer la mire de ſituation; & il y aura enſuite même rapport de la quantité verticale dont on aura changé la mire de place, à ſa diſtance à l'Obſervateur que de GK à GM. Ainſi, ayant trouvé par l'expérience du poids, le moment du Vaiſſeau ou le produit de ſa peſanteur par GK, on ſaura de combien il faudra augmenter ce produit pour avoir celui de la même peſanteur P du Vaiſſeau par GM.

CHAPITRE VI.

Remarques ſur l'arrangement des parties les plus peſantes de la charge.

I.

LE Navigateur ne néglige jamais de ſavoir combien ſon Navire *tire d'eau* pardevant & parderriere, c'eſt-à-dire, de combien il plonge : il veut auſſi en ſavoir le *port* ou connoître la peſanteur de la charge ; mais je crois qu'on ſeroit auſſi très-intéreſſé à en connoître la ſtabilité, & qu'on ne devroit pas oublier de la ſpécifier lorſqu'il s'agit de donner quelques notions des principales qualités du Navire. La quantité dont le Navire doit plonger dans l'eau, regle la grandeur de ſa charge ; on ne peut augmenter cette charge, ſans qu'on s'en apperçoive ſenſiblement par la quantité dont le Navire plonge dans la mer, ou par le *tirant d'eau*, pour s'exprimer comme les Marins. Cette augmentation a même des limites qu'il ſeroit très-dangereux de paſſer ; & dont il eſt avantageux au contraire de reſter conſidérablement éloigné.

II.

MAIS la même charge pourroit être placée plus haut ou plus bas ; elle feroit enfoncer la carene exactement de la même quantité dans l'eau, pendant que le Navire en recevroit des propriétés très-différentes, par rapport à la Navigation. Si le Navire toujours également chargé avoit ſon centre de gravité trop haut, ſa ſtabilité ſeroit moindre ; le ſecond terme de ſon expreſſion

expreſſion $P \times M\pi \pm P \times G\pi$, ſeroit plus petit s'il étoit poſitif, ou plus grand s'il étoit négatif. Ainſi le Navire porteroit moins bien la voile, & il ſeroit peut-être ſujet outre cela à d'autres inconvenients très-dignes d'attention, quoique beaucoup moins grands que le premier. Il eſt donc à propos de conſtater de temps en temps par l'expérience la ſtabilité du Navire. Lorſqu'on trouvera qu'elle eſt toujours la même, & que la partie ſubmergée de la carene ne ſera ni plus grande ni plus petite, on ſera ſûr que le centre de gravité eſt toujours dans la même place, qu'il n'a été porté ni plus haut ni plus bas. Figure 63.

III.

Il y a encore la durée des balancements alternatifs du Navire pendant ſa navigation, qu'il ſeroit très-à-propos d'obſerver & de déterminer. Le Navire ſe jette d'un côté ſur l'autre lorſqu'il va vent en poupe: ces balancements ſe nomment *roulis*; ils ſe font ordinairement avec aſſez de lenteur. L'effort du vent n'y a aucune part, au moins d'une maniere immédiate: c'eſt au contraire, parce que les voiles ne pouſſent pas plus le Navire vers un flanc que vers l'autre, vers la droite que vers la gauche, ou qu'elles ne le font pas incliner, qu'il ſe laiſſe aller à toute l'agitation de la mer. Lorſqu'on ceſſe d'aller vent en poupe, & qu'on ſuit une route très-oblique, les voiles pouſſent le Navire de côté, elles lui interdiſent toute oſcillation dans le ſens latéral, & le Navire ſeulement libre de faire des balancements ſelon ſa longueur, en fait de très-vifs, qu'on nomme *tangage*.

IV.

Au reſte, tous ces mouvements ſont ſenſiblement iſochrones entr'eux; les grands roulis avec les roulis

foibles, & les différents balancements du tangage auſſi entr'eux. Ainſi on peut les comparer aux oſcillations d'un pendule, dont tous les balancements grands & petits ſont ſenſiblement de même durée. Il ſeroit cependant difficile, ou pour mieux dire, impoſſible de faire en mer des pendules ſimples dont les oſcillations marquaſſent la durée de ces balancements. Celle de chaque mouvement du roulis eſt dans les petits Navires de 4 ſecondes ou de $4\frac{1}{2}$ ſecondes; dans d'autres plus grands, de 5, de 6 ou de 8 ſecondes. Mais on peut compter combien il y a de ces mouvements dans une minute ou dans une demi-minute; on ſaura de cette ſorte leur exacte durée, & on verra enſuite dans la petite Table du Chapitre IV. de la Section précédente, la longueur qu'il faudroit donner au pendule *ſynchrone*; c'eſt-à-dire, au pendule dont chaque oſcillation fût exactement de même durée que celles du Navire. On ſe ſert de ce mot *ſynchrone* tiré du Grec, pour marquer cette égalité de durée entre pluſieurs pendules, de même qu'on ſe ſert du mot *iſochrone* pour marquer l'égalité de durée des oſcillations du même pendule.

V.

La durée de chaque balancement du Navire eſt relative à la diſtribution de ſa charge ou des parties peſantes dont ſon poids total eſt formé. Plus les parties les plus peſantes du Navire ſont éloignées de ſon milieu ou de ſon centre de gravité, plus elles ſe refuſent au mouvement par leur inertie, & moins les balancements du roulis & du tangage ſont rudes. Cette diſpoſition de la charge eſt à rechercher, & on ne peut conſtater ſon état qu'en examinant la durée des oſcillations, ou en cherchant la longueur du pendule ſynchrone. Nous avons vu qu'il étoit à propos de placer les parties peſantes de la charge le plus bas qu'il étoit

poſſible, afin d'augmenter la ſtabilité du Navire, & de lui donner plus de force pour ſoutenir la voile; mais les mouvements du roulis deviennent ordinairement plus bruſques par cette tranſpoſition; le pendule ſynchrone devient plus court. Si on met au contraire plus haut les parties peſantes de la charge, la ſtabilité diminue, le Navire n'a plus la même force pour conſerver ſa ſituation horiſontale; il peut s'incliner beaucoup davantage & ſe trouver ſujet à faire de grands balancements, quoiqu'avec lenteur; outre cela, l'inconvenient de ne pas bien ſoutenir la voile, peut avoir les ſuites les plus funeſtes.

Ce n'eſt pas la même choſe lorſqu'on change moins la ſituation des parties peſantes de la charge pour les mettre plus haut ou plus bas, que pour les éloigner du milieu du Navire vers l'une & l'autre extrêmité ou vers l'un & l'autre flanc. La ſtabilité reſte alors la même, parce que le centre de gravité ne change pas de place, & les mouvements d'oſcillation du Navire ſont moins vifs, parce que les parties peſantes, portées plus loin du centre de gravité, décrivent de plus grands arcs dans les oſcillations, & qu'elles reçoivent ce grand mouvement avec plus de difficuté, en s'y refuſant. Nous allons, dans les Chapitres ſuivants, traiter cette matiere avec plus de ſoin: mais nous avons été bien aiſes d'indiquer ici d'avance les principaux réſultats de nos recherches, afin d'épargner à quelques-uns de nos Lecteurs la peine de ſe livrer à des examens plus compliqués.

CHAPITRE VII.

Des Oſcillations auxquelles les Navires & tous les autres Corps flottants ſont ſujets.

I.

Que les Oſcillations ſe font autour du centre de gravité du Corps.

NOUS avons vu dans la Section précédente, que le centre de converſion ou de rotation d'un corps eſt toujours ſitué de l'autre côté du centre de gravité par rapport au point de percuſſion. Lorſqu'un corps flottant eſt obligé de perdre ſa ſituation horiſontale par l'action d'une cauſe extérieure, il tend donc à tourner ſur un point différent de ſon centre de gravité, ſelon l'endroit où eſt appliqué l'agent extérieur. Mais le corps flottant eſt bientôt laiſſé à lui-même, & après quelques mouvements irréguliers, il fera ſes balancements autour de ſon centre de gravité. Si *ABC* (*fig.* 64.) repréſente ce corps qui plonge dans l'eau juſqu'en *DE* en occupant la place d'un volume d'une peſanteur égale à la ſienne, & ſi *G* eſt ſon centre de gravité, & *Q* celui dans lequel ſe réunit la pouſſée de l'eau qui agit ſelon la verticale *QM*, il eſt certain que pendant que la peſanteur du corps flottant & la pouſſée verticale de l'eau tendront à lui faire reprendre ſon niveau, ces deux forces ſuſpendront leur effet par leur égalité & leur oppoſition, quant au mouvement du centre de gravité, & qu'elles rendront ce point ſenſiblement immobile.

Figure 64.

La peſanteur des corps eſt proportionnelle à leur maſſe de même que leur inertie ; & néanmoins on doit bien diſtinguer la peſanteur & l'inertie l'une de l'autre, ainſi que nous l'avons vu. Nous y ſommes abſolument obligés dans cette rencontre, parce que la peſanteur doit être conſidérée ici comme une force extérieure. Il faut auſſi faire attention que le centre *G* peut être regardé ſous deux aſpects abſolument différents. Il eſt le centre de l'inertie du corps *ABC*; & nous devons ajouter que tout ce que nous avons dit dans les derniers Chapitres de la Section précédente touchant le centre de gravité, ne convenoit proprement à ce point que comme centre dans lequel l'inertie ſe réuniſſoit. Le point *G* en ſecond lieu eſt centre de gravité, mais ce point n'eſt le même que le premier que par une eſpece d'accident, & parce que la peſanteur eſt diſtribuée préciſément de la même maniere & dans la même proportion que l'inertie ou que la maſſe. Nous pouvons donc comparer le corps flottant de la figure 64 aux corps dont nous parlions vers la fin de la Section précédente, leſquels étoient pouſſés en deux différents points par deux forces égales & contraires. Figure 64.

La peſanteur tire le point *G* vers le bas & de côté, par rapport à la ligne *BF*, & en même temps la pouſſée verticale de l'eau, qui agit également tout le long de la direction *QX*, tire en haut le métacentre ou le point *M*, & tend à l'écarter de la ligne droite *BF* du côté oppoſé à la direction de la peſanteur. Si l'une de ces deux forces communiquoit donc du mouvement dans un certain ſens au centre *G* dans lequel il faut conſidérer toute l'inertie comme raſſemblée, l'autre force détruiroit cet effet ſur le champ, en donnant un mouvement égal & contraire. Ainſi le corps flottant, en reprenant ſa ſituation horiſontale par l'action de ſa peſanteur & de la pouſſée verticale de l'eau, doit tourner ſur ſon centre de gravité ou d'inertie *G*.

Figure 64. Quelques perſonnes qui n'avoient pas aſſez examiné cette matiere, ont prétendu que le corps flottant devoit plutôt tourner ou faire ſes oſcillations ſur le point *M* que nous avons nommé métacentre. Elles ne faiſoient pas attention que ce point pouvoit être extrêmement élevé pour les corps d'une certaine figure, & que ſi les oſcillations ſe faiſoient ſur un pareil centre, on s'en appercevroit de la maniere la plus ſenſible. Une piece de bois, qui eſt taillée en deſſous ſelon la courbure d'un arc de cercle d'un très-grand rayon, peut

Figure 65. avoir ſon centre *M* (*fig. 65*) élevé de plus de 60 à 80 pieds. Mais ſi le ſentiment que nous rejettons étoit fondé, il ſuffiroit de peſer un peu ſur l'extrêmité *A* ou l'extrêmité *C*; & lorſqu'on ceſſeroit d'agir, la piece de bois ſortiroit de ſa place en avançant & en reculant alternativement, peut-être, de pluſieurs pieds vers *L* & vers *N*. Nos Bateaux ou nos Chaloupes nous donneroient auſſi quelquefois cet étonnant ſpectacle; au lieu que dans leurs oſcillations, on voit toujours leur proue & leur poupe s'élever & s'abaiſſer ſimplement, ſans jamais avancer horiſontalement vers un certain côté, pour rebrouſſer enſuite chemin tout-à-coup vers l'autre.

Nous n'avons pas eu beſoin de conſidérer juſques ici la force centrifuge des corps ou l'effort qu'ils font pour s'éloigner du centre, autour duquel on les force de circuler. On reſſent cette force lorſqu'on fait tourner une pierre dans une fronde; & on en voit quelquefois de terribles effets, lorſque les parties d'une meule qu'on fait tourner trop vîte, ſe détachent avec impétuoſité. Cette force n'altere en rien la peſanteur d'un corps qui tourne autour de ſon centre de gravité. Elle n'augmente la peſanteur ni la diminue, au lieu que le corps flottant changeroit, pour ainſi dire, de peſanteur, & ſeroit obligé d'enfoncer plus ou moins dans l'eau, s'il faiſoit ſes balancements ou s'il tournoit ſur

tout autre point ; parce que la force centrifuge qui augmenteroit ou qui diminueroit ſe combineroit différemment avec la peſanteur. C'eſt ce qui n'arrive pas lorſque le centre de gravité reſte toujours ſenſiblement dans le même endroit. Il eſt vrai que le corps, en s'inclinant d'un côté, occupe de ce même côté un peu plus de place dans l'eau ; mais il en occupe en même temps moins du côté oppoſé, & de cette ſorte la pouſſée verticale de l'eau qu'il éprouve eſt toujours ſenſiblement égale à ſa peſanteur, qui ne reçoit non plus aucune altération. Figure 65.

II.

Que les Oſcillations ſont iſochrones.

AUSSI-TÔT qu'on s'eſt aſſuré que le corps flottant fait ſes oſcillations autour de ſon centre de gravité, il eſt facile de voir qu'elles ſont de même durée ou qu'elles ſont iſochrones. Car lorſque le corps flottant eſt dans ſa ſituation naturelle, la direction de la pouſſée de l'eau paſſe exactement par le centre de gravité *G* (*fig.* 64) & cette force ne fait abſolument aucun effort pour changer le niveau du corps ; mais ſi le ſolide s'incline de quelques degrés ou de quelques minutes, la pouſſée de l'eau fera d'autant plus d'effort pour le redreſſer que l'inclinaiſon ſera plus grande. La pouſſée de l'eau aura pour bras de levier, comme nous l'avons vu, la diſtance de la verticale *Q M* au centre de gravité *G*, & ce levier ſera plus ou moins grand préciſément dans le même rapport que l'inclinaiſon, puiſque la direction *Q M* ira toujours rencontrer ſenſiblement la ligne *B F* dans le même point *M*. Ainſi le corps flottant eſt du nombre de ceux qui ayant été éloignés de leur ſituation naturelle, font d'autant plus d'effort pour y retourner qu'on les en a écartés davantage ; & il ſuit Figure 64.

Figure 64. de-là que ſes vibrations doivent être de même durée entr'elles, comme celles du reſſort des figures 39 & 40, ou comme celles d'un pendule, &c.

III.

Comparaiſon des Oſcillations du corps flottant, avec celles du pendule de la figure 46.

Nous pouvons pouſſer encore plus loin la comparaiſon des balancements du corps flottant avec ceux du pendule. Les oſcillations du pendule de la figure 46 dont nous avons fait mention à la fin du Chapitre VIII de la Section précédente, repréſentent parfaitement les balancements du corps flottant de la figure 64 : il ſuffit ſeulement de faire attention que les forces agiſſent dans un ſens abſolument contraire. Le corps flottant tourne ſur ſon centre de gravité *G*, & la pouſſée verticale de l'eau, en agiſſant de bas en haut, s'exerce ſur la verticale *Q X* qui paſſe toujours par le métacentre *M*. Nous pouvons donc regarder le corps flottant comme formant un pendule renverſé dont *G* ſeroit le point de ſuſpenſion, dont *G M* ſeroit la verge, & dont le poids moteur qui eſt en *M* agiroit préciſément comme la peſanteur, mais dans une direction oppoſée.

Le pendule de la figure 46 a ſon point de ſuſpenſion *C* entouré d'une maſſe *B D* qui ſans contribuer au mouvement d'une maniere active, y a part en ne recevant ce mouvement qu'avec peine. On peut auſſi dire la même choſe de toute la maſſe du corps flottant qui environne le centre de gravité *G* ; car toutes les parties de cette maſſe étant en équilibre autour de *G*, elles n'ont d'autre part au mouvement, que de ne le prendre qu'avec difficulté. Enfin la pouſſée de l'eau agiſſant ſelon *Q X*, on peut l'imaginer en *M*, & elle

& elle eſt l'unique cauſe de tout le mouvement ; de même que c'eſt le poids *P* qui donne tout le mouvement au pendule de la figure 46. Figure 64.

Ainſi nous n'avons qu'à ſubſtituer à la place du corps flottant une maſſe en *M*, (*fig.* 64) qui faſſe au mouvement la même difficulté que ce corps ; & nous conformant enſuite aux réflexions faites dans le Chap. VIII. de l'autre ſection, nous ſaurons le changement qu'il faudra faire à la longueur *G M* pour avoir un pendule ordinaire ou ſimple, dont les oſcillations ſoient préciſément de même durée que celles du corps flottant. Si nous nommons *dm*, les petites parties de la maſſe de ce corps, *E* leur diſtance au centre de gravité *G*, & *h* la hauteur *MG* du métacentre au deſſus du centre de gravité, nous n'aurons qu'à faire cette analogie $h^2 : E^2 :: dm : \frac{E^2 dm}{h^2}$, & nous aurons $\frac{E^2 dm}{h^2}$ pour les petites maſſes qu'il faudra imaginer en *M* pour produire la même difficulté à ſe mouvoir que les petites maſſes *dm*.

Les maſſes ſubſtituées doivent être plus grandes ou plus petites ſelon que les maſſes réelles *dm* prennent plus ou moins de mouvement, & ſelon encore, comme on le ſait, que la réſiſtance qu'elles font à être mues eſt appliquée à un bras de levier plus ou moins long. Il faut, en un mot, à la place de chaque partie de matiere *dm* dont le corps flottant eſt formé, concevoir en *M*, la petite maſſe $\frac{E^2 dm}{h^2}$; & ſi on integre, on aura $\frac{\int E^2 dm}{h^2}$ pour la maſſe totale qui feroit en *M* la même réſiſtance au mouvement que tout le ſolide. D'un autre côté la pouſſée de l'eau eſt toujours connue, elle eſt égale à la peſanteur du corps flottant que nous nommerons *P*. Cette lettre *P* déſignera la peſanteur de ce corps, ſi nous déſignons par *dm* la peſanteur de ſes petites parties ; mais ſi nous prenons *P* pour le

Figure 64. volume d'eau dont le corps flottant occupe la place, nous réduirons également les petites maſſes dm à des volumes d'eau équivalents. Après cela tout ſera connu dans le pendule que forme le corps flottant. Sa longueur GM eſt la hauteur du métacentre M au deſſus du centre de gravité G, & nous l'avons déſignée par h; la maſſe totale à mouvoir eſt $\frac{\int E^2 dm}{h^2}$, & la force qui agite cette maſſe eſt P. Il n'eſt plus queſtion que de réduire ce pendule à un autre qui ſoit ſimple & dont les oſcillations ſoient de même durée.

S'il ſe trouvoit par haſard que $\int \frac{E^2 dm}{h^2}$ fût égale à la peſanteur P, comme cela peut arriver quelquefois, il eſt bien évident que les oſcillations du corps flottant s'accorderoient parfaitement avec celles d'un pendule ſimple de même longueur que la hauteur h du métacentre au deſſus du centre de gravité. Car il y auroit alors exactement le même rapport pour le corps flottant que pour le pendule ſimple entre la maſſe à mouvoir & la force qui produit le mouvement. Mais ſi la maſſe à mouvoir eſt beaucoup plus grande ou plus petite, nous trouverons cette différence de rapport dans un pendule plus long ou plus court dont nous augmenterons ou racourcirons la longueur z, en même raiſon que $\int \frac{E^2 dm}{h^2}$ ſera plus grande ou plus petite que P. Ainſi nous ferons cette analogie $P : \int \frac{E^2 dm}{h^2} :: h : z = \frac{\int E^2 dm}{hP}$; & nous aurons en termes parfaitement connus, $\frac{\int E^2 dm}{hP}$ pour la longueur z du pendule ſimple dont les oſcillations s'accordent avec celles du corps flottant.

On voit que, pour trouver cette longueur, il faut multiplier la peſanteur dm de chaque partie du corps flottant par le quarré de ſa diſtance E au centre de gravité commun G, ou plutôt à l'axe horiſontal qu'on

concevra passer par ce centre : faisant ensuite une somme de ces produits, on la divisera par la pesanteur totale P, multipliée par la hauteur h du métacentre au dessus du centre de gravité actuel du solide ; & il viendra au quotient la longueur du pendule qu'on vouloit découvrir. Figure 64.

CHAPITRE VIII.

Remarques générales sur la méthode précédente, avec l'application de cette méthode à un Navire qui auroit la forme d'un Ellipsoïde.

I.

SI le corps est hétérogene & formé de parties de pesanteur très-différentes, comme cela se trouve dans tous les Navires, il faudra entrer dans un grand détail pour faire le calcul que nous venons d'indiquer. Il sera sur-tout penible de trouver la valeur de $\int E^2 dm$, quoiqu'il suffise de faire l'opération pour une des moitiés du Navire, & de doubler le résultat, lorsqu'il s'agit des balancements qui se font dans le sens de la largeur.

Si le corps flottant peut se considérer comme homogene, le Calcul Intégral donnera beaucoup plus aisément la valeur de $\int E^2 dm$, & pour faciliter l'opération, on peut imaginer que ce corps n'a pas d'abord pour centre de rotation son centre de gravité, mais qu'il tourne sur une de ses extrêmités ou sur un axe horisontal qui y passe. On trouvera alors pour $\int E^2 dm$ une valeur trop grande, car le moment du mouvement & le mouvement même ne sont jamais moindres que lorsque le corps tourne sur son centre

de gravité. Il ſera donc queſtion enſuite de déterminer l'excès du moment & de le retrancher. Cet excès eſt, comme nous l'avons démontré dans le ſecond livre du Traité du Navire, égal au produit de la maſſe totale du corps multipliée par le quarré de la diſtance du centre de gravité au point ou plutôt à l'axe autour duquel ſe fait le mouvement. *

* *Voyez pag. 340 du Traité du Navire.*

Ainſi, après qu'on aura conçu un axe horiſontal qui paſſe à une certaine diſtance du centre de gravité du corps flottant, & qu'on aura multiplié chaque partie élementaire dm de ſa maſſe par le quarré de ſa diſtance à cet axe, on employera le Calcul Intégral pour trouver tout d'un coup la ſomme de tous ces produits ou moments élementaires. Cette ſomme ou intégrale ſera trop grande, parce que le corps ne tourne pas effectivement ſur cet axe éloigné. Mais il n'y aura conformément au théorême que nous venons de rapporter, qu'à retrancher de ce moment le produit de la maſſe totale M ou de la peſanteur P par le quarré de la diſtance de ſon centre de gravité à l'axe qu'on a imaginé; & on aura le moment exact du mouvement ou de la difficulté que fait le corps à tourner autour de ſon centre de gravité.

Il eſt ſouvent avantageux de rapprocher nos connoiſſances les unes des autres. Si on ſe rapelle la méthode que nous avons indiquée vers la fin de la ſeconde Section, pour avoir le point de percuſſion lorſque le centre de rotation d'un corps eſt donné, on verra que le produit de toutes les parties d'un corps $PEQB$ (*fig.* 62) par les quarrés de leurs diſtances particulieres au point Q pris pour centre de rotation eſt égal au produit de toute la maſſe du corps multipliée par la diſtance CQ de ſon centre de gravité C au centre de rotation Q & par la diſtance OQ du point de percuſſion O au même centre de rotation. Nous aurons donc $P \times QC \times QO$ pour la valeur de $\int E^2 dm$ lorſque le

Figure 62.

mouvement se fait autour du point Q. Mais comme nous voulons avoir cette valeur, pour le mouvement qui se fait autour du centre de gravité C, il faut du produit précédent, ôter $P \times QC^2$, ce qui nous donne $P \times QC \times QO - P \times QC^2$ ou $P \times QC \times \overline{QO - QC} = P \times QC \times CO$ pour la valeur de $\int E^2 dm$, lorsque le corps tourne réellement autour de son centre de gravité C. Figure 62.

Nous avons donc ce théorême nouveau qui peut se trouver très-utile : *Le moment du mouvement ou de la difficulté que fait un corps à tourner sur son centre de gravité* C, *est toujours égal au produit de sa masse* P *multipliée par la distance* A C *de son centre de gravité* C *à un point extérieur considéré comme centre de rotation, & par la distance* CO *de son centre de gravité au point de percussion* O *correspondant du centre feint de rotation.* Les Méchaniciens connoissent les centres de rotation & les points de percussion sous divers noms, & en marquent différentes particularités : nous n'avons qu'à profiter de toutes ces diverses connoissances. Nous avons vu aussi que ces deux points ont des propriétés réciproques, & qu'en quelque endroit qu'on suppose le centre de rotation, le point de percussion, ou le point par lequel il faut que le corps soit frappé est toujours situé de l'autre côté du centre de gravité, & que ces deux distances multipliées l'une par l'autre forment un produit constant. C'est ce produit qu'il faut, conformément au théorême que nous venons d'établir, multiplier par la masse du corps ou par sa pesanteur P pour avoir le moment $\int E^2 dm$ de son mouvement autour de son centre de gravité.

II.

PRENONS pour exemple un corps qui soit, non pas un simple sphéroïde elliptique, mais un ellipsoïde dont les trois axes soient inégaux. Nous désignerons par a sa demi-longueur QC, par b sa demi-largeur

Figure 62. CE ou CF, & par c le demi-axe vertical CB. Si on prend le point Q pour centre de rotation, ou si on imagine une ligne horizontale parallele à EF & qui paſſe par Q, & qu'on veuille que le corps tourne ſur cette ligne, il faut le frapper ou le pouſſer par le point O qui eſt éloigné de l'autre côté du centre de gravité C de la diſtance $CO = \frac{1}{5}a + \frac{c^2}{5a}$. Nous multiplierons, conformément au ſecond théorême cette diſtance CO par CQ, & il nous viendra le produit $\frac{1}{5}a^2 + \frac{1}{5}c^2$ qu'il ne reſte qu'à multiplier par la maſſe du ſolide pour avoir le moment de ſon mouvement lorſqu'il ſe meut réellement autour de ſon centre de gravité C.

Le produit $\frac{1}{5}a^2 + \frac{1}{5}c^2$ aura la même forme généralement pour tous les corps imaginables : il n'y aura que les deux fractions ou les deux coéficients qui ſeront différents. Au reſte, en multipliant ce produit par la ſolidité de tout l'ellipſoïde, nous aurons le moment du mouvement de tout le corps; mais ſi nous multiplions ce produit par la ſeule ſolidité P du demi-ellipſoïde, nous aurons le moment du mouvement de ce demi-ellipſoïde, mais toujours autour de C qui ne ſera pas ſon centre de gravité. Le moment $P \times \overline{\frac{1}{5}a^2 + \frac{1}{5}c^2}$ ſera donc trop grand, & pour avoir la quantité dont il faut le diminuer, nous n'avons, ſelon le premier théorême, qu'à multiplier la maſſe du demi-ellipſoïde par le quarré de la diſtance du point C à ſon centre de gravité particulier r. La quantité Cr eſt de $\frac{3}{8}c$ ou les trois huitiemes de CB, lorſque le corps eſt un demi-ellipſoïde. Ainſi nous aurons $P \times \overline{\frac{1}{5}a^2 + \frac{1}{5}c^2 - \frac{9}{64}c^2}$ $= P \times \overline{\frac{1}{5}a^2 + \frac{19}{320}c^2}$ pour la valeur exacte de $\int E^2 dm$ ou pour le moment du mouvement lorſque le corps tourne autour d'un axe qui paſſe par le centre de gravité r & qui eſt parallele à EF.

Nous avons de même $P \times \overline{\frac{1}{7}b^2 + \frac{19}{320}c^2}$ pour le moment du mouvement, lorſque le corps tourne dans le ſens de la largeur, ou autour d'un axe qui paſſant par le centre r eſt parallele à QP. Ce moment eſt beaucoup plus petit que l'autre, & la raiſon en eſt bien ſenſible. Dans le premier cas ou lorſque le ſolide tourne ſur un axe parallele à EF, les extrêmités du corps prennent beaucoup de mouvement ; elles réſiſtent beaucoup à le prendre, & cette réſiſtance ſe trouve appliquée à un bras de levier très-long. Figure 62.

Tous les lecteurs voyent bien par quels motifs nous cherchons ces diverſes valeurs de $\int E^2 dm$ par rapport à deux axes différents. Lorſque les balancements ſe font d'un flanc à l'autre, ce qui n'arrive guere que lorſqu'on a le vent en poupe, on a $P \times \overline{\frac{1}{7}b^2 + \frac{19}{320}c^2}$ pour la valeur de $\int E^2 dm$. Mais lorſque le vent n'eſt pas favorable, & qu'il pouſſe les vagues contre la proue qui s'éleve & qui retombe enſuite avec force, les balancements qui prennent alors le nom de *tangage* ſe font dans le ſens de la longueur du Vaiſſeau, & on a dans ce cas $P \times \overline{\frac{1}{7}a^2 + \frac{19}{320}c^2}$ pour le moment du mouvement, qui eſt d'autant plus grand par rapport à l'autre que le Navire eſt beaucoup plus long que large.

Enfin, conformément à la formule $z = \int \frac{E^2 dm}{hP}$, il faut diviſer les valeurs précédentes par celle de hP qui n'eſt pas la même dans le roulis que dans le tangage, à cauſe de la diverſe hauteur h du métacentre ; ce point étant beaucoup plus élevé lorſqu'il s'agit des inclinaiſons qui ſe font dans le ſens de la longueur, que dans les inclinaiſons qui ſe font ſelon la largeur. Dans le roulis le métacentre ſeroit en C ſi la carene étoit un demi-ſphéroïde, ou ſi toutes les coupes verticales faites perpendiculairement à ſa longueur étoient des demi-cercles ; mais comme elles ſont ici des ellipſes, le

Figure 62. métacentre eſt élevé de la hauteur $\frac{3b^2}{8c}$ au deſſus du centre de gravité r de la carene ; au lieu que pour les inclinaiſons qui ſe font ſelon la longueur du Navire la hauteur du métacentre eſt $\frac{3a^2}{8c}$.

Ces recherches étant achevées, nous pouvons ſatisfaire à tout ce qu'exige notre formule générale $z = \frac{\int E^2 dm}{hP}$. Nous aurons $z = \frac{\frac{1}{5}b^2 + \frac{19}{120}c^2 \times P}{\frac{3b^2}{8c} \times P}$ ou $z = \frac{8}{15}c + \frac{19c^2}{120b^2}$ pour la longueur du pendule ſinchrone dans le roulis ou dans les balancements qui ſe font d'un flanc à l'autre ; & $z = \frac{8}{15}c + \frac{19c^2}{120a^2}$ pour ceux du tangage ou pour les balancements qui ſe font de la proue à la poupe & de la poupe à la proue. On voit que cette ſeconde longueur eſt toujours beaucoup plus petite que l'autre ; qu'ainſi les balancements ſelon la longueur ſont toujours plus vifs que ceux qui ſe font d'un flanc à l'autre ; & la même choſe eſt confirmée par une expérience continuelle. S'il étoit même poſſible de rendre le ſolide *QBEFP* infiniment long, le pendule ſimple dont les oſcillations s'accorderoient avec celles du corps flottant dans le tangage, ſe réduiroit à $z = \frac{8}{15}c$: on n'auroit preſque pour ſa longueur que la moitié de la profondeur *CF* de la carene. Le pendule ſinchrone, au contraire, pour les balancements d'un flanc à l'autre ou pour le mouvement du roulis conſerveroit alors ſa même longueur $z = \frac{8}{15}c + \frac{19c^2}{120b^2}$.

Le demi-ſphéroïde repréſentera un très-grand nombre de Navires, ſi en rendant *b* le tiers ou le quart de *a*, on fait *c* à peu près égale à *b*. Nous ſuppoſerons $c = b = \frac{1}{4}a$; c'eſt-à-dire, que nous prendrons un ſphéroïde elliptique à la place de l'ellipſoïde, & nous le rendrons

le rendrons quatre fois plus long que large. Nous aurons enſuite $z = \frac{81}{120} c$ pour le pendule ſimple dont les oſcillations marquent par leur durée les balancements du roulis, & $z = \frac{1043}{1920} c$ ſera le pendule ſimple dont les oſcillations s'accorderont avec les balancements du tangage. Si nous ajoutons aux ſuppoſitions que nous venons de faire, que le Navire a 80 pieds de longueur, les balancements du roulis ſeront égaux en temps aux oſcillations d'un pendule de $6\frac{11}{12}$ pieds de longueur. Ainſi le Navire mettra un peu moins d'une ſeconde & demie à tomber d'un côté ſur l'autre. Mais les balancements du tangage ſeront encore un peu plus vifs, ils répondront à ceux d'un pendule qui n'aura que $5\frac{81}{192}$ pieds de longueur. Figure 62.

Il ne faut pas omettre de remarquer que la maniere dont nos Navires ſont équipés, apporte beaucoup d'augmentation à la longueur de ces deux pendules. La mâture, quoiqu'elle ne peſe pas extraordinairement, prend beaucoup de mouvement dans les balancements du Navire, elle réſiſte beaucoup en le prenant, & elle fait augmenter très-conſidérablement le moment $\int E^2 dm$. Les Vaiſſeaux ont outre cela de l'artillerie, ils ont pluſieurs ponts, beaucoup d'œuvres qu'on nomme *mortes*; tous ces poids contribuent à augmenter le même effet, ou à diminuer la promptitude des oſcillations.

Au ſurplus, la plupart des cauſes qui rendent les balancements du roulis plus lents, moderent beaucoup plus ces balancements que ceux du tangage. Si le Navire plus chargé par les parties ſupérieures a ſon centre de gravité à la hauteur f au deſſus du centre de gravité de ſa carene ſuppoſée homogene, la hauteur du métacentre au deſſus du centre de gravité du Navire ou au deſſus du centre autour duquel le Navire fait ſes balancements ne ſera plus $\frac{3b^2}{8c}$ mais $\frac{3b^2}{8c} - f$. Ainſi

Figure 62.

le pendule ſinchrone ſera $z = \frac{\frac{1}{5}b^2 + \frac{19}{320}c^2}{\frac{3b^2}{8c} - f}$, & pour peu que f ſoit conſidérable, la longueur du pendule z en ſera extrêmement augmentée. En ſuppoſant le Navire un demi-ſphéroïde & f de 3 pieds $3\frac{1}{8}$ pouces. La hauteur du métacentre au deſſus du centre de gravité, au lieu d'être de 3 pieds 9 pouces, ne ſera plus que de $5\frac{1}{8}$ pouces; elle ſera huit fois plus petite. Ainſi en ſuppoſant que la valeur de $\int E^2 dm$ ne ſouffre aucun changement, le pendule ſinchrone ſera huit fois plus long, il ſera de $55\frac{1}{3}$ pieds & les balancements du roulis ſeront enſuite de preſque $4\frac{1}{2}$ ſecondes.

Quant aux balancements du tangage la même cauſe ne changera pas ſenſiblement leur durée, parce que l'élévation du métacentre au deſſus du centre de gravité du Navire qui eſt fort grande reſte toujours à peu près la même. Ce point eſt élevé de 60 pieds au deſſus du centre de gravité de la partie ſubmergée, & ſi on en retranche 3 pieds $3\frac{1}{8}$ pouces, il reſte encore plus de 56 pieds pour la valeur de h. On voit donc que le pendule ſinchrone $z = \frac{\frac{1}{5}a^2 + \frac{19}{320}c^2}{\frac{3a^2}{8c} - f}$ pour les balancements qui ſe font de la proue à la poupe & de la poupe à la proue, n'augmente preſque pas de longueur.

CHAPITRE IX.

Des moyens de rendre plus lents les balancements du Navire dans le roulis & dans le tangage.

I.

LA formule générale que nous avons trouvée dans le Chapitre VII. pour la longueur des pendules dont les oſcillations s'accordent avec celles du Navire, nous donne lieu de faire un grand nombre d'autres remarques & nous fournit divers moyens de modérer la vivacité des balancements du Navire. Nous n'inſiſterons guere ici ſur ceux qui dépendent de la figure de la carene, parce qu'ils ſont en quelque maniere étrangers à notre ſujet, & qu'ils ne ſont pas en la diſpoſition du navigateur ; cependant nous en dirons ici quelque choſe.

La figure ronde de la carene, dans le ſens perpendiculaire à ſa longueur, lui donne la liberté de faire de grands balancements dans le roulis ſans déplacer beaucoup d'eau. Les oſcillations peuvent ſe perpétuer plus long-temps ; elles ſont plus grandes, & par la même raiſon qu'elles ſont plus grandes, elles ſont plus vives, puiſqu'elles s'exécutent dans le même temps ; quoiqu'elles ſoient d'une plus grande étendue.

Il ſuit de-là qu'outre les autres raiſons qu'on a de ne pas faire les Navires trop ronds, on doit y être encore attentif, afin que le Navire ſoit ſujet à de moindres oſcillations dans le roulis. La réſiſtance que la quille trouve de la part de l'eau, doit contribuer beaucoup à modérer ce mouvement ; & cette réſiſ-

tance utile eſt augmentée encore par celle qu'éprouvent ces parties de la carene qui n'augmentent en rien ſa capacité vers l'avant & vers l'arriere, mais qui frappent l'eau en la déplaçant lorſque le Navire s'incline alternativement vers l'un & vers l'autre flanc.

Le Navire ne peut pas tanguer ſans mouvoir auſſi beaucoup d'eau, & on peut conſidérer cette eau comme ſi elle augmentoit la maſſe de la carene ou qu'elle y fût jointe. Lorſque le Navire *AB* (*fig. 66.*) s'incline vers la proue, une quantité conſidérable d'eau qui eſt ſous ſa carene doit ſe retirer de la proue vers la poupe, & c'eſt tout le contraire lorſqu'il ſe fait un balancement dans l'autre ſens. Il ſuit de-là que le numérateur & le dénominateur de l'expreſſion $z = \frac{\int E^2 dm}{hP}$ ſont réellement plus grands que ſi le Navire ſeul recevoit du mouvement. Il faut dans le moment total $\int E^2 dm$ introduire celui du mouvement que reçoit l'eau *EFH*, laquelle forme comme une même maſſe avec le Navire. En ſecond lieu la maſſe ou peſanteur *P* eſt un peu plus grande, & le Navire doit tourner ſur un point qui ſera ſitué un peu au deſſous de ſon centre de gravité particulier.

Figure 66.

Mais comme ces changements ſont peu conſidérables, ſur-tout le dernier qui tombe ſur la hauteur *h* du métacentre, le numérateur $\int E^2 dm$ augmentera ordinairement dans un plus grand rapport que le dénominateur *hP*. Ainſi la longueur *z* du pendule ſinchrone ſera preſque toujours réellement augmentée & les oſcillations du tangage ſeront par conſéquent un peu moins vives par la réſiſtance que fait l'eau à recevoir du mouvement. Au reſte, il n'y a que l'expérience qui puiſſe nous apprendre juſqu'à quelle profondeur les balancements du Navire ſe communiquent dans l'eau, & on juge aſſez que cette profondeur doit être différente, non-ſeulement ſelon la grandeur des

Vaiſſeaux, mais encore ſelon leurs diverſes figures. Figure 66. Lorſqu'ils ont une forme tranchante par leurs deux extrêmités & en deſſous de leur carene, l'eau eſt moins frappée, & elle peut ſe ſouſtraire aux coups avec plus de facilité; ce qui eſt cauſe qu'elle met moins d'obſtacle à la promptitude des oſcillations du tangage.

II.

De la diſtribution des parties legeres & peſantes de la charge par rapport aux mouvements du tangage & du roulis.

Nous croyons devoir nous occuper ici davantage des moyens qu'a preſque toujours le navigateur de tempérer la vivacité des balancements de ſon Vaiſſeau. Il peut tranſporter vers le milieu de la carene les parties les plus legeres de la charge & éloigner de ce même milieu toutes les parties peſantes. Cette tranſpoſition ſera cauſe que ces dernieres parties prendront beaucoup plus de mouvement dans les balancements du Navire; elles réſiſteront beaucoup davantage par leur inertie, & plus le moment de cette réſiſtance ſera grand, plus le pendule, dont les oſcillations s'accordent avec les mouvements du Navire, acquerra de longueur, & plus le Navire employera de temps dans chaque balancement.

La tranſpoſition dont nous parlons, peut ſe faire ſans apporter aucun changement au centre de gravité du Navire ni à ſa ſtabilité. Le pendule ſinchrone $z = \frac{\int E^2 dm}{hP}$, ne deviendra plus long, ſi on veut, que par la ſeule augmentation du numérateur $\int E^2 dm$. Certaines parties très-peſantes de la charge étoient, par exemple, placées dans la carene à très-peu de diſtance du centre de gravité commun, elles étoient en $R1$ &

Figure 66. $R1$ (*fig. 66*); on les éloigne de part & d'autre ſur la même ligne horiſontale, & on les met en $R2$ & $R2$, à trois ou quatre fois plus de diſtance de ce centre; elles contribueront enſuite neuf fois ou ſeize fois plûs à augmenter le moment $\int E^2 dm$ du mouvement que prend le Navire dans ſes balancements. Ainſi ſuppoſé que la maſſe tranſpoſée ſoit un peu conſidérable & qu'on la porte aſſez loin du centre G, on produira un changement très-ſenſible dans les balancements du roulis ou du tangage quant à leur promptitude.

Nous pouvons encore produire le même effet d'une autre maniere. Au lieu de travailler à augmenter la longueur du pendule ſinchrone par l'augmentation du numérateur de ſon expreſſion $\frac{\int E^2 dm}{hP}$, nous pouvons l'augmenter principalement par la diminution du dénominateur hP. Nous n'avons pour cela qu'à porter dans la cale les parties les plus peſantes de la charge un peu plus haut; ce changement peut ſe faire ſans riſque juſqu'à un certain point; la ſtabilité hP du Navire ſera un peu moindre; la pouſſée verticale de l'eau fera moins d'effort pour faire revenir à ſa ſituation horiſontale le Navire incliné, & les balancements ſe feront par conſéquent avec plus de lenteur. Ce ſecond expédient a ſon degré de bonté; mais il ne vaut pas le premier. Lorſqu'on diminue la ſtabilité du Navire, on perd dans le même rapport de la force avec laquelle on ſoutenoit la voile. Outre cela la longueur du pendule ſinchrone n'augmente pas dans le même rapport qu'on fait diminuer la ſtabilité; car il ſe fait néceſſairement un changement dans le centre de gravité du Navire, ce qui apporte quelque altération au moment même $\int E^2 dm$.

III.

Trouver le changement qu'apporte à la durée des oſcillations du Navire la tranſpoſition de quelques-unes de ſes parties.

IL eſt très-facile d'évaluer tous ces changements & d'en prévoir les effets. Je ſuppoſe qu'on a déja obſervé le temps qu'un Navire employe à faire chacun de ſes balancements de roulis ou de tangage. Nous nous fixerons ici aux ſeconds ; mais c'eſt la même choſe pour les uns que pour les autres. On ſait donc la longueur du pendule ſinchrone z; on connoît auſſi la ſtabilité du Navire, on l'a trouvée par l'expérience ou par quelqu'autre moyen. Ainſi dans l'équation $z = \frac{\int E^2 dm}{hP}$, tout eſt connu ; nous aurons zhP pour le moment $\int E^2 dm$ du mouvement du Navire. Cela ſuppoſé nous demandons l'effet que produira la tranſpoſition d'un poids p qui étoit en $R1$ & $R1$ (*fig. 66.*) Figure 66. & que nous nous propoſons de porter plus haut de la quantité f, en le mettant en $R3$ & $R3$.

La ſtabilité du Navire ſera enſuite moindre ; au lieu d'être hP, elle ſera $hP - fp$; & il faut donc ſubſtituer cette derniere quantité à la place de hP dans notre formule $z = \frac{\int E^2 dm}{hP}$, pour avoir la nouvelle longueur du pendule ſinchrone qui s'accordera avec les balancements du Navire. Mais le numérateur $\int E^2 dm$, recevra auſſi du changement : le poids p a été tranſporté à une plus grande diſtance du centre de gravité G; & pour avoir l'augmentation que produit ce tranſport, il faut multiplier ce poids p par l'excès du quarré de la nouvelle diſtance $R3\,G$ ſur

Figure 66. celui de la premiere distance $R\,1\,G$. Nous aurions par conséquent $\int E^2\,dm + \overline{(R\,3\,G)^2 - (R\,1\,G)^2} \times p$ pour la nouvelle valeur du moment total du mouvement, si le Navire tournoit toujours sur le point G. Mais le transport du poids p à la nouvelle hauteur f, fait monter nécessairement le centre de gravité du Navire, de G en $G\,1$, & il faut examiner à part ce changement.

Le moment total de la pesanteur du Navire, par rapport à son métacentre ou par rapport à tout autre point suffisamment élevé, diminue de fp; & si on divise cette différence de moment par la pesanteur totale P du Vaisseau qui est ici toujours la même, puisqu'il ne s'agit que de la transposition de quelques poids & non pas de leur addition, il viendra $\frac{fp}{P}$ pour la petite quantité $GG\,1$ dont le centre de gravité G s'est élevé ou approché du métacentre. Ainsi le moment du mouvement ne doit plus être exprimé par $\int E^2\,dm + \overline{(R\,3\,G)^2 - (R\,1\,G)^2} \times p$. Cette expression seroit exacte si le mouvement se faisoit autour du premier centre de gravité G; mais comme il se fait autour du second $G\,1$, il doit être moindre du produit de la pesanteur totale P par le quarré de $GG\,1 = \frac{fp}{P}$.

Nous aurons donc $\int E^2\,dm + \overline{(R\,3\,G)^2 - (R\,1\,G)^2} \times p - \frac{f^2p^2}{P}$ pour le moment du mouvement tout réduit ou $zhP + \overline{(R\,3\,G)^2 - (R\,1\,G)^2} \times p - \frac{f^2p^2}{P}$, en mettant zhP à la place de $\int E^2\,dm$; & il nous viendra $\frac{zhP + \overline{(R\,3\,G)^2 - (R\,1\,G)^2} \times p - \frac{f^2p^2}{P}}{hP - fp}$ pour la longueur du nouveau pendule sinchrone, celui dont les oscillations s'accorderont avec les balancements du Navire après la transposition faite du poids p. Cette expression

expreſſion ne contient que des grandeurs connues. D'ailleurs il ſuffira, quand on le voudra, de faire, ſur les grandeurs particulieres & données, les opérations que nous venons de faire d'une maniere générale.

I V.

Trouver tous les points du Navire où on peut tranſpoſer un poids ſans changer la promptitude des balancements du roulis ou du tangage.

Il ſe préſente, au ſujet des recherches précédentes, un problême aſſez curieux à reſoudre, qui doit avoir ſon utilité. On peut demander en quels endroits du Navire on doit mettre un poids pour qu'il produiſe toujours le même effet par rapport aux mouvements du roulis ou du tangage. On prend un poids p en R (*fig.* 67.) & on veut déterminer tous les points $R1$ & $R1$, ou $R2$ & $R2$, &c. où on peut mettre chaque moitié de ce poids, en conſervant au pendule ſynchrone préciſément ſa même longueur. Nous nous ſervirons toujours de P pour marquer la peſanteur totale du Navire ou ſa maſſe, parce qu'on peut exprimer l'une & l'autre par le volume d'eau dont la carene occupe la place. Nous continuerons auſſi à nommer h la hauteur du métacentre M au deſſus du centre de gravité G, nous déſignerons GR par b, c'eſt la premiere hauteur du poids p au deſſus du centre de gravité. Nous tranſportons, comme nous l'avons dit, les deux moitiés de ce poids en $R1$ & $R1$ ou en $R2$ & $R2$, & nous nommons x la quantité variable RL dont on porte ces deux moitiés plus bas, & y marquera leur diſtance $LR1$, $LR1$ à la verticale BM. Figure 67.

Le poids p étant tranſporté plus bas de la quantité

Figure 67. x, la ſtabilité du Navire en eſt augmentée, elle n'eſt plus ſimplement hP, mais $hP+px$. Tel eſt le nouveau dénominateur qu'il faut introduire dans l'expreſſion générale de $z=\frac{\int E^2 dm}{hP}$. Outre cela lorſque le poids p étoit en R, à la hauteur $GR=b$ au deſſus du centre de gravité, il contribuoit de tout le produit b^2p dans le moment total $\int E^2 dm$, & puiſque nous retirons ce poids du point R; ce premier changement nous donneroit $\int E^2 dm - b^2p$ pour le moment total du mouvement, ſi nous n'ajoutions ſur le champ les deux moitiés de ce poids en $R1$ & $R1$. Placées en ces nouveaux endroits, elles ſont éloignées du centre G de la diſtance $GR1=\sqrt{b^2-2bx+x^2+y^2}$; ainſi elles ajoutent au moment total le moment particulier $\overline{b^2-2bx+x^2+y^2}\times p$, & nous aurions $\int E^2 dm - b^2p + b^2p - 2bpx + px^2 + py^2$ pour la valeur exacte du moment du mouvement, s'il n'y avoit encore un autre changement à conſidérer, celui que ſouffre le centre de gravité G.

La deſcente du poids p mis plus bas de la quantité x fait deſcendre le centre de gravité G de la quantité $\frac{px}{P}$. Or ce dernier changement produit une diminution $\frac{p^2x^2}{P}$ dans l'expreſſion du moment total; & après avoir eu égard à tout, nous aurons donc; $\int E^2 dm - 2bpx + px^2 + py^2 - \frac{p^2x^2}{P}$ pour ce moment total; & ſi on le diviſe par la ſtabilité $hP+px$; il nous viendra $\frac{\int E^2 dm - 2bpx + px^2 + py - \frac{p^2x^2}{P}}{hP+px}$ pour la nouvelle longueur du pendule ſynchrone.

Cette expreſſion pourra nous ſervir dans une infinité de rencontres. Un poids p étoit à une certaine hauteur b au-deſſus du centre de gravité G du vaiſſeau, & en le partageant en deux parties égales, nous les mettons

plus bas de la quantité x, en les portant chacune vers les deux flancs du Navire ou vers la proue & la poupe de la quantité y ; la formule $\frac{\int E^2 dm - 2bpx + px^2 + py^2 - \frac{p^2x^2}{P}}{hP + px}$, nous donnera la longueur qu'aura le pendule ſynchrone après le changement fait. Tout eſt donné dans cette formule ; car, comme nous l'avons vu ci-devant, $\int E^2 dm = zhP$, & z marque la longueur connue qu'avoit le pendule ſynchrone avant le changement. Figure 67.

Mais nous voulons actuellement que le pendule ſynchrone ait toujours la même longueur, nous voulons que la tranſpoſition du poids p n'y apporte aucune altération. Il faut donc que nous rendions $z = \frac{\int E^2 dm}{hP}$ égale à $\frac{\int E^2 dm - 2bpx + px^2 + py^2 - \frac{p^2x^2}{P}}{hP + px}$. Nous tirerons de cette équation, cette autre, $hP\int E^2 dm - 2bhPpx + hPpx^2 + hPpy^2 - hp^2x^2 = hP\int E^2 dm + px\int E^2 dm$ qu'on réduit, en mettant zhP à la place de $\int E^2 dm$, & en effaçant les termes qui ſe détruiſent, à $\overline{P-p} \times x^2 - 2bPx + Py^2 = zPx$, & à $\frac{P}{P-p} y^2 = \frac{P}{P-p} \times \overline{2b+z} \times x - x^2$.

Cette derniere équation appartient à l'ellipſe, comme le voient tous les Lecteurs qui ont quelque connoiſſance des lieux Géometriques. L'axe vertical de cette ligne courbe eſt égal à $\frac{P}{P-p} \times \overline{2b+z}$, & l'axe horiſontal qui eſt le petit, eſt à l'autre comme $\sqrt{P-p}$ à $\sqrt{p}$ ou comme $\sqrt{P^2-Pp}$ à P. Pour en avoir le centre, nous n'avons toujours qu'à porter au deſſous du centre de gravité G la moitié GF de la longueur z qu'avoit, avant la tranſpoſition, le pendule ſynchrone, & augmenter RF dans le même rapport que P eſt plus grand que $P-p$, & l'extrêmité inferieure de cette ligne ſera le centre requis de l'ellipſe.

Figure 67. La ligne RR_1R_2 eſt une ellipſe lorſque le poids p qu'on tranſpoſe eſt conſidérable ; mais ſi ce poids eſt extrêmement petit par rapport à la peſanteur P de tout le Navire, notre équation ſe réduira à $y^2 = \overline{2b+z} \times x - x^2$, & dans ce cas particulier le lieu de tous les points R, R_1, R_2, &c. deviendra un cercle dont $b+\frac{1}{2}z$ ſera le rayon. Ainſi il n'y aura alors qu'à rendre au deſſous du centre de gravité G la ligne GF égale à la moitié du pendule ſynchrone, & prenant le point F pour centre de tous les cercles concentriques RR_1R_2, rr_1r_2, &c. il ſera indifférent, après avoir ôté le poids p du point ſupérieur R ou r, de le mettre ſur tous les autres points du même cercle, ou même de le diſtribuer en une infinité de parties ſur toute la circonférence. En R_1 & R_1, il produira le même effet qu'en R, & ce ſera encore la même choſe en R_2 & R_2. Mais il ne faut pas le faire paſſer ſur un cercle intérieur. Si on portoit en R_2 le poids p qui étoit en r_1, on rendroit les balancements du Navire plus vifs, car le pendule ſynchrone deviendroit plus court.

Il ſuit de-là, qu'il ne faut pas, dans l'intention de rendre les oſcillations du roulis plus lentes, tranſporter dans la cale, des poids ou des canons, par exemple, qui ſeroient en r_1 : on produiroit un effet tout contraire. Car le point F étant au deſſous de la carene dans tous les Navires ordinaires, on ne pourroit, en ôtant les poids qui ſont en r_1, les mettre en bas que ſur la circonférence de quelque cercle intérieur, & les oſcillations ſeroient enſuite plus promptes. C'eſt ce qu'on a ſouvent expérimenté, & nous en apercevons actuellement la raiſon d'une maniere diſtincte.

CHAPITRE X.

De l'étendue des balancements du Navire, comparée avec leur promptitude.

EN parlant de la promptitude des oſcillations, nous avons toujours entendu la durée plus ou moins courte des oſcillations, & jamais la vîteſſe abſolue avec laquelle elles ſe faiſoient. Cependant une oſcillation lente quant à la durée, produira une très-grande vîteſſe au moins vers le milieu de l'eſpace parcouru, ſi cet eſpace eſt fort grand. On ne gagnera rien, par exemple, à rendre les oſcillations deux ou trois fois plus lentes, ſi les arcs parcourus deviennent cinq ou ſix fois plus grands. Cela n'empêchera pas que la vîteſſe ne ſoit enſuite double ou triple, & cette augmentation de rapidité doit avoir ſes inconvenients. Le Navigateur attentif ſent ce qui le gêne davantage; il remarque ce qu'il y a de trop nuiſible dans les mouvements de ſon vaiſſeau. Mais l'art nautique ne ſera parfait que lorſqu'il fournira des moyens auſſi ſûrs qu'il eſt poſſible d'en trouver, de remédier à chaque défaut.

I.

Il s'agit ici de conſidérer principalement l'étendue des oſcillations, puiſque nous ſommes déja en état de déterminer la longueur du pendule ſynchrone dont les balancements s'accordent avec ceux du Vaiſſeau. Nous aurons pour cela recours à un théorême fort ſimple qui nous ſervira de lemme ou de principe, & dont l'application ſe fera dans le cas préſent avec la plus grande facilité. Si un fluide, dont la vîteſſe eſt extrême, frappe

tout à coup un pendule avec une force capable de le ſoutenir en repos à une certaine diſtance de la ligne verticale, le mouvement que le fluide communiquera au poids ira en accélérant juſqu'à ce point où le pendule pourroit être ſoutenu en repos. Le corps continuera à ſe mouvoir en perdant de ſa vîteſſe, juſqu'à ce que le pendule ſoit parvenu à une diſtance double de la premiere, il reviendra enſuite ſur ſes pas juſqu'à la ligne verticale, où il recommencera une nouvelle oſcillation; & chacun de ces balancements ſera de la même durée que ſi le pendule n'étoit mû que par ſon unique peſanteur, & qu'il oſcillât de part & d'autre de la ligne verticale.

Figure 41. *CP* (*fig.* 41) eſt un pendule dont *C* eſt le point de ſuſpenſion, & *P* eſt le globe ſuſpendu qui eſt expoſé à l'action d'un fluide dont la vîteſſe eſt comme infinie. Cette action ſeroit capable de ſoutenir le pendule à la diſtance *PB* de la ligne verticale, ſi on plaçoit ce pendule dans la ſituation *CB* en l'y tenant quelque temps en repos. Cela ſuppoſé, le fluide fera parcourir au pendule l'arc *PK* double de *PB*. Le pendule étant arrivé en *K* retournera en *P* pour y reprendre un mouvement dans le premier ſens; & toutes ces oſcillations ſeront de même durée que ſi le pendule oſcilloit librement. Il n'importe que le fluide ait plus ou moins de force, lorſque ſa force ſera plus grande; il donnera aux oſcillations une plus grande étendue *PK*; mais il imprimera en même temps au pendule *P* plus de vîteſſe dans le même rapport; & de cette ſorte il n'y aura rien de changé dans la durée des oſcillations.

Ce théorême n'eſt vrai qu'en ſuppoſant que le fluide pouſſe toujours également le mobile *P* ſelon l'arc que décrit ce corps. Alors l'action du fluide & celle de la peſanteur étant réunie, la ligne *CB* eſt la direction compoſée des deux forces; cette ligne marque donc enſuite, pour ainſi dire, la ſituation naturelle

du pendule ; elle devient la ligne verticale, & le point *B* devient le point le plus bas de l'arc. Ainſi le pendule doit oſciller de part & d'autre de ce point & de la ligne *CB* ; mais l'action du fluide ſe faiſant toujours perpendiculairement au fil *CP* ou *CK*, la force de la peſanteur naturelle n'eſt ni augmentée ni diminuée, il n'y a que ſa direction qui ſoit altérée. C'eſt pourquoi la durée des oſcillations eſt toujours la même, pourvu qu'on prenne l'arc parcouru *PK* pour une oſcillation ſimple entiere & non pas pour une demi-oſcillation. Figure 41.

Si le pendule, lorſqu'il eſt frappé par le fluide, ſe trouve en *p* ſans avoir encore pris de mouvement, il ira vers *B* en augmentant ſa viteſſe juſqu'à ce point. Sa viteſſe ira enſuite en diminuant juſqu'en *k* qui ſera autant éloigné du point *B* qu'en étoit éloigné le point *p* de l'autre côté, & les oſcillations de *p* en *k*, & de *k* en *p* ſeront encore iſochrones & de même durée que les précédentes. En effet, ce pendule eſt exactement dans le même cas qu'un pendule ordinaire de même longueur, avec cette ſeule différence que la direction de la force qui tient lieu de peſanteur & qui cauſe les vibrations, tombe ſur *CB* & ſur les paralleles à cette ligne.

II.

Nous pouvons maintenant appliquer d'une maniere très-naturelle ce lemme au mouvement du Navire qui eſt frappé par une vague. Le Vaiſſeau de la figure 68 eſt frappé aux environs de la flottaiſon ou préciſément au point *D*. Comme le choc ſe fait au deſſus du centre de gravité *G*, & que ſa direction *DZ* paſſe au deſſus de ce point, le Navire, en s'inclinant, tournera ſur un centre de rotation qui ſera ſitué plus bas. Le centre de gravité *G* cédera un peu en même temps au choc de la vague ; mais comme nous n'avons beſoin de conſidérer ici que la ſeule inclinaiſon du Navire, nous ne ſommes Figure 68.

Figure 68. point obligés d'avoir égard à la vîteſſe que prend horiſontalement le centre de gravité *G*, vîteſſe au ſurplus qui doit être très-petite, & qui ne peut diminuer que très-peu celle avec laquelle la vague continue à agir contre le flanc du Navire.

Nous regardons donc le mouvement de rotation, comme s'il ſe faiſoit uniquement autour du centre de gravité *G*. Or ſi la vague a aſſez de force pour entretenir le Navire dans une inclinaiſon de quatre ou cinq degrés, en le ſuppoſant retenu par ſon centre de gravité, l'action de cette vague par ſa continuité produira une inclinaiſon de 8 ou 10 degrés; mais il n'y aura que la grandeur de cette inclinaiſon qui dépendra de la force de la vague: car quant à la durée de l'oſcillation elle ſera la même que dans les cas où le Navire eſt ſujet à un roulis parfaitement libre.

La même choſe doit arriver à un Navire dans le
Figure 66. tangage. Le Navire de la figure 66 fait, par exemple, ſes balancements ordinaires ſelon ſa longueur en 2 ſecondes, & ſa proue eſt frappée avec force par une vague qui ſeroit capable, dans le repos du Navire, de la ſoutenir à trois ou quatre pieds de hauteur. Il faut regarder cette ſituation inclinée du Navire vers la poupe, comme la ſituation naturelle, pendant l'action de la vague que nous ſuppoſons agir avec une force conſtante. Ainſi la proue au lieu de ne s'élever que de 3 ou 4 pieds, s'élevera de 6 ou de 8, mais il ne faudra toujours que 2 ſecondes pour ce mouvement. La vîteſſe que prend chaque point du Navire eſt par conſequent proportionnelle à tout l'eſpace parcouru, & pourvu que toutes les autres circonſtances reſtent les mêmes, ces vîteſſes ſeront proportionnelles à la force de la vague.

Il eſt vrai que la vague ceſſe bien-tôt d'agir, & qu'elle ne frappe que par repriſes. Si cette ceſſation arrive lorſque la proue étoit parvenue à ſa plus grande hauteur, la proue

la proue ne mettra qu'une ſeule ſeconde à parcourir en deſcendant tout le chemin qu'elle avoit fait en montant: car le retour à la ſituation horiſontale ne ſera alors qu'une demi oſcillation. Ainſi la vîteſſe de la chûte ſera préciſément double de celle du premier mouvement ; & on voit bien qu'il doit s'introduire beaucoup d'irregularités entre ces vîteſſes ſelon que les intervalles entre les vagues s'accordent ou ne s'accordent pas avec la durée naturelle des oſcillations du Navire, ou ſelon que la proue eſt frappée au commencement ou au milieu d'un balancement.

Il n'y a pas ordinairement un accord parfait entre les chocs des vagues & les balancements du Navire ; cela eſt cauſe que les vagues qui ſuccédent aux premieres troublent les balancements que celles-ci avoient excités, & que les oſcillations deviennent irrégulieres & moins grandes. Mais le Navire peut paſſer dans d'autres mers ou naviguer dans des temps où l'intervalle entre le choc des vagues ſera différent. Si cet intervalle ſe trouve un multiple exact de la durée des balancements naturels du tangage, les oſcillations deviendront alors les plus grandes qu'il ſera poſſible, & elles ſeront parfaitement régulieres. Il arrivera encore quelque choſe de ſemblable ſi les intervalles entre les chocs, ſans être des multiples exacts de la durée des oſcillations du Navire, ont avec elle un rapport qui puiſſe être exprimé par de très-petits nombres ou qui marque quelque eſpece de conſonnance.

CHAPITRE XI.

Du changement que cauſe à l'étendue des balancements du Navire, la tranſpoſition de quelques parties de ſa charge.

I.

IL n'eſt pas difficile de marquer l'effet que doit produire la tranſpoſition de quelques parties de la charge, à l'égard de l'étendue des oſcillations du Navire. S'il s'agit du tangage, le Navire tendra toujours à reprendre ſon niveau ſenſiblement avec la même force; c'eſt une remarque que nous avons déja eu occaſion de faire. Qu'on tranſporte dans la figure *66* les parties *R*1, R1, en *R*2, *R*2 ou en *R*3, *R*3, le métacentre qui eſt fort élevé par rapport aux balancements qui ſe font ſelon la longueur du Navire, aura toujours ſenſiblement la même hauteur au-deſſus du centre de gravité *G*. La pouſſée de l'eau ſera la même, puiſque la peſanteur du Navire ne reçoit aucun changement, & que la diverſe diſtribution de la charge n'empêche pas que la carene n'ait toujours la même partie ſubmergée.

Le choc des vagues ſur la proue agira auſſi toujours de la même maniere: il ne produira toujours d'effet ſenſible que par la partie qui s'exerce dans le ſens vertical, & cet effort relatif aura toujours pour bras de levier la moitié de la longueur du Vaiſſeau. Ainſi de quelque maniere qu'on arrange la charge, pourvu que la poupe & la proue n'enfoncent dans l'eau que de la quantité ordinaire, les mêmes vagues doivent produire les mêmes inclinaiſons ou donner aux balancements

du Navire ſenſiblement la même étendue; puiſque l'inclinaiſon entiere, dans le plus grand balancement, eſt à peu près double de celle qu'il faudroit que le Navire conſervât en repos, pour qu'il y eût continuellement équilibre entre les deux efforts. Figure 66.

Mais ſi le divers arrangement des parties peſantes de la charge ne fait rien à l'égard de l'étendue des balancements dans le tangage ou des vibrations ſelon la longueur, il fait toujours beaucoup à l'égard de la promptitude des oſcillations, comme nous l'avons vu dans le Chapitre IX. En éloignant les parties peſantes vers les extrêmités du Navire, on les met dans la néceſſité de prendre un grand mouvement; & la réſiſtance qu'elles font à le recevoir, eſt appliquée à un long bras de levier. Le moment de leur réſiſtance augmente comme le quarré de leur diſtance au centre de gravité, & le pendule ſynchrone devient plus long. Ainſi il y a de l'avantage à éloigner du milieu du Navire, les parties peſantes de ſa charge. On ne change rien dans l'étendue des balancements; mais comme ils ſe font enſuite avec plus de lenteur, la proue & la poupe s'élevent & s'abaiſſent moins vîte.

II.

Les vagues agiſſent d'une maniere très-différentes dans le roulis. Les directions de leur effort approchent plus d'être horiſontales, parce que les flancs de la carene ſont preſque verticaux dans l'endroit le plus large, & outre cela le métacentre eſt très-peu élevé, lorſqu'il s'agit de la ſtabilité du Navire dans le ſens de la largeur. Cependant ſi on ſe contente de mettre les parties les plus peſantes de la charge à une plus grande diſtance du milieu, mais en les laiſſant toujours ſur la même ligne horiſontale, il arrivera préciſément la même choſe qu'à l'égard du tangage. Qu'on mette en $R1$, $R1$

Figure 67. (*fig.* 67) des poids qui étoient en *L*, le centre de gravité ſera toujours dans la même place & la ſtabilité du Navire n'aura ſouffert aucun changement. La vague qui viendra frapper le Navire en *D* produira donc toujours la même inclinaiſon, & les balancements qui en ſeront une ſuite ſeront de même étendue. Mais malgré cela on aura gagné à éloigner du centre de gravité *G* les parties peſantes de la charge ; car le pendule ſynchrone ſera plus long, le Navire prendra avec plus de lenteur l'inclinaiſon cauſée par le choc de la vague, & tous les mouvements ſubſequents du roulis ſeront moins vifs.

III.

Mais ſuppoſons qu'on tranſporte un poids, en le prenant dans quelque point *R*, & en le plaçant en *R*1 & *R*1, ou en *R*2 & *R*2, ſur la circonférence de la même ellipſe ou du même cercle qui a la propriété de conſerver au pendule ſynchrone ſa même longueur, alors il faut diſtinguer trois divers cas ſelon que la direction du choc de l'eau ſur le flanc du Navire paſſe au deſſus ou au deſſous du métacentre *M*, ou paſſe exactement par ce point.

1°. Si le métacentre eſt à une hauteur conſidérable ou ſi toutes les parties de la ſurface de la carene aux environs de la flottaiſon ſont aſſez verticales pour que la direction du choc de l'eau ſoit preſque horiſontale comme *DZ*, & qu'elle paſſe au deſſous de *M* comme dans la figure 67, nous aurons le premier cas dans lequel il y a du déſavantage à placer un poids plus bas ſur les points de la courbe *R*2 *RR*2. Il eſt vrai que lorſqu'on met plus bas le poids qu'on prend en *R*, on fait néceſſairement deſcendre le centre de gravité *G* & qu'on fait augmenter la ſtabilité du Navire. Le métacentre ſe trouve enſuite plus élevé par rapport au

centre de gravité G deſcendu en g, & la pouſſée verticale de l'eau travaille donc avec un plus grand bras de levier à relever ou redreſſer le Navire lorſqu'il s'eſt incliné. Figure 67.

Mais ſi la ſtabilité du Navire augmente dans le rapport de MG à Mg, le moment du choc de l'eau augmente dans un plus grand rapport. Ce choc qui s'exerce ſur la direction DZ & qui agiſſoit auparavant avec le bras de levier ZG, agit enſuite avec le levier Zg, & il eſt évident que ce levier eſt plus augmenté à proportion que celui de la pouſſée de l'eau, puiſque la même quantité Gg ajoutée à GZ & à GM produit plus de changement par rapport à la premiere de ces lignes que par rapport à la ſeconde. Or il ſuit de-là que la même vague produira une plus grande inclinaiſon au Navire, lorſque ſon centre de gravité ſera en g que lorſqu'il ſera en G, & il faut donc que la viteſſe du balancement ſoit plus grande, puiſque la durée de l'oſcillation ſera toujours la même. Ce ſeroit encore pis ſi, le poids pris en R, on le tranſportoit ſur quelque ellipſe intérieure. Car outre que les oſcillations ſeroient plus grandes, elles ſe feroient encore dans un temps plus court.

2°. Nous conſidérerons comme ſecond cas celui dans lequel la direction DZ de l'impulſion que fait la vague paſſe exactement par le métacentre M comme dans la figure 68. Quelque tranſpoſition qu'on faſſe alors à la charge, l'étendue de chaque oſcillation ſera la même; parce que ſi en faiſant paſſer le centre de gravité du Navire de G en g on fait augmenter la ſtabilité, on fait augmenter auſſi préciſément dans le même rapport le bras de levier avec lequel agit le choc de l'eau pour faire incliner le Navire. Ainſi, il n'y a jamais d'autre variété dans ce ſecond cas, que celle qui vient de la longueur du pendule ſynchrone ſelon qu'on tranſporte les poids ſur des circonférences extérieures ou inté- Figure 68.

Figure 68. rieures d'ellipſes ou de cercles. Mais qu'on tranſporte un poids R en $R1$ & $R1$ ſur la même ligne courbe, les balancements du Navire ſeront exactement de la même étendue & de la même durée: d'où il ſuit que leur viteſſe ne recevra aucun changement.

3°. Enfin nous avons pour troiſieme cas le paſſage de la direction DZ de l'impulſion de la vague au deſ-
Figure 69. ſus du métacentre M comme dans la figure 69. Il ſera avantageux dans cette troiſieme diſpoſition de porter les parties les plus peſantes de la charge le plus bas qu'on pourra ſur la même ellipſe ou ſur le même cercle. Le paſſage de la direction DZ au deſſus du métacentre peut venir de ce que ce point eſt ſitué très-bas ou de ce que les parties de la ſurface de la carene vers la flottaiſon ſont fort inclinées en dehors. Les flancs vers le milieu peuvent être preſque à plomb, mais que la ſituation inclinée de la ſurface vers l'avant & vers l'arriere, donne à la direction DZ qui reſulte de toutes les impulſions faites ſur tout un côté, la ſituation que marque la figure. Mais enfin ſi la direction DZ paſſe en deſſus du métacentre M, & que nous prenions un poids en R pour le mettre en $R1$ & $R1$, ou que nous le prenions dans ces derniers points pour le porter plus bas ſur la même ligne courbe, nous ferons augmenter la ſtabilité du Navire dans un plus grand rapport que n'augmentera le moment du choc des vagues: car le centre de gravité du Vaiſſeau deſcendant de G en g, le bras de levier MG augmentera plus en devenant Mg que le bras de levier ZG en devenant Zg. Ainſi les vagues auront relativement moins de force, & elles produiront de moindres inclinaiſons.

Mais l'avantage ceſſeroit encore dans ce troiſieme cas ſi l'on portoit ſur quelque cercle trop intérieur le poids qu'on déplace. Il eſt vrai, qu'en faiſant deſcendre le centre de gravité, on feroit toujours plus augmenter à proportion la force relative de la pouſſée de

l'eau, que celle de la vague qui frappe en *D*; & il eſt vrai encore que la premiere inclinaiſon cauſée par le choc immédiat étant moindre, le Navire décriroit de moindres arcs dans les balancements ſuivants. Mais d'un autre côté il les parcourroit en moins de temps, puiſque les poids portés ſur des ellipſes intérieures rendent le pendule ſynchrone plus court; & ſi le temps reçoit plus de diminution que l'eſpace parcouru, la vîteſſe doit néceſſairement ſe trouver plus grande. Ceci montre qu'il faut toujours éviter dans la tranſpoſition des parties peſantes de la charge, de les placer ſur des lignes courbes intérieures, & qu'il faut au contraire les porter ſur les courbes extérieures le plus qu'il eſt poſſible, ou les éloigner du milieu de la carene vers les extrêmités des lignes droites horiſontales *R2 R2*. Figure 69.

Au ſurplus, nous croyons qu'il n'eſt pas néceſſaire de pouſſer plus loin ces remarques. On a maintenant l'explication de divers effets ſinguliers qu'on avoit quelquefois obſervés avec étonnement, parce qu'on les voyoit varier d'un Navire à l'autre, ſans en appercevoir la cauſe. Une choſe nous paroît néanmoins manquer encore à ces recherches. Les parties de l'arriere & de l'avant ne ſont point égales entr'elles dans nos vaiſſeaux; & il eſt bon d'examiner combien cette inégalité peut influer ſur le tangage.

CHAPITRE XII.

Des oſcillations auxquelles les corps flottants ſont ſujets lorſqu'ils ſont d'une figure irréguliere.

IL n'y a rien à changer dans les ſolutions précédentes lorſque les deux moitiés du corps flottant ſont parfaitement égales dans le ſens qu'il ſe balance; mais ces problêmes deviennent beaucoup plus difficiles, lorſque le centre de gravité de ce corps ne ſe trouve pas dans la verticale du centre de gravité de ſa flottaiſon ou de ſa coupe faite horiſontalement à fleur d'eau; ce qui doit arriver très-ſouvent lorſque le corps n'eſt pas ſimmétrique par ſes deux extrêmités. La
Figure 70. figure 70 nous en repréſente un avec cette eſpece d'irrégularité: lorſque ce corps flotte librement en repos, ſon centre de gravité *G* eſt néceſſairement au deſſous ou au deſſus du centre de gravité de ſa partie ſubmergée *DBE*; mais le centre *G* & le centre *F* de la flottaiſon *DE* ne ſont pas dans la même verticale, à cauſe de l'irrégularité de la figure.

Lorſqu'un pareil ſolide fait des oſcillations, il ſe trouve de l'incompatibilité entre les différentes loix auxquelles nous avions regardé comme aſſujetis, tous les corps qui flottent. Si le centre *G* eſt immobile les diverſes ſituations que prendra le plan *DE* de flottaiſon ne ſe couperont point dans ſon centre de gravité *F*, & ſi ce plan ſe coupe dans tout autre point, le corps flottant ceſſera d'occuper une égale place dans la liqueur, & il ſera pouſſé de bas en haut avec des forces différentes. Le centre de gravité d'une ſurface plane a effectivement cette propriété, qui lui appartient

tient d'une maniere excluſive, qu'il faut que le plan tourne ſur ce point ou plutôt ſur un diametre qui y paſſe, pour que les deux ſolides ou eſpeces d'onglets que forment les deux parties de la ſurface par leur mouvement ſoient égaux entr'eux. Le plan *DE* tournant ſur ſon centre de gravité *F*, l'onglet ou ſolide *DFd*1 ſera égal à l'onglet ou ſolide *EFe*1, & ce ne ſera pas la même choſe ſi le plan tourne ſur tout autre point. Figure 70.

Il eſt vrai que cette propriété n'a exactement lieu que lorſque la groſſeur du corps flottant eſt la même au deſſus & au deſſous de ſa flottaiſon ; mais comme il ne s'agit ici que d'inclinaiſons très-petites, la propoſition eſt ſenſiblement vraie. Ainſi pour que le corps flottant, en s'inclinant, occupât toujours la place d'un égal volume d'eau, il faudroit que les différentes ſituations que prend le plan de flottaiſon *DE* ſe coupaſſent en *F*; mais on voit bien que dans cette hypotheſe le centre de gravité *G* du corps flottant monteroit ou deſcendroit : il s'approcheroit ou s'éloigneroit de la ſurface de l'eau de la quantité *i*1*i*2, ſi après que *d*1*e*1 s'eſt trouvée dans la ſurface de l'eau, *d*2*e*2 s'y trouvoit à ſon tour. Le corps *ABC* auroit donc un mouvement réel vers le haut & vers le bas, & ce qui eſt impoſſible en Phyſique, ce mouvement ne ſeroit produit par aucune cauſe, puiſque la ſolidité de la partie ſubmergée étant la même, il n'y auroit de la part de l'eau aucun excès ou diminution de force qui fût capable d'un pareil effet.

Il ſe trouveroit un ſemblable inconvenient, ſi les plans de flottaiſons ſe coupoient dans le point *I*, préciſément au deſſus du centre de gravité *G*. Car dans cette ſuppoſition le centre de gravité *G* ſeroit immobile, il ne monteroit ni ne deſcendroit, quoiqu'il y eût pourtant une force réelle qui travaillât à le faire deſcendre & à le faire monter dans chaque balan-

Figure 70. cement ; l'onglet qui entreroit dans l'eau d'un côté ne ſeroit jamais égal à celui qui ſortiroit du côté oppoſé. D'où il s'enſuivroit que l'eſpace occupé par le corps flottant dans la liqueur deviendroit alternativement plus grand & plus petit ; ce qui produiroit néceſſairement un mouvemènt dans le ſens vertical, en troublant le repos du centre de gravité *G*. On peut de la même maniere donner l'excluſion aux balancements qui ſe feroient autour de tous les autres points comme *H* compris entre *F* & *I*.

Suppoſé que les balancements ſe fiſſent ſur le point intermédiaire *H*, le centre de gravité *G* deſcendroit en *G*2 lorſque le corps flottant s'inclineroit vers *E* ; & il s'éleveroit au contraire en *G*2, lorſque l'inclinaiſon ſe feroit vers l'autre extrêmité. Mais comment ces mouvements ſeroient-ils poſſibles, pendant que les onglets *DHD*2 & *DHD*1 qui entreroient dans l'eau & qui en ſortiroient vers l'extrêmité *D* ſeroient beaucoup plus grands que les onglets oppoſés *EHE*2 & *EHE*1 ? Le ſolide commenceroit à deſcendre de *G*1 en *G*2, pendant qu'il ſeroit pouſſé en haut avec le plus de force, & au contraire, il commenceroit à monter de *G*2 en *G*1 lorſque la pouſſée verticale de l'eau auroit ſouffert le plus de diminution.

On ne remarquera pas les mêmes inconvenients, ſi le point *H* dans lequel les plans de flottaiſon ſe coupent, ſe trouve en dehors de l'intervalle *FI*. Toutes les fois que le point *H* ſera au-delà de la verticale *GM* vers l'extrêmité *E*, l'inclinaiſon vers cette même extrêmité fera toujours que le corps flottant occupera moins de place dans la liqueur, mais en même temps le centre de gravité *G* s'élevera. Ainſi à la fin d'une oſcillation dans ce ſens, le corps flottant doit retourner, pour ainſi dire, ſur ſes pas & doit deſcendre, puiſqu'il n'eſt plus ſoutenu avec aſſez de force de la part de la liqueur. Que le centre de gravité *G* ſoit au

contraire deſcendu, autant qu'il eſt poſſible, pendant que l'interſection *H* des plans de flottaiſon eſt toujours en dehors de la verticale *GI* vers le point *E*, le corps flottant ſe ſera incliné vers *D*, il occupera un plus grand eſpace dans la liqueur, & ſe trouvant pouſſé en en-haut avec plus de force, la deſcente de ſon centre de gravité ſera immédiatement ſuivie d'un mouvement dans l'autre ſens. On peut voir avec la même facilité que le point d'interſection *H* peut ſe trouver auſſi en dehors de l'intervalle *FI* vers l'extrêmité *D*. Mais il s'agit maintenant de déterminer l'exacte ſituation de ce point. Figure 70.

Nous devons conſidérer pour cela, non ſeulement les deux différents mouvements du ſolide, mais auſſi les forces qui cauſent ces mouvements. Il faut principalement qu'ils ſe faſſent dans le même temps: car s'ils n'étoient pas exactement ſimultanés, ils ſe troubleroient l'un l'autre, & ne ſe perpétueroient pas. Il faut qu'ils s'accordent pour ne pas ſe détruire; & la néceſſité de cet accord fait que les plans de flottaiſons ſe coupent en quelque point *H* qui doit être en dehors de l'intervalle *FI*, comme nous l'avons vû.

Pour reſoudre donc le problême, nous n'avons qu'à faire enſorte que les deux mouvements s'accordent parfaitement. Je nomme *P* la peſanteur du corps flottant; *S* l'étendue de ſa coupe de flottaiſon *DE*, *a* la diſtance *FE* du centre *F* à l'extrêmité *E*; *f* la diſtance de la verticale *GM* au même point *E*; *dm* chacune des petites parties de la maſſe du corps flottant & *E* leur diſtance au centre de gravité *G*. Enfin je nomme *h* la hauteur *MG* du métacentre au deſſus du centre de gravité *G*; *x* la diſtance du point *H* au point *E*; *i* la petite hauteur verticale *E2 E1*, & *z* la longueur du pendule ſimple dont les oſcillations s'accordent avec celles du corps flottant.

S'il s'agiſſoit d'une recherche purement géométri-

Figure 70. que, nous pourrions regarder d'abord $EH = x$ comme abſolument indéterminée, & nous nous repoſerions ſur la généralité du calcul algébrique, du ſoin d'en fixer la grandeur. Mais nous avons vu que le point H devoit être en dehors de FI ou que EH devoit être moindre que EI, lorſque ces deux points ſont du même côté par rapport à F, pour qu'il n'y eût pas d'incompatibilité phyſique entre les deux mouvements du ſolide. C'eſt à quoi il faut avoir égard dans un problême de Méchanique ou de Dynamique. Car il eſt encore plus dangereux d'y violer les loix du mouvement, que d'introduire des contradictions entre les données d'un problême de Géométrie. Dans ce ſecond cas on s'apperçoit du mécompte par le calcul, en parvenant à des valeurs imaginaires ; au lieu qu'en Méchanique, le calcul fondé ſur quelque ſuppoſition fauſſe, reſteroit preſque toujours défectueux & rien n'aideroit à le corriger. Il ſuit de cette remarque, dont les applications ſont très-étendues, que comme nous ſuppoſons le point H vers E par rapport au centre de gravité F du plan de flottaiſon, nous devons déſigner HI par $f - x$. Nous trouverons enſuite l'eſpace G_2G_1 décrit par le centre de gravité du corps, en faiſant cette analogie ; $HE = x : E_2E_1 = i :: HI = f - x : I_2I_1 = \frac{if - ix}{x}$ qui eſt auſſi l'expreſſion de G_2G_1 ; & ſi nous en prenons la moitié, nous aurons $\frac{if - ix}{2x}$ pour le petit eſpace que parcourt le centre de gravité G en montant ou en deſcendant pendant une demi-oſcillation. Nous trouverons auſſi Hh_2 par cette autre analogie ; $HE = x : EE_2 = \frac{1}{2}i :: FH = a - x : Hh_2 = \frac{ai - ix}{2x}$.

Multipliant après cela cette petite ligne par la ſurface connue S du plan de flottaiſon, il nous viendra $\frac{aiS - ixS}{2x}$ pour la quantité dont le corps flottant plonge

trop ou trop peu dans l'eau à la fin de chaque inclinaiſon; & nous pourrons prendre cette quantité pour l'expreſſion de la force qui fait monter ou deſcendre le centre de gravité G, ſi nous prenons en même temps toute la partie ſubmergée DBE pour l'expreſſion de la peſanteur P, ou pour la maſſe à mouvoir. Ainſi nous aurons la force $\frac{aiS-ixS}{2x}$ qui meut la maſſe P; & qui pendant un demi-balancement lui fait parcourir le petit eſpace vertical $\frac{if-ix}{2x}$. Cette force $\frac{aiS-ixS}{2x}$ eſt variable; mais nous avons ici ſa plus grande valeur qui eſt à l'extrêmité de chaque balancement dans un ſens ou dans l'autre. Figure 70.

Il nous faut maintenant paſſer au mouvement de rotation. Toutes les petites parties dm de matiere dont le corps flottant eſt formé prennent un mouvement qui eſt proportionel au produit de leur maſſe multipliée par leur diſtance E au centre de gravité & le moment de leur réſiſtance au mouvement eſt E^2dm. Le moment total eſt $\int E^2dm$ auquel doit être égal celui de la maſſe que nous ſubſtituerons en M pour nous conformer à la maniere dont nous avons déja conſidéré ce problême dans un cas plus particulier. Cette maſſe prend un mouvement qu'on trouve en la multipliant par h, & le moment eſt la même maſſe multipliée par h^2. Ainſi la maſſe que nous ſubſtituons par la penſée en M pour faire la même réſiſtance relative au mouvement que le corps flottant, doit être égale à $\frac{\int E^2dm}{h^2}$.

D'un autre côté nous pouvons toujours conſidérer, comme dans le chapitre VII. la pouſſée qui produit le mouvement d'oſcillation comme réunie en M. Ainſi en recourant à la comparaiſon d'un pendule, nous avons la force P qui travaille à mouvoir la maſſe $\frac{\int E^2dm}{h^2}$. La force & la maſſe ſont appliquées à l'extrêmité du pendule GM qui eſt renverſé, dont h eſt

Figure 70. la longueur & dont nous regardons le point G comme le point de ſuſpenſion. Mais comme la force & la maſſe n'ont pas ici peut-être le même rapport que dans un pendule ſimple dont h ſeroit la longueur, & qui ſeroit animé naturellement par la peſanteur, il faut faire une réduction à la longueur h pour avoir celle du pendule ſynchrone naturel. Nous la trouverons comme dans le Chapitre cité par cette analogie; P, eſt à $\frac{\int E^2 dm}{h^2}$ comme h eſt à $z = \frac{\int E^2 dm}{hP}$. On voit bien que l'irrégularité du corps flottant n'apporte aucune différence dans la forme de cette expreſſion, & que pourvu que nous connoiſſions les quantités qui compoſent le ſecond membre, nous aurons le premier ou la longueur du pendule ſimple dont les oſcillations s'accordent avec celles du corps flottant.

Mais nous devons examiner ici quelque choſe de plus. Nous avons cherché la force qui, à la fin de chaque petit mouvement vertical du centre de gravité G, fait renaître un mouvement vertical en ſens contraire, & nous voulons que ces mouvements ſoient parfaitement ſimultanés avec ceux de rotation ou de vibration autour du centre de gravité. Ainſi après avoir cherché la maſſe $\frac{\int E^2 dm}{h^2}$ qui étant ſubſtituée en M fait la même difficulté à recevoir ce mouvement, il faut que nous trouvions la quantité préciſe de la force qui agit contre cette maſſe à la fin de chaque petit arc horiſontal parcouru par le point M. Nous chercherons d'abord la moitié de ce petit arc en faiſant cette analogie, $HE = x$ eſt à $EE_1 = \frac{1}{2}i$ comme $GM = h$ eſt à $\frac{hi}{2x}$; & nous remarquerons que ce même petit arc parcouru, pour ainſi dire, horiſontalement, par le point M dans le temps d'une demi-oſcillation, exprime auſſi par rapport à toute la hauteur $GM = h$, la force relative avec laquelle agit la pouſſée verticale de l'eau pour

produire ce mouvement ou pour rétablir la ſituation horiſontale du corps flottant. Nous aurons donc cette analogie ; $GM = h$ eſt à la moitié du petit arc horiſontal $\frac{hi}{2x}$ parcouru par le point M, comme P eſt à la petite force $\frac{iP}{2x}$ qui s'exerce efficacement contre la maſſe $\frac{\int E^2 dm}{h^2}$. Ainſi nous avons $\frac{iP}{2x}$ pour la petite force: la maſſe qu'elle meut eſt $\frac{\int E^2 dm}{h2}$ & le petit eſpace parcouru eſt $\frac{hi}{2x}$. Figure 70.

Il ne nous faut plus que comparer les deux mouvements qui doivent s'accorder ou qui doivent être ſimultanés pour ne pas ſe détruire, celui qui ſe fait en arc de cercle, & celui que nous avions examiné le premier, qui ſe fait dans le ſens vertical. Il ſuffit pour qu'ils s'accordent parfaitement, qu'il y ait une proportion exacte entre les deux forces & les deux mouvements communiqués. Mais au lieu de prendre les produits des maſſes par les vîteſſes pour avoir les quantités de mouvement, nous pouvons multiplier les maſſes par les petits eſpaces parcourus, puiſqu'ils ſont en même rapport que les vîteſſes à cauſe de l'iſochroniſme. Nous aurons donc $\frac{Pif - Pix}{2x}$ produit de P par le petit eſpace vertical $G2G = \frac{if - ix}{2x}$ pour l'effet de la force $\frac{aiS - ixS}{2x}$; & nous aurons en même temps $\frac{hi}{2x} \int \frac{E^2 dm}{h^2}$ produit de la maſſe ſubſtituée par la penſée en M multipliée par le petit arc $\frac{hi}{2x}$ pour l'effet de la force $\frac{iP}{2x}$; & il s'enſuivra de l'accord de ces mouvements, cette proportion ; $\frac{aiS - ixS}{2x} : \frac{Pif - Pix}{2x} :: \frac{iP}{2x} : \frac{hi}{2x} \int \frac{E^2 dm}{h^2}$ qui nous donne l'équation $\frac{aS - xS}{h} = \frac{P^2 f - P^2 x}{\int E^2 dm}$ laquelle nous marque la relation qu'il y a entre x ou HE & les autres quantités S, P, f, &c. il ne nous reſteroit

Figure 70. donc rien à trouver pour connoître abſolument x, ſi la hauteur h du métacentre au-deſſus du centre de gravité G étoit connue, au lieu qu'elle ne l'eſt pas. C'eſt ce qui nous manque auſſi pour pouvoir faire uſage de la formule $Q = \frac{\int E^2 dm}{hP}$ trouvée ci-devant pour la longueur du pendule ſynchrone.

CHAPITRE XIII.

Suite du Chapitre précédent. Déterminer le métacentre lorſqu'un corps flottant irrégulier fait des oſcillations.

EN effet, lorſque nous avons déterminé le métacentre, nous avons ſuppoſé que la partie ſubmergée du corps flottant étoit toujours la même, ou que la partie qui entroit dans l'eau d'un côté, étoit égale à celle qui ſortoit de l'eau de l'autre côté dans les inclinaiſons. Ainſi notre ſolution étoit bonne pour le cas particulier auquel nous nous bornions, mais on ne peut pas l'appliquer dans la rencontre préſente. Si

Figure 71. pendant que le corps ABC (*fig.* 71.) s'incline, ſes plans de flottaiſons ſe coupent en quelque point H, le centre de gravité de la partie ſubmergée DBE ne changera pas de place de la même quantité que ſi ces plans ſe coupoient en F, & les verticales G_2M & G_1M dans leſquelles s'exerce la pouſſée de l'eau, porteront par conſéquent le métacentre M à une autre hauteur par leur interſection.

Figure 72. Je repréſente par la figure 72 la coupe du corps flottant faite à fleur d'eau lorſque le corps eſt dans ſa ſituation horiſontale. Le point F eſt le centre de gravité de cette ſurface, & FE eſt la ligne que nous avons

avons nommée a. Nous avons indiqué la distance HE par x; ainsi FH sera $a-x$; & si nommant r les parties variables FR, de FL en commençant au centre F, nous nommons y les ordonnées TR & u les ordonnées RS; nous aurons en prenant QQ pour nouvel axe, $a+y-x$ pour les ordonnées TV, & $u+x-a$ pour les ordonnées VS; & si nous supposons un second plan qui coupe le premier dans l'axe QQ en faisant un angle infiniment petit EHE 1 dont la soutendente EE 1 soit égale à i, nous aurons $\frac{i}{2x} \times \overline{u+x-a}^2$ pour l'aire des petits triangles rectangles VSS 1 & $\int \frac{i\,dr}{2x} \times \overline{u+x-a}^2$ pour la solidité de l'espece d'onglet QEE 1 Q formé de tous ces triangles élémentaires. Nous aurons de même $\int \frac{i\,dr}{2x} \times \overline{a+y-x}^2$ pour la solidité de l'onglet opposé QDD 1 Q. Figure 72.

Mais nous n'avons pas simplement besoin de connoître la solidité de ces corps qui représentent les parties de la carene qui entrent dans l'eau & qui en sortent par les balancements alternatifs; il faut que nous ayons leur centre de gravité. Ce centre étant cherché par les regles ordinaires, on a $\frac{\int \frac{dr}{3x} \times \overline{u+x-a}^3}{\int \frac{dr}{2x} \times \overline{u+x-a}^2}$ pour la distance du centre de gravité γ 2 au point H; & si nous y ajoutons $HI = f-x$, il nous viendra $\frac{\int \frac{dr}{3x} \times \overline{u+x-a}^3}{\int \frac{dr}{2x} \times \overline{u+x-a}^2} + f - x$ pour la distance $I\gamma$ 2. Nous ajoutons HI; parce que, comme nous l'avons vu, le point H n'est pas placé par rapport au point I, comme il l'est dans notre figure : il est réellement plus voisin du point E que le point I. Les mêmes regles nous donneront $\frac{\int \frac{dr}{3x} \times \overline{a+y-x}^3}{\int \frac{dr}{2x} \times \overline{a+y-x}^2}$ pour la distance de l'autre centre

Figure 72. de gravité $\gamma 1$ au point H, & ſi nous en ôtons HI, nous aurons $\frac{\int \frac{dr}{3x} \times \overline{a+y-x}^3}{\int \frac{dr}{2x} \times \overline{a+y-x}^2} + x - f$ pour la diſtance du centre de gravité $\gamma 1$ au point I.

Figure 71. Ces préliminaires étant ſuppoſés, nous jettons derechef les yeux ſur la figure 71. Nous venons de trouver l'expreſſion générale de la ſituation des centres de gravité $\gamma 1$ & $\gamma 2$, & nous avons trouvé outre cela la ſolidité des deux parties qui ſont ſujettes à ſortir de l'eau & à y rentrer. Le point O eſt le centre de gravité de la partie de la carene qui eſt continuellement ſubmergée; & il eſt évident que pour trouver combien le centre de gravité $G1$ eſt plus avancé vers E que le centre O à meſurer dans le ſens horiſontal, nous n'aurons qu'à faire cette analogie; la ſolidité P de toute la partie ſubmergée eſt à la ſolidité $\int \frac{idr}{2x} \times \overline{u+x-a}^2$ de l'onglet $E1\,HE2$ comme $I\gamma^2 = \frac{\int \frac{dr}{2x} \times \overline{u+x-a}^3}{\int \frac{dr}{2x} \times \overline{u+x-a}^2}$ $+f-x$ eſt à la diſtance de $G1$ au point O réduite à l'horiſon; on trouve $\frac{\int \frac{idr}{3x} \times \overline{u+x-a}^3 + \overline{f-x} \times \int \frac{idr}{2x} \times \overline{u+x-a}^2}{P}$ pour cette diſtance, & on aura de même $\frac{\int \frac{idr}{3x} \times \overline{a+y-x}^3 + \overline{x-f} \times \int \frac{idr}{2x} \times \overline{a+y-x}^2}{P}$ pour la diſtance du centre $G2$ au point O, auſſi réduite à l'horiſon. Ainſi la diſtance horiſontale d'un centre à l'autre ſera $\frac{\int \frac{idr}{3x} \times \overline{u+x-a}^3 + \int \frac{idr}{3x} \times \overline{a+y-x}^3 + \overline{f-x} \times \int \frac{idr}{2x} \times \overline{u+x-a}^2 - \int \frac{idr}{2x} \times \overline{a+y-x}^2}{P}$; & il ne nous reſte plus pour avoir $G1\,M = h$ qu'à faire cette analogie: $E1\,E2 = i$ eſt à $HE2 = x$

comme la distance $G1G2$ que nous venons de trouver est à $G1M$. Il vient $G1M\ (=h)=$ Figure 71.

$$\frac{\int\frac{dr}{3}\times\overline{u+x-a}^{3}+\int\frac{dr}{3}\times\overline{a+y-x}^{3}+\overline{f-x}\times\int\frac{1}{2}dr\times\overline{u+x-a}^{2}-\int\frac{1}{2}dr\times\overline{a+y-x}^{2}}{P}$$

équation qui nous marque absolument la relation de h à x, puisque nous sommes censés connoître la nature du plan de flottaison & avoir les valeurs de u & de y en r.

Cette valeur de h se réduit aisément à une expression beaucoup plus simple par l'affirmation & la négation des mêmes quantités, lorsqu'on éleve chaque terme à la puissance indiquée par son exposant. On aura $h=\frac{\frac{1}{2}\int dr(u^2+y^2)+\frac{1}{2}\overline{f+\frac{1}{2}x-a}\int dr(u^2-y^2)}{P}+\frac{\overline{a-x}\times\overline{a-f}\int dr(u+y)}{P}$;

expression de h dont le second terme s'évanouit, parce que les deux intégrales $\int dr\times u^2$ & $\int dr\times y^2$ sont égales entr'elles, l'une & l'autre étant proportionnelle aux onglets $d1Fd2$ & $e1Fe2$ qui seroient separés par le centre de gravité F du plan de flottaison. De plus l'intégrale $\int dr(u+y)$ exprime la surface connue S de ce même plan. Ainsi nous aurons $\frac{\frac{1}{2}\int dr(u^2+y^2)+\overline{a-x}\times\overline{a-f}\times S}{P}$ pour la hauteur du métacentre au dessus du centre de gravité de la carene; & si le centre de gravité de ce corps considéré comme hétérogene est au dessous de l'autre centre de la quantité k qu'il est toujours possible de connoître, nous aurons $h=\frac{\frac{1}{2}\int dr(u^2+y^2)+\overline{a-x}\times\overline{a-f}\times S+kP}{P}$ pour la hauteur du métacentre au dessus du centre de gravité actuel du corps flottant.

Si la ligne LL (*fig.* 72) coupe la surface en deux parties parfaitement égales, les u & les y seront égales, & notre valeur de h deviendra encore un peu plus simple. On aura $h=\frac{2\int y^2dr}{3P}+\frac{\overline{a-f}\times\overline{a-x}\times S}{P}+k$ qui se réduit à $h=\frac{2\int y^2dr}{3P}+k$ lorsque la coupe de flottaison étant parfaitement symmétrique, le centre de gravité Figure 72.

du corps flottant se trouve exactement au dessous du point *F*. C'est ce qui s'accorde avec les résultats que donne la méthode expliquée dans le Chap. IV.

Mais maintenant que nous connoissons la relation qu'il y a entre h & x, & que nous voyons même que l'équation qui l'exprime généralement est toujours simple, quelle que soit la figure du plan de flottaison, nous n'aurons plus qu'à combiner cette équation avec celle $\frac{aS-Sx}{h} = \frac{P^2 f - P^2 x}{\int E^2 dm}$, à laquelle nous nous sommes arrêtés à la fin du Chapitre précédent. Nous ne cherchons ici que les deux inconnues h & x; & nous avons deux équations qui en marquent la relation; nous n'avons besoin de rien de plus. Il ne nous viendra qu'une équation du second degré à résoudre pour avoir en termes absolument connus la valeur de x ou la distance de l'extrêmité *E* au point *H* dans lequel les plans de flottaison se coupent pendant les oscillations du solide. Cette équation est

Figure 70. & 71.

$$x^2 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\int E^2 dm}{a-f \times P} \\ - \frac{\int dr(u^2+y^2)}{3a-3f \times S} \\ - a - f \\ - \frac{kP}{a-f \times S} \end{array} \right\} x = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{a \int E^2 dm}{a-f \times P} \\ - \frac{f \int dr(u^2+y^2)}{3a-3f \times S} \\ - af \\ - \frac{kPf}{a-f \times S}. \end{array} \right.$$

Si on en tire les deux valeurs de *EH* ou de x, l'une qui doit être plus grande que *EF* & l'autre plus petite que *EI* ou négative, nous n'aurons qu'à en rétrogradant, les introduire dans l'équation $h = \frac{\frac{1}{3}\int dr(u^2+y^2) + \overline{a-f} \times \overline{a-x} \times S + kP}{P}$ pour avoir la hauteur du métacentre *M* au dessus du centre de gravité du corps flottant; & cette hauteur étant trouvée, rien ne nous empêchera de faire usage de la petite

formule $z = \frac{\int E^2 dm}{hP}$ qui marque la longueur du pendule ſynchrone.

Quoique le corps flottant ait une forme irrégulière, ſon centre de gravité G peut ſe trouver quelquefois exactement dans la même verticale que le centre de gravité F de ſa coupe faite à fleur d'eau. Alors $EI = f$ ſeroit égale à $EF = a$, on auroit $a - f = 0$; & les termes de notre équation générale du ſecond degré, qui ſont diviſés par $a - f$, devenant infinis par rapport aux autres, le tout ſe réduiroit à $\left(+\frac{\int E^2 dm}{P} - \frac{\int dr(u^2+y^2)}{3S} - \frac{kP}{S}\right) x = \frac{-\int\int dr(u^2+y^2)}{3S} + \frac{a\int E^2 dm}{P} - \frac{kfP}{S}$. Mettant enſuite a à la place de f dans le ſecond membre & dégageant x, on trouveroit $x = a$; ce qui nous apprend que l'irrégularité du ſolide n'empêche pas que ſes plans de flottaiſon ne ſe coupent dans leur centre de graviré F pendant les balancements, pourvu que le centre de gravité du corps ſoit exactement dans la même verticale que le point F.

CHAPITRE XIV.

Applications de la méthode précédente à quelques corps particuliers lorſqu'ils ſe balancent ſelon leur longueur.

J'AI eu la curioſité de faire entiérement pour quelques figures très-irrégulieres, les calculs dont nous venons de parler; & afin de ne pas manquer de terme de comparaiſon, j'ai conſidéré d'abord un corps flottant homogene formé en parallélipipede rectangle. Si nous nommons $2a$ ſa longueur, b ſa largeur & c ſa

profondeur, nous aurons $2abc$ pour sa solidité ou sa pesanteur P, la surface S sera $2ab$, la hauteur h du métacentre au dessus du centre de gravité de la carene dans lequel nous supposons que se trouve le centre de gravité actuel du solide, sera $\frac{a^2}{3c}$. L'intégrale $\int E^2 \times dm$ sera $\frac{1}{3}a^3bc + \frac{1}{6}abc^3$, & la longueur du pendule synchrone $z = \frac{\int E^2 \times dm}{hP}$ sera $\frac{c^2}{4a^2} + c$.

Pour fixer encore davantage nos idées, nous supposerons que le parallélipipede rectangle dont il s'agit, a 80 pieds de longueur & 10 de profondeur; le métacentre se trouvera élevé de $53\frac{1}{3}$ pieds au dessus du centre de gravité du solide, & le pendule synchrone aura $10\frac{1}{11}$ pieds de longueur. Nous avons déja eu occasion de remarquer que le pendule synchrone pour les corps flottants fort longs qui se balancent d'une extrêmité vers l'autre, étoit toujours très-court.

Ce pendule deviendroit à la fin égal à la profondeur de la carene si on allongeoit de plus en plus le parallélipipede rectangle; c'est-à-dire, qu'il ne seroit que de 10 pieds. Chaque balancement sera donc toujours très-vif; il se fera en moins de 2 secondes, malgré les grands espaces que parcourront quelquefois les deux extrêmités du corps en montant & en descendant. Mais ces mouvements deviendront encore bien plus rudes, si on diminue la solidité des deux extrêmités du corps par dessous, ou si, pour parler en termes de Marine, on leur donne de grandes *façons*. En effet la solidité ou la masse qu'on retranchera, sera celle en partie qui prenoit le plus de mouvement dans les oscillations, & qui en résistant le plus par son inertie, étoit la plus propre à modérer la vîtesse des balancements. C'est par cette raison que le tangage, quoique très-vif dans le parallélipipede rectangle, l'est pourtant beaucoup moins que dans l'ellipsoïde, dont les principales dimensions sont les mêmes. Voyez l'Article II. du Chapitre VIII.

Si le deſſous de la carene eſt terminé par deux plans inclinés qui forment un angle obtus en ſe rencontrant en bas vers le milieu de la longueur, & que continuant à nommer $2a$ la baſe de ce triangle iſoſcéle renverſé ou la longueur du bâtiment, nous déſignions toujours ſa profondeur ou hauteur par c, le corps flottant aura deux fois moins de ſolidité ou de maſſe qu'auparavant; ainſi le métacentre ſera deux fois plus élevé, nous aurons $\frac{2a^2}{3c}$ pour ſa hauteur. L'intégrale $\int E^2 \times dm$, en ſuppoſant que le mouvement ſe fit ſur la pointe de l'angle qui eſt en bas, ſeroit $\frac{1}{6}a^3bc + \frac{2}{15}abc^3$; mais le mouvement ſe faiſant autour du centre de gravité, l'intégrale $\int E^2 \times dm$ eſt moindre, & il faut, pour en avoir la vraie valeur, retrancher le produit de la ſolidité abc du corps par le quarré $\frac{4}{9}c^2$ de la diſtance du ſommet du triangle à ſon centre de gravité. Nous aurons donc $\frac{1}{6}a^3bc + \frac{1}{15}abc^3$ pour la valeur de $\int E^2 \times dm$, & nous trouverons enſuite $\frac{c^2}{12a^2} + \frac{1}{4}c$ pour celle z du pendule ſynchrone. Suppoſé que le corps ait 80 pieds de longueur & 10 de profondeur, ce pendule ſera de $2\frac{11}{96}$ pieds ou preſque de 2 pieds 7 pouces. Ainſi les balancements d'un pareil bâtiment ſe feroient en moins d'une ſeconde, & leur rapidité ſeroit extrême; ce qui viendroit, comme nous l'avons dit, des diminutions faites aux deux extrêmités du ſolide par deſſous, puiſque le pendule ſynchrone pour le parallélipipede rectangle eſt preſque quatre fois plus long.

Si nous voulons maintenant prendre quelque notion du changement qu'apporte à la vîteſſe des oſcillations l'irrégularité du corps, nous n'avons qu'à lui laiſſer toujours la figure triangulaire, mais en faire un triangle rectangle en E. (*fig.* 70); & il faudra enſuite avoir recours à notre ſolution générale. Nommant toujours $2a$ la longueur DE, b la largeur du ſolide & c ſa profondeur ou la longueur du côté vertical du triangle

Figure 70.

on aura $\frac{1}{3}a^3bc + \frac{1}{2}abc^3$ pour la valeur de $\int E^2 \times dm$, en ſuppoſant que le mouvement ſe faſſe ſur l'angle ou ſur l'arrête d'en bas de la carene; mais il faut en retrancher le produit $\frac{1}{9}a^3bc + \frac{1}{9}abc^3$ pour avoir la vraie valeur, celle qu'a l'intégrale, lorſque le mouvement ſe fait autour du centre de gravité; c'eſt-à-dire, qu'on aura $\int E^2 \times dm = \frac{2}{9}a^3bc + \frac{1}{18}abc^3$. Enfin ſi on cherche x en réſolvant l'équation du ſecond degré à laquelle nous ſommes parvenus à la fin du Chapitre précédent, on aura $x = a - \frac{c}{12a} \pm \sqrt{\frac{1}{3}a^2 + \frac{c^2}{144a^2}}$, & ſi on introduit cette valeur dans l'expreſſion générale de la hauteur $h = \frac{\frac{1}{2}\int dr(u^2+y^2) + \overline{a-f} \times \overline{a-x} \times S + kP}{P}$, en faiſant les autres ſubſtitutions, on aura $h = \frac{2a^2}{3c} + \frac{1}{18}c \mp \frac{2a}{3c}\sqrt{\frac{1}{3}a^2 + \frac{c^2}{144a^2}}$; & enfin $z = \left(\frac{\int E^2 \times dm}{hP}\right) = \frac{4a^2c + c^3}{12a^2 + c^2 \mp 12a\sqrt{\frac{1}{3}a^2 + \frac{c^2}{144a^2}}}$.

Ces formules étant appliquées au bâtiment dont la longueur eſt de 80 pieds & la profondeur de 10, on trouveroit que les deux valeurs de x ſont d'environ $16\frac{7}{10}$ pieds & de $62\frac{9}{10}$ pieds. Ainſi ce bâtiment eſt ſujet à ſe balancer ſur deux divers points qui ſont à deux différentes diſtances du milieu de ſa longueur. Un de ces points eſt éloigné du milieu d'environ $23\frac{1}{10}$ pieds, vers l'extrêmité la plus groſſe; & l'autre qui eſt vers l'autre extrêmité eſt à $22\frac{9}{10}$ pieds du milieu. Le bâtiment adoptera dans ſes oſcillations l'un ou l'autre de ces points ſelon la maniere dont ſa ſituation naturelle aura été altérée par la cauſe extérieure du dérangement. Le métacentre aura auſſi deux différentes hauteurs ſelon que le corps ſe balancera ſur le point le plus voiſin de ſa groſſe extrêmité ou ſur l'autre. Dans le premier cas, le métacentre ſera élevé d'environ

$168\frac{4}{7}$ pieds,

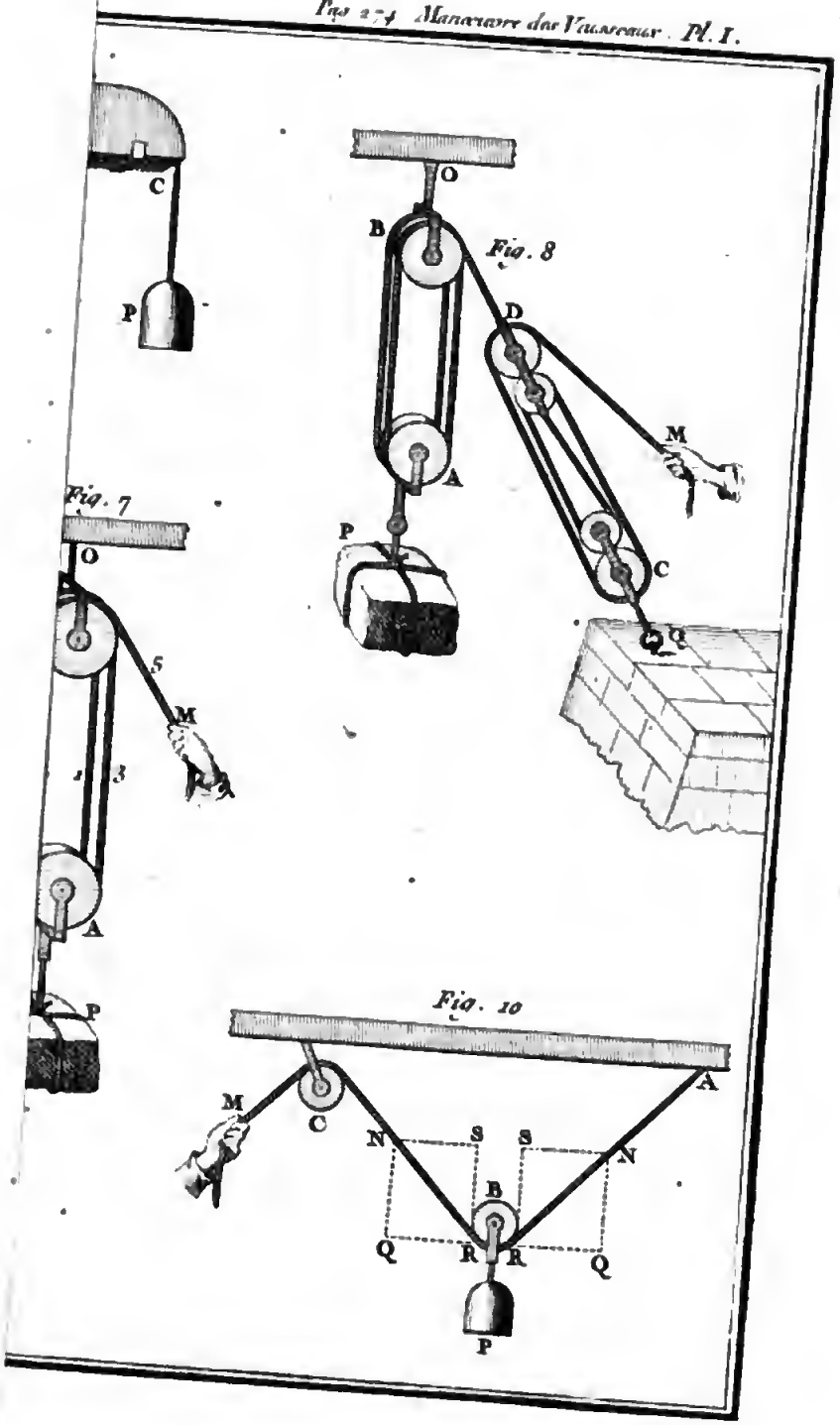
$168\frac{4}{7}$ pieds, & dans l'autre, il ne ſera élevé que d'environ $45\frac{64}{100}$ pieds. Enfin le pendule ſynchrone ſera pour le premier cas d'environ $2\frac{14}{105}$ pieds & les balancements ſeront donc extrêmement vifs. Ce ne ſera pas tout-à-fait la même choſe, ſi les plans de flottaiſon ſe coupent dans l'autre point ou vers l'extrêmité la moins groſſe : le pendule ſynchrone aura alors $7\frac{2}{10}$ pieds de longueur.

Non-ſeulement les oſcillations deviennent très-promptes lorſqu'on diminue la ſolidité du corps flottant en-deſſous par ſes deux extrêmités, ces oſcillations acquierent preſque toujours outre cela plus d'étendue ; ce qui en augmente encore la vîteſſe. Les vagues ou les ondes qui frappent l'extrêmité du corps, s'engagent en-deſſous & pouſſent en haut avec une plus grande partie de leur force ; ce qui fait que la premiere oſcillation eſt plus grande, & que les autres s'enſuivent. Nous devons encore ajoûter que lorſque l'extrêmité du corps après s'être élevée, retombe avec violence pour reprendre un niveau dans lequel elle ne reſte pas, l'eau ne forme pas ſi-tôt un obſtacle à ſon mouvement, & cette extrêmité doit donc ſe plonger davantage. Le cas eſt tout différent, ſi on diminue les extrêmités du corps flottant par les côtés, ou ſi on ſe contente ſimplement de les retrécir, en leur laiſſant les mêmes largeurs par en bas que par en haut. On diminue, il eſt vrai, le numérateur de la fraction $\frac{\int E^2 dm}{hP}$ qui exprime la longueur z du pendule ſynchrone, mais on diminue auſſi ſenſiblement le dénominateur hP dans le même rapport ; ainſi le pendule ſynchrone reſte à peu près de même longueur, & outre cela les balancements ne ſont pas ſi grands.

Enfin il ne paroît pas que l'inégalité entre les deux extrêmités du ſolide apporte de différence conſidérable à la vivacité des oſcillations, pourvu néanmoins,

nous le répétons, que l'inégalité ne vienne pas de ce qu'une des extrêmités a ſouffert des diminutions par deſſous. Il ſuffit toujours pour que les oſcillations ſoient ſenſiblement de même durée que les deux extrêmités du ſolide ſoient également profondes, ou que chacune ſoit également large par en bas que par en haut, & il n'importe pas que l'une ſoit plus étroite que l'autre. On ne peut guere imaginer de figure plus irréguliere; quant à l'égalité entre les deux extrêmités, qu'un corps dont toutes les tranches horiſontales ſeroient des triangles iſoſcelles égaux. L'angle du ſommet de ces triangles qui ſera très-aigu, ſi l'on veut, tiendra lieu de proue; le côté oppoſé ſera la poupe, & la carene entiere ſera un corps priſmatique triangulaire terminé par trois plans verticaux. Si nous nommons a la longueur de ce corps triangulaire ou la longueur de ſa quille, b ſa plus grande largeur ou celle de ſa poupe, & c ſa profondeur qui ſera donc égale par tout, on aura $\frac{1}{2}abc$ pour ſa ſolidité ou pour ſa peſanteur P. Son métacentre ſera élevé au deſſus de ſon centre de gravité de la hauteur $h = \frac{a^2}{18c}$; la valeur de $\int E^2 dm$ ſera $\frac{1}{36}a^3bc + \frac{1}{24}abc^3$, & la longueur du pendule qui repréſentera par ſes oſcillations celles du corps flottant dans le ſens de ſa longueur ſera $z = c + \frac{3c^2}{2a^2}$. Si ce bâtiment ſingulier eſt long de 80 pieds & a 10 pieds de profondeur, le pendule ſynchrone ſera de 10 pieds preſque 3 pouces; ce qui ne differe pas ſenſiblement de la longueur du pendule ſynchrone que nous avons déja trouvée pour le corps flottant formé en parallélipipede rectangle, qui, avec 80 pieds de longueur, en avoit 10 de profondeur.

⁂


C
P
O
B
Fig. 8
D
M
A
P
C
Q
Fig. 7
O
5
M
1
3
A
P
Fig. 10
M
C
A
N
S
S
N
B
Q
R
R
Q
P

Digitized by Google

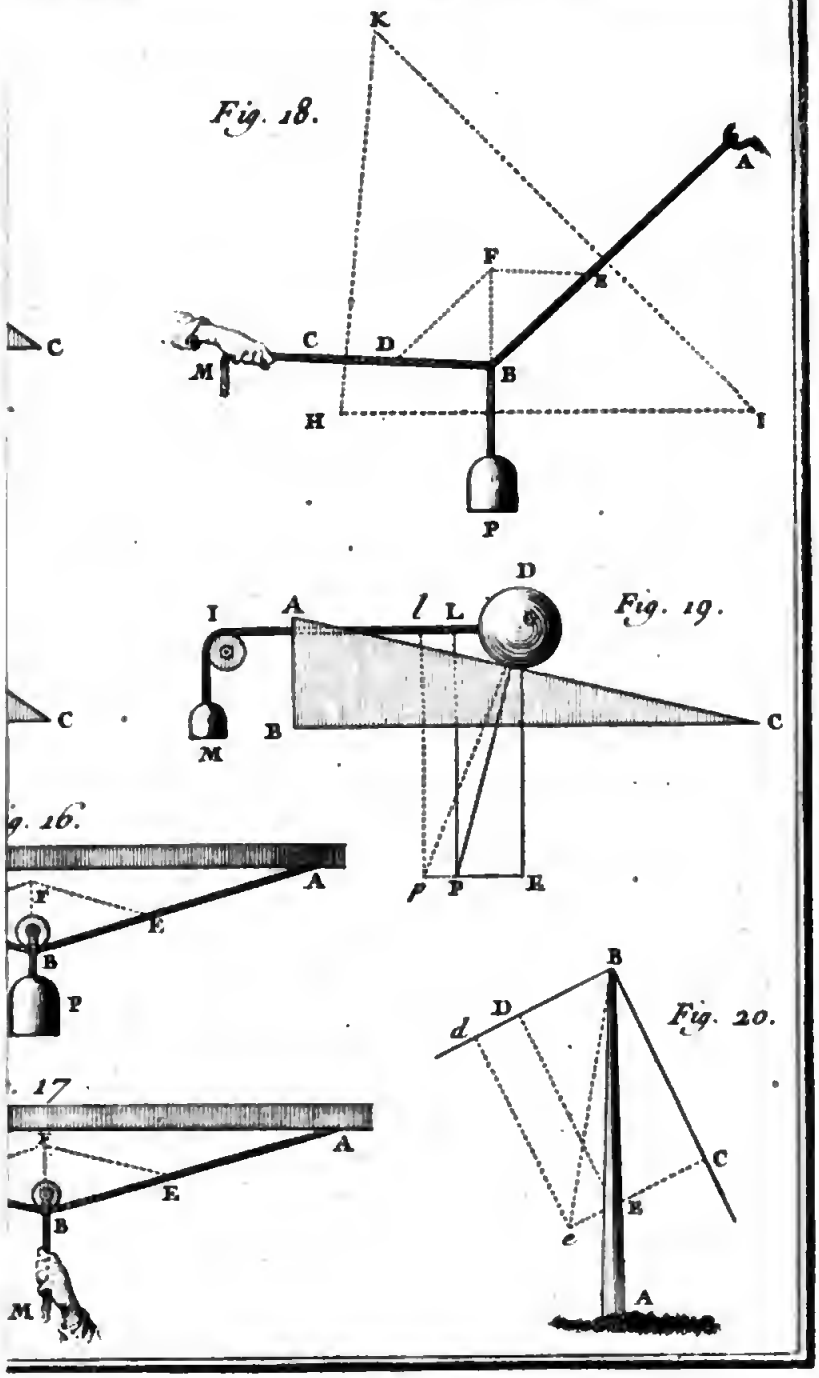


Fig. 18.
K
A
F
E
C
C
D
M
B
H
I
P
D
I
A
l
L
Fig. 19.
C
C
B
M
g. 16.
A
F
E
B
P
B
D
d
Fig. 20.
C
E
e
A
. 17.
F
A
E
B
M

Digitized by Google

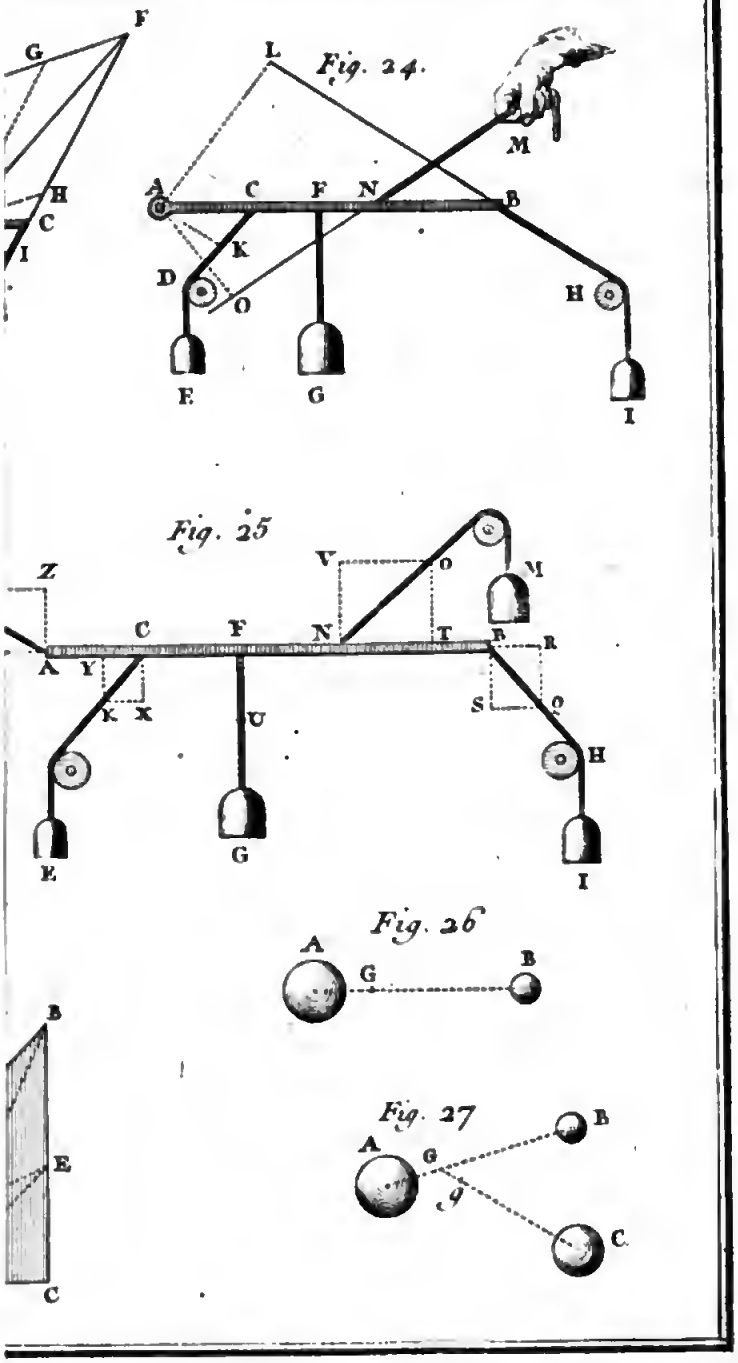
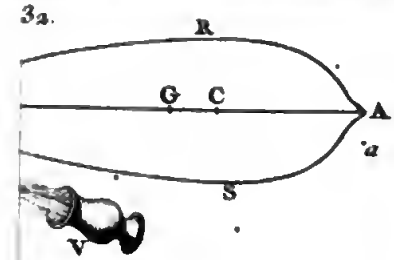


Fig. 24.

Fig. 25

Fig. 26

Fig. 27


32.
R
G C
A
a
S
V

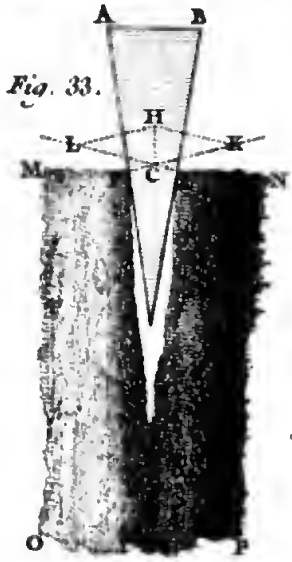


Fig. 33.
A B
H
L K
M
C
N
O
P

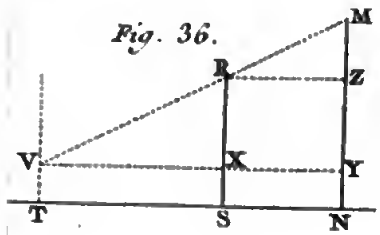


Fig. 36.
M
R
Z
V
X
Y
T
S
N

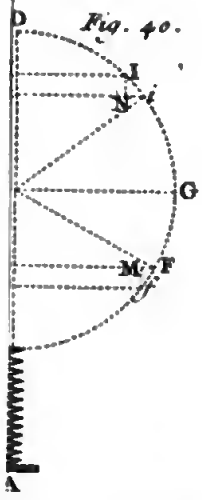


Fig. 40.
D
I
N
i
G
M
F
f
A

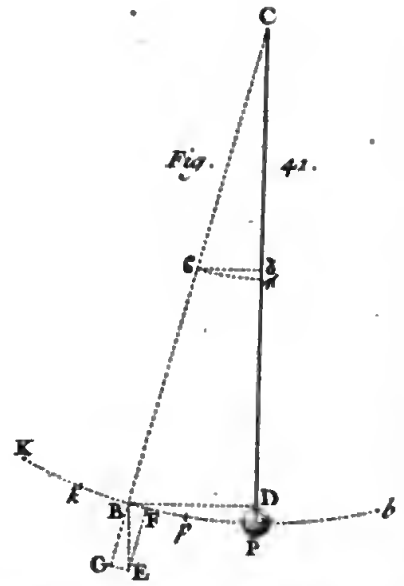
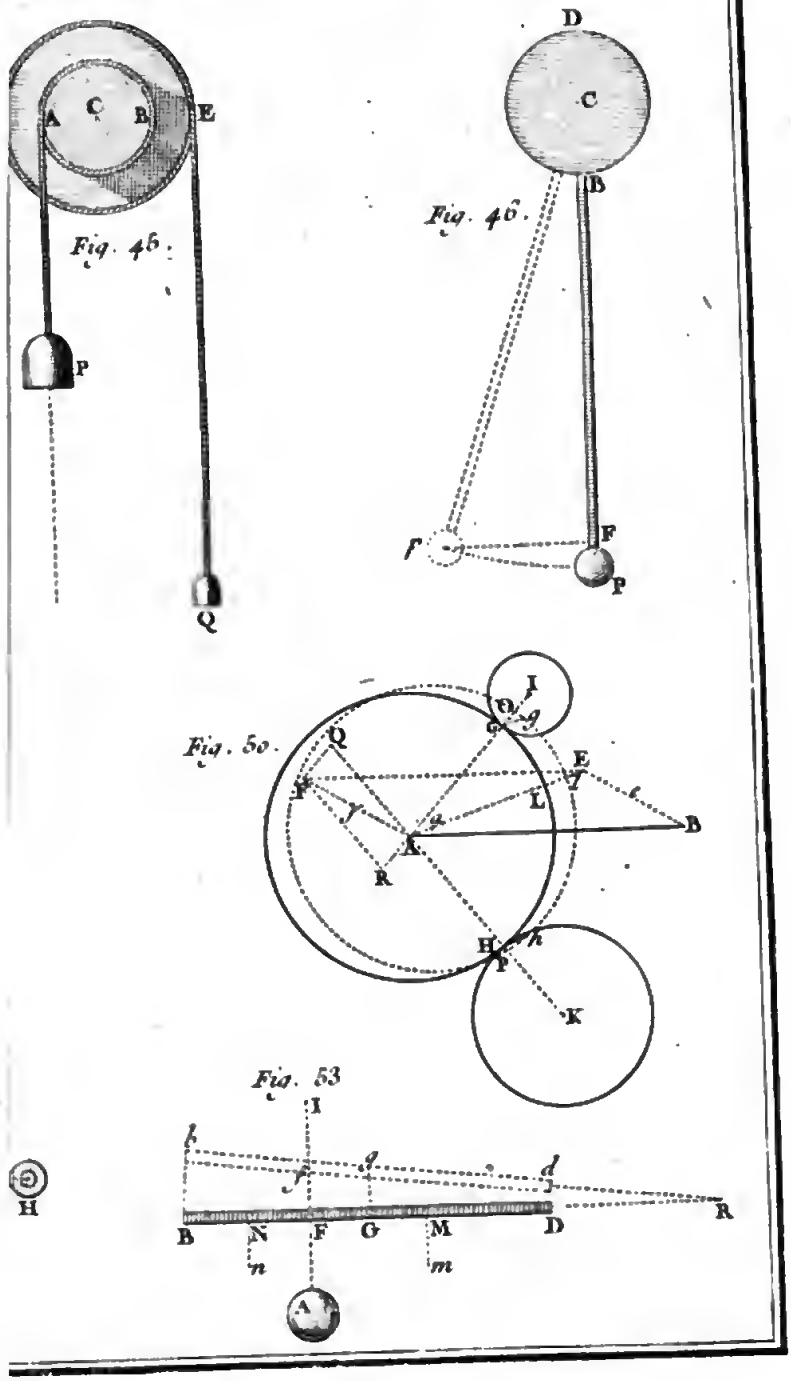


Fig. 41.
C
G
g
K
k
B
F
f
D
b
P
G
E

Digitized by Google


A
C
B
E
P
Q
Fig. 46.
D
C
B
F
P
Fig. 46.
Fig. 50.
I
Q
E
L
B
K
R
H
K
Fig. 53
I
H
B
N
F
G
M
D
R
n
m
A

Digitized by Google

Fig. 55.

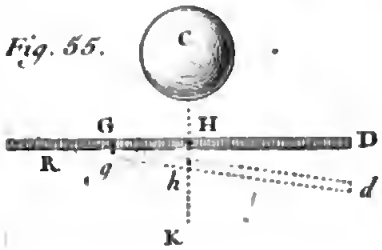


Fig. 56.

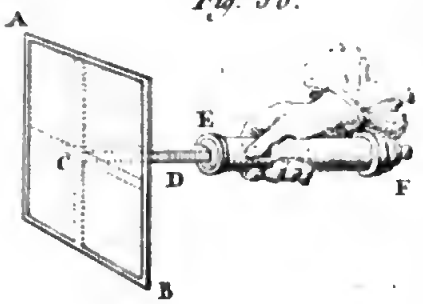


Fig. 59.

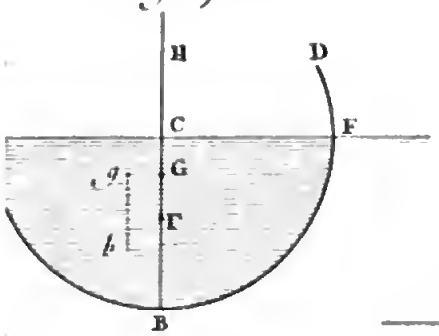


Fig. 60.

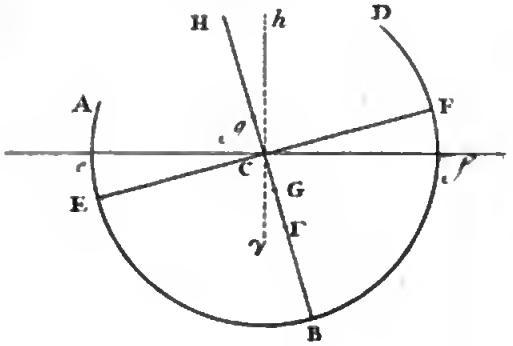
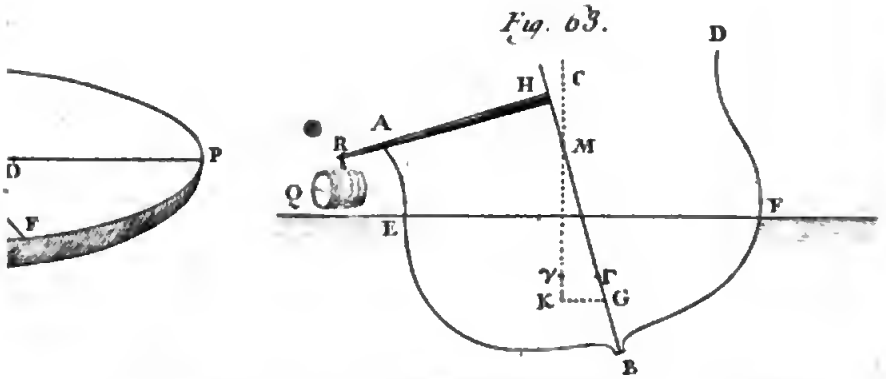


Fig. 63.



Digitized by Google

Fig. 66.

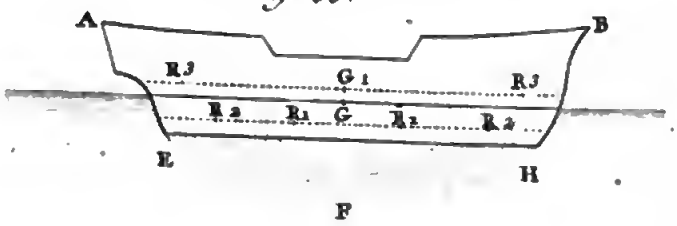


Fig. 68.

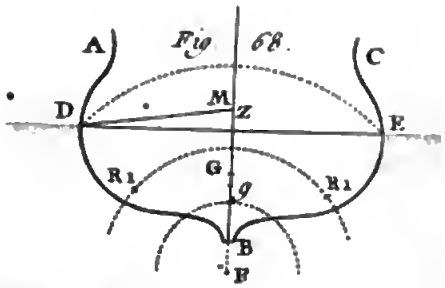


Fig. 72.

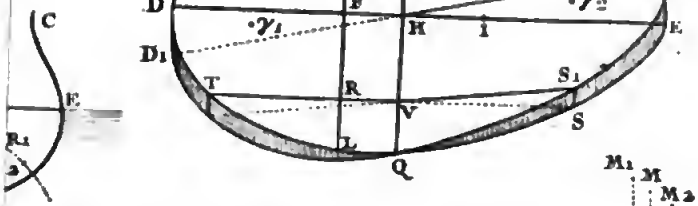
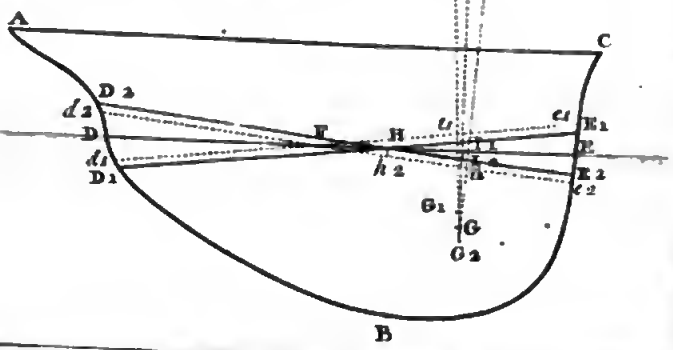


Fig. 70.



LIVRE SECOND.

Des mouvements d'évolution ou de rotation du Navire.

PREMIERE SECTION.

Faire tourner le Navire en toutes ſortes de ſens par le moyen de ſon Gouvernail & de ſes Voiles.

Nous nous occuperons dans ce Livre des moyens de donner au Vaiſſeau les mouvements d'évolution ou de tournoyement néceſſaires, lorſqu'on veut changer de route ou qu'on a quelques autres raiſons de faire prendre au Navire une autre direction. On ſe ſert pour cela par préférence du gouvernail, à cauſe de la promptitude avec laquelle il agit. C'eſt pourquoi nous commencerons nos explications par l'uſage de cet inſtrument, dont nous avons déja décrit la ſituation dans le Chap. VII. de la premiere Section de l'autre livre. On éprouvera continuellement dans la ſuite l'utilité des regles de Méchanique & de Dynamique, que nous avons données: elles nous dirigeront dans toutes les recherches que nous entreprendrons.

CHAPITRE PREMIER.

De l'uſage du Gouvernail pour faire tourner le Navire.

LE Navigateur eſt toujours cenſé regarder vers la proue pendant qu'il eſt ſitué lui-même vers la poupe, & c'eſt par rapport à cette ſituation qu'on déſigne le ſens des différents mouvements, particuliérement de ceux d'évolution. Ainſi faire tourner un Vaiſſeau vers un certain côté, c'eſt préſenter ou faire avancer la proue ou l'avant du Navire vers ce même côté. Il faut ſe reſſouvenir auſſi qu'on nomme *ſtribord* en termes de Marine le côté droit, & *bas-bord* le côté gauche. Ces deux expreſſions ſont généralement adoptées, & nous ne pouvons mieux faire que de nous en ſervir. Au lieu de dire que le Navire tourne vers la droite ou vers la gauche, on dit donc qu'il tourne vers *ſtribord* ou vers *bas-bord*. Lorſqu'on employe pour cela le gouvernail, il faut, par le moyen de cet inſtrument, faire tourner la poupe vers le côté oppoſé; ce qui ne manque pas de produire le mouvement de tournoyement ou de rotation qu'on vouloit imprimer.

Figure 73. Suppoſons que *AB* (*fig.* 73.) ſoit la quille du Vaiſſeau ou cette longue piece de bois qui eſt au deſſous de la carene, & que *BD* ſoit la largeur du gouvernail. Si le Navire ſe meut avec vîteſſe dans la direction de la quille en allant de *B* vers *A*, l'eau rencontrera le gouvernail comme ſi elle avoit un mouvement contraire, ou ſi elle alloit de *A* vers *B* ſelon des directions paralleles à la quille. Mais on ſçait qu'elle ne pouſſera pas le gouvernail ſelon les mêmes lignes: un fluide ou tout autre corps qui frappe obliquement une ſurface ne la pouſſe, comme nous l'avons vu, que par la partie de ſon mouvement qui s'exerce ſelon la perpendiculaire.

Ainſi le gouvernail ſera pouſſé ſelon *NP* avec une force qui dépendra de la vîteſſe du ſillage, & qui ſera comme cette vîteſſe multipliée par elle-même. Si le Navire va deux ou trois fois plus vîte, l'impulſion ſera quatre fois ou neuf fois plus forte. Nous parlons de l'impulſion abſolue qui eſt néanmoins toujours très-foible, ſi on la compare à toute la peſanteur du Vaiſſeau. Mais cette force agit avec un très-grand bras de levier; ſi on prolonge ſa direction *NP*, elle paſſera en *R* à une très-grande diſtance du centre de gravité *G*. Ainſi le moment de l'impulſion de l'eau ſur le gouvernail eſt très-fort, & il n'eſt pas étonnant qu'il communique un mouvement conſidérable de rotation au Navire. Cet effort jettera l'extrêmité *B* de la poupe vers le point *b*, la proue paſſera en même temps de *A* en *a*, & l'angle de rotation ou de *converſion* ſera *BCb* ou *ACa*. Figure 73.

Il eſt évident que, toutes choſes étant d'ailleurs égales, le gouvernail doit avoir une certaine ſituation pour produire le plus grand effet poſſible. Si on l'écartoit davantage du prolongement de la quille, ou ſi on fermoit un peu l'angle obtus *DBA*, il eſt certain que le gouvernail ſeroit enſuite frappé par l'eau avec plus de force, puiſqu'il recevroit le choc de l'eau plus perpendiculairement. Mais dans ce cas, la direction *NP* de l'impulſion ou de l'effort paſſeroit enſuite à une moindre diſtance du centre de gravité *G*, l'effort ſeroit appliqué à un bras de levier moins long *GR*, & il pourroit arriver que le moment de l'impulſion ou la force relative qu'a le choc de l'eau pour faire tourner le Navire, reçût plus de diminution par l'accourciſſement du bras de levier, que d'augmentation par le plus grand choc de l'eau.

Si d'un autre côté on augmentoit trop la diſtance *GR* de la direction du choc de l'eau au centre de gravité du Navire, ou ſi on vouloit que cette force fût ſituée encore plus avantageuſement pour faire tourner le Navire, on y réuſſiroit en ouvrant davantage l'angle obtus *DBA*. Alors la diſtance *GR* deviendroit plus grande; mais le

Figure 73. gouvernail frappé trop obliquement, & ne préſentant que peu ſa largeur au choc de l'eau, ne recevroit que peu d'impulſion abſolue, ce qui diminueroit également l'effet. On gagneroit, il eſt vrai, par la plus grande longueur du bras de levier; mais on perdroit davantage d'un autre côté par la diminution du choc même.

Il eſt bon de remarquer qu'on n'eſt pas aſtreint à conſidérer l'action du gouvernail de la maniere que nous venons de le faire. Au lieu d'avoir égard à la direction *RNP* ſelon laquelle elle s'exerce, nous pouvons décompoſer cette force, examiner la direction de chaque effort particulier, & voir de quelle action il eſt capable. Le gouvernail recevant une impulſion qui s'exerce ſelon la perpendiculaire *NP*, il eſt pouſſé, non-ſeulement dans le ſens de la longueur du Navire, mais auſſi dans le ſens latéral perpendiculaire à la quille. Suppoſé que *NP* repréſente toujours la grandeur de l'impulſion abſolue, & qu'on forme autour de *NP* priſe pour diagonale, le rectangle *IL* dont les côtés ſoient paralleles & perpendiculaires à la quille, nous aurons dans *NI* la partie de la force qui agit dans le ſens contraire à la route, ou qui pouſſe en arriere. Il eſt facile de voir que cette partie ne contribue que très-peu à faire tourner le Navire; car ſi on prolonge *IN*, pour avoir la diſtance de ſa direction au centre de gravité *G*, on reconnoîtra que le bras de levier *GV* auquel la force eſt comme appliquée eſt à peu-près égal à la moitié de la largeur du gouvernail, & eſt toujours un peu moindre. Ainſi la force *NI* eſt ſituée trop peu avantageuſement pour produire un mouvement de rotation ſenſible; ſon moment eſt trop foible.

Mais ce ne ſera pas la même choſe de l'autre force relative *NL* qui agit dans le ſens perpendiculaire à la longueur du Navire. Si la premiere partie *NI* eſt comme inutile, la ſeconde *NL* doit être capable d'un grand effet, parce qu'elle eſt appliquée à une grande diſtance du centre de gravité *G*, ou qu'elle agit avec un bras de levier très-long qui eſt *GQ*. Cette longueur du levier ſupplée au

peu de force de l'impulſion relative NL. Au reſte cette maniere de conſidérer l'action du gouvernail doit revenir parfaitement à la premiere dans laquelle on examine l'impulſion abſolue NP de l'eau ſans la décompoſer. Figure 73.

Tous les Auteurs qui ont traité ce ſujet, ont négligé l'effort partial NI, de même que le petit changement que ſouffre le bras de levier GQ auquel l'effort latéral NL eſt appliqué; & ils ont trouvé que le gouvernail devoit faire, avec le prolongement de la quille, un angle d'environ $54^{d}.44^{m}$. ou que l'angle obtus DBA devoit être d'environ $125^{d}.16^{m}$. Lorſqu'on fait attention à tout, on trouve encore à très-peu près la même choſe; de ſorte que les omiſſions dans leſquelles on étoit tombé, n'empêchent pas que la détermination précédente n'ait à cet égard l'exactitude néceſſaire pour la pratique.

Que l'angle le plus avantageux du Gouvernail & de la Quille n'eſt pas de $54^{d}.44^{m}$. & qu'il eſt ſenſiblement moindre.

MAIS une autre conſidération eſt peut-être plus importante, & nous donne lieu de croire que l'angle du gouvernail & du prolongement de la quille, doit être ſenſiblement diminué. L'eau, pendant le mouvement du ſillage, doit venir frapper le bas du gouvernail avec la direction qu'elle a priſe en bas, en gliſſant contre la quille. Mais le Navire ayant en haut de grandes largeurs, l'eau ne doit pas y avoir la même direction qu'en bas, elle doit s'aſſujetir à ſuivre le contour de la carene; & ſi ſa direction avoit une obliquité de 30 degrés par rapport à la quille, il faudroit, comme nous le ferons voir dans la ſuite, réduire à 38 ou 39 degrés l'angle du gouvernail & du prolongement de la quille. Il eſt vrai que chaque point inférieur demanderoit une autre ſituation de la part du gouvernail, parce que la direction du fluide y ſeroit différente. Mais, en prenant une eſpece de milieu, il faudroit toujours diminuer au moins de 7 à 8 degrés l'angle qu'on

Figure 73. avoit regardé comme le plus avantageux, ou augmenter de la même quantité l'angle obtus *DBA*.

Il eſt très-digne de remarque qu'une difficulté que les Marins ont trouvée dans l'exécution, les ait empêchés de ſe conformer à la détermination dont il s'agit, & leur ait fait éviter une faute, mais en tombant un peu dans un inconvénient contraire. On fait tourner le gouvernail par le moyen de la barre ou du timon, qui eſt attaché au haut & qui s'introduit dans le Navire par la poupe. Mais comme on a voulu que les Matelots ſoutinſſent avec moins de peine l'effort que fait l'eau ſur cet inſtrument, on a donné beaucoup de longueur à la barre, & ſi on ne la rendoit pas réellement trop longue, il en réſulteroit un deſavantage conſidérable auquel on ne penſoit pas. Le timon ou la barre a moins de jeu, parce que ſon extrêmité ſe trouve arrêtée par l'un ou l'autre flanc du Navire, & on ne donne guere jamais au gouvernail qu'une obliquité de 30 degrés par rapport à la quille.

Il eſt très-facile de s'aſſurer que cet angle eſt trop petit, mais qu'il ne faudroit pas non plus l'augmenter juſqu'à $54^{d}.\ 44^{m}$. Si on diminuoit la longueur de la barre ſeulement d'une cinquieme ou ſixieme partie, il faudroit enſuite, il eſt vrai, employer plus de force pour faire tourner le gouvernail, puiſqu'on agiroit avec un levier moins long. Mais dans les occaſions critiques, en portant la barre juſqu'à toucher le bord du Navire, on rendroit l'angle du gouvernail avec le prolongement de la quille d'environ 45 degrés, & la force de cet inſtrument, pour faire tourner le Vaiſſeau, augmenteroit à peu-près dans le rapport de 216 à 353 ou de 3 à 5; ce qui ſeroit quelquefois de la plus grande importance, principalement pour les grands Vaiſſeaux, dont tous les mouvements ſe font avec lenteur.

La figure 73 marque la ſituation que doit avoir le gouvernail pour faire tourner le Vaiſſeau vers la droite ou vers ſtribord. On a pouſſé comme dans la figure 32 la barre vers la gauche ou vers bas-bord; le gouvernail s'eſt

tourné

tourné du côté opposé; l'eau par son choc a poussé en même temps la poupe vers la gauche ou vers bas-bord, & le Navire tournant sur le point *C*, qui est un peu en avant du centre de gravité *G*, la proue a avancé vers la droite comme on le souhaitoit. Si on vouloit au contraire que le Navire tournât vers la gauche, ou prît une situation opposée à celle que représente la figure, il n'y auroit qu'à mouvoir la barre dans un autre sens. En un mot, pour faire tourner la proue du Navire vers un côté, il faut toujours pousser le gouvernail vers le même côté ou porter la barre vers l'autre. Figure 73.

On doit cependant faire attention que ce seroit tout le contraire si le Navire reculoit, comme cela arrive quelquefois. Le gouvernail n'agit en aucune maniere lorsque le Vaisseau & la mer sont dans un parfait repos. Quelquefois un courant transporte un Navire qui n'a aucun autre mouvement. Alors le gouvernail cesse encore d'être frappé; & il est donc également incapable d'action dans ce cas. Car il est trop pesant, & il n'a pas assez de largeur pour qu'on puisse en attendre le même effet que d'une rame qui par son agitation particuliere dans la mer, reçoit un choc considérable. Plus le Navire a de mouvement par rapport à la mer, plus l'action du gouvernail est grande. Mais si le Navire recule, & s'il a un mouvement réel par rapport à l'eau, le gouvernail sera frappé par sa face opposée. Au lieu d'être poussé de *N* vers *P* comme dans la figure 73, il sera poussé de *N* vers *R*; & la poupe étant transportée dans le même sens, la proue se détournera dans un sens contraire, & vers le côté où on aura mis la barre.

De la partie de l'effort du Gouvernail qui nuit au sillage.

Il nous reste une remarque à faire sur l'usage ordinaire du gouvernail: c'est qu'une partie de l'effort que fait cet instrument est nuisible au sillage, & peut causer une diminution sensible dans la vîtesse de la navigation. Lorsque

Figure 73. le gouvernail fait un angle de 45 degrés avec le prolongement de la quille, il ne reçoit que la moitié de l'impulsion qu'il recevroit s'il étoit frappé perpendiculairement. D'où il suit que sa surface se réduit à une étendue deux fois moindre. Mais il se fait encore une autre réduction; puisque tout l'effort *NP* n'est pas contraire au sillage, & qu'il n'y a que la partie *NI* qui y soit opposée, & qui est plus petite que *NP* dans le même rapport que le sinus de 45 degrés est plus petit que le sinus total. Tout considéré, si la surface du gouvernail est d'environ 80 pieds quarrés comme dans les plus grands Vaisseaux, elle se réduira d'abord à 40 pieds & ensuite à 28 ou 29, c'est-à-dire, que le gouvernail sera exposé dans le sens de la quille à un effort *NI* qui sera équivalent à l'impulsion que recevroit une surface plane de 28 à 29 pieds quarrés exposés perpendiculairement au choc.

Un pareil effort est très-digne d'attention lorsqu'il s'agit du sillage. La forme tranchante de la proue fait que sa surface n'est peut-être pas équivalente dans nos plus grands Vaisseaux en fait d'impulsion, à un plan vertical de 150 pieds quarrés. On voit donc que la difficulté que la proue éprouve à fendre l'eau, peut se trouver augmentée d'une cinquieme ou sixieme partie, par les 28 ou 29 pieds quarrés auxquels se réduit la surface du gouvernail. L'inconvenient seroit encore plus grand si on éloignoit davantage la barre de la direction de la quille, & si on portoit l'angle jusqu'à $54^{d}\ 44^{m}$; il suit de-là qu'on ne doit se servir du gouvernail que le moins qu'on peut, quoiqu'on soit obligé dans la Marine d'en faire un usage continuel & non-interrompu.

Figure 73.

CHAPITRE II.

Dénombrement des Voiles & des principaux cordages qui ſervent à les orienter.

ON peut faire tourner le Vaiſſeau également par le moyen des voiles, & même on y réuſſit dans les rencontres où le gouvernail eſt abſolument inutile. Si le Navire eſt en repos, ou s'il eſt emporté par un courant qui lui communique toute ſa vîteſſe, le gouvernail, ainſi que nous l'avons déja vu, ceſſe de ſervir, au lieu que les voiles peuvent alors agir avec force. C'eſt dans cette vue qu'on a multiplié les mâts, & qu'on a eu ſoin d'en mettre vers les deux extrêmités du Navire. Il y en a ordinairement quatre principaux. Le *grand-mât* ſitué vers le milieu de la longueur du Vaiſſeau; le mât de *Miſaine* placé vers l'extrêmité de la quille en avant; le mât de *Beaupré*, qui, au lieu d'être vertical comme les autres, eſt incliné ſur la proue & ſort du Navire. Enfin le mât *d'Artimon*, qui eſt moins haut & moins gros que les autres, & qui eſt ſitué vers la poupe.

Comme la pluralité des mâts & des voiles eſt extrêmement utile à la navigation, il faut que nous y faſſions une expreſſe attention. La figure 74. nous repréſente un Vaiſſeau que nous rapportons à ſa flottaiſon ou à la coupe de ſa carene faite à fleur-d'eau: *EF* nous marque ſa *Grand-voile* qui répond à peu près au milieu du Vaiſſeau. La ſeconde voile qui eſt également du nombre des inférieures eſt en *GH* vers la proue; & c'eſt la *Miſaine*, autrement nommée le *Bourcet* par quelques Auteurs. Cette voile & la grande ſe nomment les deux *Pacſis* ou les deux baſſes-voiles. Une troiſieme inférieure eſt ſoutenue en *IK* au deſſus de la ſurface de la mer, & on la nomme *Civadiere*; elle appartient à ce mât incliné ſur la proue qu'on nomme

Figure 74.

Figure 74. le beaupré. Enfin la quatrieme des voiles inférieures, mais qui ne ſe trouve pas dans tous les Navires, eſt appliquée en *L M* vers l'arriere, & on la nomme *l'Artimon*. Elle a preſque toujours une forme triangulaire; & en général les voiles qui ont cette figure ſe nomment *Latines*, parceque les Italiens en ont introduit l'uſage.

Au deſſus de ces quatre voiles inférieures, l'*Artimon LM*, la *Grand-voile EF*, la *Miſaine* ou le *Bourcet GH* & la *Civadiere IK*, il y en a d'autres dont il nous importe également de ſavoir les noms. La grand-voile eſt ſurmontée par deux autres voiles moins grandes, l'une ſe nomme le *grand hunier* & l'autre le *grand perroquet*. Elles ſont ſoutenues par des mâts élevés au deſſus du grand. C'eſt la même choſe à l'égard du ſecond mât qui eſt ſitué vers l'avant: il ſoutient la miſaine; & au deſſus ſe trouvent deux autres voiles, le *petit hunier* & le *petit perroquet*. Au deſſus de la civadiere, il y a auſſi très-ſouvent une autre voile; mais on ne manque jamais d'en mettre une au deſſus de l'artimon *LM*, & on la nomme le *perroquet de fougue*.

Toutes ces voiles ſont accompagnées d'un grand nombre de cordages: les uns ſervent à ſoutenir les mâts ou les différentes parties de la mâture; les autres ſont deſtinées à orienter les voiles, les manier ou leur donner différentes ſituations. L'explication de tous ces cordages n'entre pas également dans le plan que nous nous ſommes propoſé; il nous ſuffit de dire un mot de ceux qui ſervent à la manœuvre des voiles.

On plie les voiles très-promptement par le moyen des *Cargues* qui ſont des cordages ſur leſquels il ſuffit de peſer, pour obliger toutes les parties inférieures de la voile à s'élever vers la vergue, cette piece de bois qui eſt en travers du mât & qui ſoutient la voile par en haut. Ces cordages qu'on nomme cargues ſont appliqués au bas de la voile & à ſes bords, & ils vont paſſer en haur ſur des poulies qui tiennent à la vergue, pour retomber en bas dans le Vaiſſeau. Cette diſpoſition rend l'uſage des cargues très-

facile. On cargue la voile en l'obligeant de ſe plier. Mais ſi on lâche au contraire les cargues, la peſanteur des parties inférieures de la voile la fait tomber, la voile ſe développe. Figure 74.

Les angles inférieurs des voiles ſe nomment leurs *points*, & on y applique dans les voiles inférieures deux cordages qui ſervent à tirer chaque angle ou chaque point vers l'avant ou vers l'arriere. Le cordage qui ſe rend vers l'arriere ſe nomme *l'écoute*; & lorſqu'on s'en ſert pour tirer réellement un des angles de la voile vers l'arriere, on dit qu'on la *borde*. Ainſi dans la figure 74, la grand-voile *EF* & la miſaine *GH* ſont bordées du côté de bas-bord; c'eſt-à-dire, qu'en les diſpoſant obliquement par rapport à la longueur du Navire, on les a tirées du côté gauche vers l'arriere. Il a fallu pour cela lâcher l'autre cordage qui eſt arrêté au même angle de la voile & qui ſe rend vers l'avant du Navire. Ce ſecond cordage ſe nomme l'*écouet* ou l'*amure*. Toutes les fois qu'on tire ſur l'un, il faut néceſſairement lâcher l'autre ou lui permettre de s'allonger. Du côté droit du Navire ou du côté de ſtribord, on a tiré les angles inférieurs des voiles vers l'avant; on s'eſt ſervi pour cela de l'écouet ou de l'amure, & cette opération ſe nomme *amurer la voile*.

Ainſi les voiles de notre Navire ſont amurées du côté de ſtribord ou du côté droit, & elles ſont bordées du côté de bas-bord ou du côté gauche. Ce n'eſt toujours que tendre les voiles; mais les Marins ont diſtingué l'une de l'autre, ces deux manieres d'étendre les voiles, en les tirant vers l'avant ou vers l'arriere, & ils ont donné deux différents noms à ces deux opérations, de même qu'aux deux différents cordages dont ils ſe ſervent alors. *Border* la voile, c'eſt tirer un de ſes angles vers l'arriere du Vaiſſeau, & on ſe ſert pour cela de l'écoute: *amurer* la voile, c'eſt tirer l'autre angle inférieur vers l'avant.

Il ne ſuffit pas, pour orienter une voile, de tirer ſur ces cordages & de porter un de ſes angles inférieurs vers l'arriere & l'autre vers l'avant, il faut encore donner dans le

Figure 74. même temps à la vergue ou à cette piece de bois qui soutient la voile par en haut une situation convenable. Il part de chaque extrêmité des vergues, des cordages qui vont vers l'arriere du Navire & qui sont destinés à mouvoir les vergues horisontalement. Ces cordages se nomment *bras*; & lorsqu'on s'en sert pour transporter les extrêmités *E* & *G* des vergues vers l'arriere du Navire, on dit qu'on les *brasse*. Les voiles ou les vergues du Navire de la figure 74, sont donc *brassées* du côté de bas-bord ou du côté gauche. C'est de ce côté du Navire qu'on a, par le moyen des bras, fait mouvoir les vergues en allant vers la poupe.

Nos lecteurs jugent assez qu'on ne donne aux voiles, par rapport à la longueur du Navire, la disposition oblique que représente la figure, qu'afin qu'elles reçoivent le vent qui vient de côté. Le vent est censé venir ici du côté droit ou du côté de stribord. C'est pourquoi les voiles sont amurées du même côté & bordées de l'autre. Si on étoit assez mal-à-droit pour faire autrement, les voiles ne recevroient pas l'impulsion du vent, ou bien elles seroient frappées par leur surface antérieure, & elles produiroient un effet tout contraire au sillage en faisant tourner le Vaisseau. Mais pour donner encore plus au vent la facilité d'agir, on se sert des *boulines*. Ces manœuvres sont appliquées à chaque côté des voiles, & on les tire vers la proue du côté exposé au vent; ce qui empêche les voiles de se courber ou de s'intercepter elles-mêmes une partie du choc qu'elles doivent recevoir. On n'est pas continuellement obligé d'avoir recours aux boulines, mais il faut nécessairement s'en servir lorsqu'on veut dans sa navigation présenter la proue vers le vent, *pincer* le vent, le *serrer* ou singler au *plus près*. On dit aussi alors qu'on va à *la bouline*, parce qu'on ne peut pas se dispenser de faire usage de ces cordages lorsqu'on veut dans une route aller en quelque maniere contre le vent ou en approcher beaucoup la proue.

Pour mieux fixer l'imagination de quelques lecteurs, nous mettrons ici sous leurs yeux la représentation d'une basse voile, lorsqu'elle est disposée pour recevoir le vent de côté.

Le mât dans la figure 75 eſt repréſenté par *AB*, la vergue eſt *CD* qui ſoutient la voile par en haut. Ce ſont les angles *E* & *F* qui ſe nomment les points, à chacun deſquels ſont appliqués l'écoute & l'écouet. Le point *F* a été porté vers l'avant du Navire par le moyen de l'écouer ou de l'amure *FI*; la voile eſt amurée en cet endroit, & elle a été amurée du côté droit ou de ſtribord. Quant à l'autre angle *E*, il a été tiré par le moyen de l'écoute *GE* vers l'arriere du Navire; ainſi la voile eſt bordée du côté gauche ou de bas-bord. On a braſſé en même temps du côté de bas-bord: c'eſt-à-dire, qu'on a tiré vers l'arriere l'extrêmité *C* de la vergue par le moyen du cordage *CK* qui eſt le bras. Enfin pour empêcher la voile de ſe courber du côté que vient le vent, ce qui ſeroit cauſe qu'une de ſes parties ôteroit l'utilité de l'autre en l'empêchant d'être frappée, la bouline *LMN* ſert à tirer vers l'avant du Navire un des côtés de la voile. L'autre côté a auſſi ſa bouline, mais elle ne ſert pas dans cette rencontre. Nous n'avons pas repréſenté les cargues dans cette figure: il eſt aſſez facile d'imaginer comment elles ſervent à faire remonter les parties inférieures de la voile promptement en haut vers la vergue. La voile pliée enſuite & qui n'offre plus ſa ſurface au vent eſt dite *carguée*. Figure 75.

CHAPITRE III.

De l'équilibre qu'il faut mettre entre les Voiles de la proue & de la poupe pour que le Navire ne tourne pas.

NOUS paſſons derechef à la conſidération de la figure 74. Suppoſé que toutes les voiles ſoient diſpoſées ou orientées comme elles ſont repréſentées ici, le Navire marche néceſſairement de côté en avançant plus vers la gauche que vers la droite à cauſe de la maniere dont il eſt pouſſé par

Figure 74. le vent. L'un des côtés de la carene étant plus exposé au choc de l'eau, la réſiſtance que fait le fluide s'exerce ſelon une direction *OP*. Le Navire va frapper l'eau; c'eſt préciſément la même choſe que ſi l'eau venoit le frapper; & elle le frapperoit obliquement, puiſque le mouvement du ſillage ne ſe fait pas exactement ſelon la quille. Mais pendant que le Navire eſt repouſſé par l'eau ſelon *OP*, il faut que les voiles de la proue & de la poupe ſe contrebalancent réciproquement & ſoient dans un parfait équilibre de part & d'autre de la direction *OP*. Si cet équilibre ne ſubſiſtoit pas, ou ſi les voiles de la proue étoient relativement plus fortes ou plus foibles que celles de la poupe, le Navire tourneroit & ne ſuivroit pas conſtamment la même route.

Notre Vaiſſeau marche ſelon la route *CR*, quoiqu'il ſoit pouſſé par le vent ſelon une direction exactement contraire à *OP*. En marchant ſur *CR* il n'eſt pas repouſſé par l'eau ſelon cette ligne. Nous avons vu ci-devant qu'il falloit mettre une grande diſtinction entre la direction d'un fluide & la ligne ſelon laquelle la ſurface qu'il frappe eſt pouſſée. Les marins nomment angle de *la dérive* l'angle *ACR* que fait la quille ou axe de la carene avec la route *CR* que ſuit le Navire qui ſe meut obliquement. Le mouvement ſe faiſant ſelon *CR*, la proue eſt repouſſée par l'eau ſelon *OP*. Cette derniere ligne ou direction réſulte de toutes les perpendiculaires ſelon leſquelles chaque partie de la proue eſt pouſſée. Mais cela ſuppoſé, il faut que les voiles ſoient en équilibre de part & d'autre de *OP*, ou pour mieux dire, il faut que l'effort total des voiles ſoit exactement égal à l'effort abſolu de l'eau ſur la proue ſelon *OP*, & que ces deux forces agiſſent préciſément ſur la même ligne, mais en ſens contraire. En effet, ſi ces forces contraires n'étoient pas exactement égales, le Navire perdroit l'uniformité de ſon mouvement; il recevroit quelques nouveaux degrés de mouvement, ou il en perdroit, par l'action de l'une ou de l'autre de ces deux forces.

Il n'importe lorſque les efforts du vent & de l'eau ſont exactement égaux & contraires, que leur direction *O P* paſſe à une grande diſtance du centre de gravité *C* du Navire. Tout effort dont la direction ne paſſe pas le centre de gravité d'un corps, tend à le faire tourner: mais ici les deux efforts ſuſpendent l'effet l'un de l'autre; ils s'anéantiſſent réciproquement & leurs moments ſont égaux. Ainſi il ne doit y avoir aucun mouvement de rotation auſſi-tôt que l'équilibre ſubſiſte entre les voiles de proue & de la poupe, ou que la direction de leur effort commun tombe exactement ſur la direction *O P* du choc de l'eau, & qu'il y a égalité entre les deux impulſions totales. Figure 74.

Lorſque le Navire a exactement vent en poupe, ou qu'il ſingle vent arriere, la plus grande partie de ſes voiles lui devient inutile; mais s'il n'y a plus alors d'équilibre entre les unes & les autres, il y en a au moins toujours entre les deux moitiés de chaque voile. On ne ſe ſert pas ordinairement alors des voiles de la poupe, parce qu'elles couvriroient celles de la proue qui ſont préférables; par la même raiſon, qu'on réuſſit plus aiſément à mouvoir d'un mouvement uniforme un corps d'une certaine longueur, en le tirant par ſon extrêmité antérieure qu'en le pouſſant par ſon extrêmité poſtérieure. On cargue donc la grand-voile *E F* (*fig. 76*) afin de laiſſer le vent agir ſur la mizaine *G H*; mais on ſe ſert du grand hunier & du grand perroquet qui ſont au deſſus de la grand-voile. On ſe ſert outre cela très-ſouvent de la civadiere *I K*, afin qu'elle reçoive le vent qui paſſe ſous la miſaine & qui ſe perdroit. Figure 76.

Le Navire ne tend pas plus alors à avancer d'un côté que de l'autre, du côté de ſtribord que de bas-bord, il ſuit la direction de ſa quille; il avance ſelon *C R* ſans être ſujet à aucune dérive; l'angle *A C R* diſparoît. La figure réguliere de la proue eſt cauſe auſſi qu'elle eſt repouſſée ſelon la même ligne, & que l'effort de l'eau eſt directement contraire à l'effort du vent. Mais il faut toujours, pour que le Navire ſingle d'un mouvement uniforme, que les deux

Figure 76. efforts ſoient parfaitement égaux ; autrement ils ne ſuſpendroient pas réciproquement l'effet l'un de l'autre.

Cependant il ne faut pas prendre dans la derniere rigueur ce que nous diſons de l'équilibre entre les efforts du vent & de l'eau. Tout le monde ſait combien le vent eſt variable, les girouettes ſont dans un mouvement preſque continuel ; & il ne faut pas imaginer qu'on puiſſe trouver plus de régularité dans l'agitation des flots qui frappent le Navire. Ainſi l'équilibre dont nous parlons n'eſt exact que pendant des inſtants très-courts, qui ſont ſans ceſſe interrompus. En effet, les timoniers ou les matelots qui ſont à la barre du gouvernail ſont dans un travail continuel pour trouver un état dans lequel ils ne ſauroient fixer leur Vaiſſeau. Suppoſé qu'on ſe ſoit écarté de la vraie route vers ſtribord, on ſe ſert du gouvernail pour faire revenir le Navire vers bas-bord, & on y réuſſit. Mais le mouvement qu'on imprime, porte toujours le Navire trop loin ; & il faut ſe ſervir encore du gouvernail pour produire un *élan* dans l'autre ſens. C'eſt continuellement la même choſe. Le Navire, au lieu de tracer par ſon ſillage une ligne droite, décrit un aſſemblage de petites lignes qui, en ſe ſuivant, font toujours des angles les unes avec les autres.

Lorſque le défaut d'équilibre entre les voiles de l'avant & de l'arriere ſe fait ſentir continuellement dans le même ſens, ou que le Vaiſſeau tend toujours à ſe jetter vers un certain côté, on juge aſſez qu'il faut expoſer alors au vent quelque nouvelle voile, ou qu'il faut en changer la diſtribution. On pourroit avoir recours au gouvernail ; mais l'uſage de cet inſtrument ſeroit alors tout à fait nuiſible : il retarderoit la marche par la partie de l'effort qui agit dans le ſens de la quille. L'inconvenient eſt incomparablement moindre lorſque la diſpoſition des voiles eſt parfaite, & que l'équilibre n'eſt troublé que par l'inconſtance du vent & des vagues. Il faut néceſſairement alors avoir recours au remede prompt que fournit le gouvernail. Mais en faiſant paſſer ſans ceſſe cet inſtrument d'un côté à l'autre, il eſt ſans action une partie du temps. Dailleurs

il n'eſt pas néceſſaire de lui faire faire un ſi grand angle avec la quille.

CHAPITRE IV.

De la maniere de faire tourner le Vaiſſeau par le moyen de ſes voiles.

PUISQUE l'équilibre entre l'effort du vent ſur les voiles & l'impulſion de l'eau ſur la proue entretient ſeul l'uniformité du ſillage ſur la même ligne, il eſt évident qu'on fera tourner le Navire de quel côté on voudra, en troublant ſimplement cet équilibre. S'il s'agit de faire enſorte que le Vaiſſeau de la figure 74 préſente davantage ſa proue au vent, ou qu'il *vienne au vent* ou *au lof*, comme s'expliquent les Marins, on peut produire ce mouvement, comme nous l'avons vû, par le moyen du gouvernail, en pouſſant la barre du côté oppoſé à celui vers lequel on veut que le Navire tourne. Mais ſuppoſé que le Navire n'obéiſſe pas à ſon gouvernail, il n'y aura qu'à carguer ou ſerrer quelques-unes des voiles de la proue; & alors, s'il n'y a aucun obſtacle, celles de la poupe agiſſant comme les poids d'une balance dont on a déchargé un des baſſins, elles pouſſeront la poupe ſous le vent; c'eſt ici vers bas-bord; & par conſéquent la proue ne manquera pas de ſe tourner davantage vers le vent ou vers ſtribord. Figure 74.

Si on veut au contraire que le Navire préſente moins ſa proue au vent, ou qu'il *arrive*, pour parler en termes de Manœuvre, il n'y aura qu'à mettre la barre du gouvernail du côté d'où vient le vent; c'eſt-à-dire, qu'il faudra la mettre ici du côté de ſtribord ou du côté droit. La poupe ſera pouſſée par le gouvernail vers le même côté; & par conſéquent la proue ſe tournera vers la gauche ou vers bas-bord. Pour produire ce même mouvement avec plus de force, il n'y aura qu'à carguer les voiles de la

Figure 74. poupe, l'effort total du vent ne tombera plus enſuite ſur la direction *P O*, mais ſur une autre direction plus voiſine de la proue, & les voiles de l'avant prévalant dans cet effort, pouſſeront cette partie du Vaiſſeau ſous le vent ou le feront tourner vers la gauche ou vers bas-bord.

Ainſi on voit en général que les voiles de la poupe ſervent à faire *venir* le Navire *au vent* ou *au lof;* au lieu que les voiles de l'avant produiſent un effet contraire en jettant la proue ſous le vent, & en faiſant *arriver* le Navire, dont la route forme enſuite un plus grand angle avec la direction du vent. Cependant le ſuccès de ces deux différentes manœuvres ou évolutions n'eſt pas également prompt ni infaillible. On eſt ordinairement bien plus ſûr de réuſſir à faire venir le Navire au vent qu'on n'eſt ſûr de le faire tourner dans l'autre ſens ou de le faire *arriver*. Lorſqu'on cargue les voiles de la proue tout-à-coup, les autres voiles jettent la poupe ſous le vent, & elles ſont aidées par la hauteur de l'arriere du Vaiſſeau, qui fait auſſi la fonction de voile. Outre cela le choc de l'eau ſur la carene, contribue puiſſamment à produire le même effet, en agiſſant ſelon *O P* & en pouſſant la proue vers le vent. Le moment de cet effort eſt d'autant plus grand que la direction *O P* paſſe à une diſtance conſidérable du centre de gravité *C* du Navire. Ainſi le Navire doit venir au vent ou au lof avec une extrême facilité. On peut le comparer alors à un levier ou une verge inflexible qu'on pouſſe de différents côtés par ſes deux extrêmités. Le vent jette la poupe d'un côté & l'effort de l'eau pouſſe la proue de l'autre, en contribuant au même mouvement.

Mais ce n'eſt pas la même choſe lorſqu'on veut faire tourner le Navire dans un ſens contraire ou qu'on veut le faire *arriver*. On cargue les voiles de l'arriere, afin que les voiles de l'avant devenues comme plus fortes, procurent le mouvement de rotation en faiſant *abattre* la proue ou en la jettant ſous le vent. Mais l'effort de l'eau ſelon *O P* s'y oppoſe ; l'eau pouſſe la proue vers le vent avec une très-grande force abſolue, puiſque l'impulſion de l'eau

ſur la proue eſt ſeule égale à l'impulſion du vent ſur toutes les voiles lorſque le Navire ſingle d'un mouvement uniforme. Il ſuit de-là que le mouvement de rotation, dont il s'agit, doit s'opérer ordinairement avec lenteur, puiſque ce n'eſt pas ici le cas où deux forces travaillent à produire le même effet, mais celui où il faut que l'une ſurmonte l'obſtacle que forme l'autre. Quoi qu'il en ſoit, la ſuppreſſion des voiles de la poupe eſt cauſe que le Navire ne ſingle plus ſi vîte; & l'effort de l'eau contre la proue ſelon *OP* diminuant, par cette même raiſon les voiles de la proue dont l'effort ne diminue pas, doivent à la fin l'emporter. Figure 74.

On voit aſſez que la facilité qu'a le Navire à venir au vent, & la difficulté qu'on éprouve à le faire tourner dans un ſens contraire ou à le faire arriver lorſqu'on ſuit une route oblique, dépend entiérement de la figure de la carene & principalement de ce que la direction *OP* du choc de l'eau ſur la proue paſſe toujours en avant du centre de gravité *C*. Comme cette conſidération eſt de la plus grande importance, nous croyons devoir nous en occuper ici un peu davantage.

Suppoſons qu'on cargue ou qu'on *amene* à la fois & très-promptement toutes les voiles du Navire que nous avons ſous les yeux, celui de la figure 74, on fera ceſſer preſque ſur le champ toute l'impulſion du vent, mais on n'éteindra pas pour cela toute la vîteſſe du ſillage. Le Navire continuera à ſuivre la route *CR* pendant les premiers inſtants, & ſa carene ſera toujours repouſſée par le choc de l'eau ſelon la direction *OP*. Mais cet effort, qui eſt très-grand, doit néceſſairement faire tourner le Navire, puiſque ſa direction ne paſſe point par le centre de gravité *C*, & que rien ne s'oppoſe à ſon action. Le Vaiſſeau, en tournant, préſentera donc ſa proue au vent; c'eſt-à-dire, qu'il ſe tournera du côté oppoſé à celui vers lequel il dérivoit.

Il n'y auroit qu'un moyen d'éviter cet effet ou d'empêcher le Navire de venir au vent en carguant toutes ſes voiles à la fois. Il n'y auroit qu'à employer beaucoup de

Figure 74. temps à cette opération. Car à meſure qu'on diminueroit de leur étendue à toutes proportionnellement, le Navire perdroit de la vîteſſe de ſon ſillage, quoiqu'il ſuivît toujours la même route *CR*. L'impulſion de l'eau ſelon *OP* contre la proue deviendroit donc continuellement moindre, & les efforts du vent & de l'eau ſeroient toujours ſenſiblement égaux; ce qui les rendroit l'un & l'autre incapables d'action pour imprimer quelque mouvement de rotation au Navire. Enfin lorſqu'au bout d'un certain temps, le vent ne pouſſeroit plus le Vaiſſeau, parce que toutes ſes voiles ſeroient ſerrées, le choc de l'eau ſur la proue ſeroit auſſi devenu nul; & le Navire reſteroit par conſéquent en repos ſans avoir tourné.

Ceci montre qu'il faut mettre de la diſtinction dans la promptitude avec laquelle on exécute différentes manœuvres. Toutes les fois qu'on n'a pas à combattre l'effort de l'eau contre la proue ſelon la ligne oblique *OP*, on ne ſauroit agir avec trop de célérité. Si on a au contraire contre ſoi cet effort de l'eau, on gagne preſque toujours à opérer moins vîte, parce qu'on donne à cet effort le temps de ſouffrir une diminution conſidérable. Mais il y a une infinité de rencontres dans leſquelles il faut que les évolutions ſe faſſent avec promptitude. Il arrive une infinité d'accidents lorſqu'un Navire n'obéit pas aſſez vîte & qu'on veut le faire tourner en éloignant ſa proue du vent. On a donc été obligé de multiplier les voiles de la proue, afin de pouvoir les oppoſer dans l'occaſion à cet effort de l'eau qu'on a trop ſouvent à contrarier.

On eſt peut-être diſpoſé à penſer que c'eſt la direction *OP* du choc de l'eau qui fait la ſéparation des voiles de la proue & de la poupe; au lieu que c'eſt réellement le centre de gravité *C* du Vaiſſeau. En effet, une force quelconque ne tend à faire tourner un corps que lorſque ſa direction ne paſſe pas par le centre de gravité de ce corps; & on ſait auſſi que le ſens, ſelon lequel ſe fait le mouvement de rotation, eſt toujours déterminé par le côté vers lequel eſt ſituée la direction de la force mouvante. Il

n'importe qu'une voile ſoit ſituée d'un côté ou de l'autre de la direction OP, elle travaillera toujours à faire arriver le Navire ou à pouſſer la proue ſous le vent, pourvu qu'elle ſoit ſituée en avant du centre de gravité C; & elle produira réellement cet effet ſi ſon effort relatif ou ſon moment, par rapport au centre C, eſt plus grand que le moment de l'impulſion de l'eau ſelon OP. Suppoſons pour un inſtant qu'une voile eſt ſituée en Z à quatre fois moins de diſtance du centre de gravité C que la voile GH, & que d'un autre côté cette même voile qui eſt ſituée en Z, & qui agit ſelon ZY, ſoit cinq fois plus grande que la voile GH qui agit ſelon TX. Dans ce cas la premiere voile auroit plus de force relative que la ſeconde pour faire tourner le Navire; mais pour ſavoir ſi le Navire obéiroit à l'effort de cette voile ou à l'effort de l'eau qui s'exerce ſelon OP, & qui tend à produire un mouvement de rotation contraire, il faudroit voir lequel des deux efforts a plus de moment ou de force relative; il faudroit multiplier chaque effort par la diſtance de ſa direction au centre C. Figure 74.

Le grand mât eſt toujours arboré fort près du centre de gravité du Navire; & comme la charge ſe diſtribue quelquefois dans la cale d'une maniere fort irréguliere, on ne ſait pas ſouvent ſi la grand-voile fait la fonction de voile de proue ou de poupe, & il eſt même très-poſſible qu'elle en change. C'eſt ce qui peut arriver lorſqu'un Navire qui eſt très-chargé vers l'arriere, ſe trouve enſuite chargé beaucoup plus vers l'avant. Ces deux différentes diſtributions de la charge font paſſer le centre de gravité de l'arriere à l'avant; & ce point peut prendre une ſituation différente par rapport au grand mât. Ce changement n'eſt pas ſubit; au lieu que nous en avons d'autres qui le ſont. La grand-voile EH appartient à la poupe dans notre figure; mais ſi on larguoit l'écoute ou le cordage qui retient l'angle d'en bas de la voile ſous le vent, la partie de la voile qui eſt du côté droit ou à ſtribord ſeroit enſuite moins expoſée au vent, en ſe courbant davantage,

Digitized by Google

Figure 74. ou en devenant parallele au vent ; & l'autre partie, celle qui eſt ſous le vent, pourroit recevoir au contraire une plus forte impulſion, parce qu'elle ſeroit frappée plus perpendiculairement ; mais il pourroit arriver encore que ſa direction paſſât enſuite en avant du centre de gravité *C* : ainſi elle ceſſeroit alors de faire la fonction de voile de poupe, & elle contribueroit à pouſſer la proue ſous le vent, ou à faire arriver le Navire.

Que les voiles de la Proue & de la Poupe peuvent avoir auſſi des uſages tout contraires à ceux qu'on vient de leur attribuer.

NOUS avons encore quelques remarques aſſez importantes à joindre aux précédentes. Les voiles de la proue & de la poupe ne ſont pas aſtreintes aux uſages que nous leur avons aſſignés juſques ici, & on peut dans une infinité de cas, quand on le veut, produire par leur moyen
Figure 77. des effets tout contraires. Le Navire de la figure 77 reçoit le vent qui vient du côté droit ou de ſtribord, & qui vient auſſi de l'arriere, & on veut que la miſaine *GH* ſerve à faire venir ce Navire au vent. Il n'y a qu'à la diſpoſer comme le marque la figure, & il n'y aura pour cela qu'à la border & la braſſer, non pas ſous le vent comme à l'ordinaire, mais du côté du vent : c'eſt-à-dire, que par le moyen de l'écoute & du bras, il faudra tirer d'une certaine quantité le bas & le haut de la voile *GH* vers l'arriere du côté du vent, qui eſt ici ſtribord. Cette voile agira en partie enſuite ſelon le ſens de la quille & ſelon le ſens perpendiculaire à la longueur du Vaiſſeau, mais cette derniere force, qui eſt repréſentée par *ML* travaillera à produire l'effet ſouhaité. Il eſt très-aiſé d'évaluer cette force. Si on connoît l'étendue de la voile avec la viteſſe du vent, on aura l'effort abſolu *MP* ; & il ne reſtera plus qu'à le décompoſer pour avoir *ML* qu'on multipliera par le bras de levier *CM*.

Lorſque le vent vient du côté de la proue, on peut également

lement ſe ſervir de la miſaine pour faire venir davantage le Navire au vent ou pour l'obliger à diriger encore plus ſa proue vers le vent. La figure 78 nous met ſous les yeux cette diſpoſition. La voile au lieu d'être frappée par ſa ſurface poſtérieure, comme elle l'eſt ordinairement, eſt frappée par ſa ſurface antérieure. Le vent *n'eſt pas dans la voile*, ſi nous adoptons la maniere de parler des marins, mais la *voile eſt ſur le mât ;* au lieu de s'éloigner du mât en s'enflant par l'action du vent, elle s'appuie ou s'applique ſur le mât. Elle eſt pouſſée ſelon *MP*; & de cet effort abſolu, il y a la partie *ML* qui agiſſant perpendiculairement à la quille avec le bras de levier *MC*, travaille à faire tourner le Navire & à l'obliger de préſenter encore ſa proue plus au vent. Figure 78.

La miſaine eſt également ſur le mât dans la figure 79; mais elle travaille par ſon effort relatif *ML* à faire arriver le Navire ou à jetter ſa proue ſous le vent. L'artimon dans la figure 80, tend auſſi à produire le même mouvement de rotation pendant qu'il eſt frappé par le vent *VM*. Il agit ſelon la perpendiculaire *MP*, & il y a la partie *ML* de ſon effort qui tend à faire venir la poupe au vent, & à faire tomber par conſéquent la proue ſous le vent. Cette voile, ſi elle étoit ſeule, feroit auſſi aller le Navire un peu en arriere, & dans ce cas le gouvernail *BD* ſitué comme il eſt, favoriſeroit le mouvement de rotation produit par la voile. Figure 80.

Regles pour orienter une voile de maniere qu'elle produiſe le plus grand effet poſſible en faiſant tourner un Vaiſſeau.

ENFIN il eſt bien facile de juger qu'il y a une ſituation préciſe à donner à chaque voile, pour qu'elle produiſe le plus grand effet poſſible. En attendant que nous en donnions dans la ſuite la démonſtration, nous indiquerons ici une regle ſûre dont on pourra ſe ſervir. Nous voulons

Figures 77, 78, & 80. qu'une voile (*fig.* 77, 78, 80) faſſe le plus grand effort pour faire tourner le Navire *AB*. L'effort relatif qu'il s'agit de rendre le plus grand, doit s'exercer ſelon la perpendiculaire *ML* à la longueur du Navire. Les pavillons & les girouettes nous indiquent la direction *VM* du vent; ainſi nous connoiſſons toujours l'angle *VML* que fait le vent avec la perpendiculaire *ML* à la longueur du Navire, & il ne s'agit que de diviſer cet angle de la maniere la plus avantageuſe par la voile. C'eſt ce que nous exécuterons en rendant la tangente de l'angle d'incidence apparent *VMH* ou *VMF* du vent ſur la voile, double de la tangente de l'angle *HML* ou *FML*; ou bien nous prendrons le tiers du ſinus de l'angle total *VML* & nous aurons le ſinus de l'excès de l'angle d'incidence ſur l'angle *HML* ou *FML* que doit faire la voile avec la perpendiculaire *ML* à la longueur du Navire.

On pourra décider preſque à vue d'œil, ſi on ſe conforme aſſez à l'une ou l'autre de ces deux regles. On meſurera les deux angles *VMH* & *HML* (*fig.* 77, 78,) ou *VMF* & *FML* (*fig.* 80) & on verra ſi la tangente du premier eſt double de celle du ſecond, ou ſi l'excès de l'un ſur l'autre, a pour ſinus le tiers du ſinus de l'angle total *VML*. Suppoſé que le premier ſoit de 50 degrés, il faut que l'autre ſoit d'environ $30\frac{1}{4}$ degrés. Si l'angle d'incidence eſt de 45 degrés, il faut que la voile ſoit éloignée de la perpendiculaire à la quille d'environ $26\frac{1}{2}$ degrés; & pour tous les angles plus petits, il ſuffira que l'angle d'incidence apparent du vent, ſoit à peu-près double de l'autre angle: c'eſt-à-dire, que l'angle d'incidence ſera à peu-près les deux tiers de l'angle *VML*. A meſure que le Navire tournera, l'angle *VML* changera; mais lorſqu'on s'appercevra du changement, il n'y aura, par le moyen des écoutes & des bras, qu'à changer auſſi un peu la ſituation de la voile. Nous joignons ici deux petites tables qu'on pourra conſulter. La premiere ſe rapporte aux diſpoſitions repréſentées dans les figures 74 & 79, & la ſeconde répond aux diſpoſitions des figures 77, 78 & 80.

TABLE *des diſpoſitions les plus avantageuſes d'une voile pour pouſſer ſous le vent.*

Angles du vent & de la quille.	Angles de la voile & de la quille.		Angles d'incidence du vent ſur la voile.	
Degrés.	Degrés.	Minutes.	Degrés.	Minutes.
0	54	44	54	44
2 ½	53	7	55	37
5	52	10	57	10
7 ½	50	53	58	23
10	49	36	59	36
12 ½	48	14	60	44
15	46	53	61	53
17 ½	45	32	63	2
20	44	8	64	8
22 ½	42	43	65	13
25	41	18	66	18
27 ½	39	51	67	21
30	38	23	68	23
32 ½	36	53	69	23
35	35	25	70	25
37 ½	33	55	71	25
40	32	22	72	22
42 ½	30	51	73	21
45	29	18	74	18
47 ½	27	45	75	15
50	26	11	76	11
52 ½	24	55	77	5
55	23	0	78	0
57 ½	21	24	78	54
60	19	48	79	48
62 ½	18	21	80	41
65	16	32	81	32
67 ½	14	55	82	25
70	13	16	83	16
72 ½	11	37	84	7
75	9	59	84	59
77 ½	8	20	85	50
80	6	40	86	40
82 ½	5	0	87	30
85	3	20	88	20
87 ½	1	40	89	10
90	0	0	90	0

TABLE *des diſpoſitions les plus avantageuſes d'une voile pour porter au vent.*

Angles du vent & de la quille.	Angles de la voile & de la quille.		Angles d'incidence du vent ſur la voile.	
Degrés.	Degrés.	Minutes.	Degrés.	Minutes.
0	54	44	54	44
2 ½	55	57	53	27
5	57	10	52	10
7 ½	58	23	50	53
10	59	35	49	35
12 ½	60	45	48	15
15	61	54	46	54
17 ½	63	1	45	31
20	64	7	44	7
22 ½	65	13	42	43
25	66	17	41	17
27 ½	67	22	39	52
30	68	23	38	23
32 ½	69	25	36	55
35	70	25	35	25
37 ½	71	25	33	55
40	72	24	32	24
42 ½	73	22	30	52
45	74	19	29	19
47 ½	75	15	27	45
50	76	11	26	11
52 ½	77	6	24	36
55	78	0	23	0
57 ½	78	54	21	24
60	79	48	19	48
62 ½	80	40	18	10
65	81	33	16	33
67 ½	82	25	14	55
70	83	16	13	16
72 ½	84	7	11	37
75	84	58	9	58
77 ½	85	49	8	19
80	86	39	6	39
82 ½	87	30	5	0
85	88	20	3	20
87 ½	89	10	1	40
90	90	0	0	0

CHAPITRE V.

Faire revirer un Navire, ou le faire paſſer d'une route du plus près à l'autre route du plus près.

LA manœuvre qui paroît la plus difficile à exécuter & qu'on répete néanmoins très-ſouvent, c'eſt lorſqu'ayant le vent en partie contraire & d'un certain côté, on veut ſuivre une autre route en préſentant au vent l'autre flanc du Vaiſſeau. La figure 81 nous donne l'idée d'un Navire qui va *au plus près*, dont les voiles ſont amurées à ſtribord ou du côté droit, & bordées du côté gauche ou de bas-bord. On ſe ſouvient que les voiles ſont amurées par celui de leurs angles inférieurs qu'on fait avancer vers la proue, & qu'elles ſont au contraire bordées par celui de leurs angles, qu'on fait approcher de la poupe, en tirant ſur l'écoute. Le Navire repréſenté par notre figure ſingle *au plus près*. Car ſi on diminuoit davantage l'angle *VSA* que fait ſa quille avec la direction du vent, il marcheroit moins vîte & ne feroit point tant de progrès vers le vent, & même le vent pourroit prendre ſur les voiles ou frapper leur ſurface antérieure.

Figure 81.

Nous avons déja vu que le Navire ne ſuit pas dans cet état la direction de ſon axe ou de ſa longueur, & que ſa route *CR* fait avec ſa quille un angle *ACR* que les Marins nomment angle de la dérive. On a ſouvent des raiſons particulieres d'embraſſer cette route; mais on la ſuit auſſi le plus ſouvent, parce qu'on ne peut pas ſingler directement contre le vent. Il faudroit faire quelquefois la route *SV* pour ſe rendre à l'endroit où on veut aborder; & dans l'impoſſibilité où l'on eſt de ſuivre cette route, on marche ſelon *CR*; mais après avoir tenu cette direction un certain temps, on en change, on préſente au vent le côté

de bas-bord ou le flanc gauche du Navire comme dans la figure 83. On ſuit une route également oblique par rapport à la direction du vent, mais d'un côté différent : & il eſt évident que ces deux routes à la ſuite l'une de l'autre, ſont équivalentes à une ſeule qu'on auroit faite ſelon *SV* dans un ſens tout à fait contraire au vent. Figure 83.

Lorſqu'on veut changer la diſpoſition de la figure 81, en celle de la figure 83, ou celle-ci en l'autre, on peut le faire, ou *revirer* de bord de deux manieres différentes. On peut paſſer par l'état moyen repréſenté dans la figure 82, en tournant la proue vers le vent, ou bien paſſer par l'état moyen repréſenté dans la figure 84, en tournant la poupe vers le vent. La voie la plus courte eſt la premiere, & elle ſe nomme *revirer vent devant*. L'autre manœuvre n'eſt pas moins utile dans certaines rencontres : on revire *vent arriere* en paſſant par l'état moyen de la figure 84. Il faudra que nous l'expliquions avec autant de ſoin que la premiere.

Revirer vent devant.

ON porte d'abord la barre du gouvernail du côté du vent afin de faire *arriver* un peu le Navire (*fig.* 81) on cargue même quelquefois l'artimon pour faciliter ce premier mouvement ; mais le plus ſouvent on s'en diſpenſe parce qu'on réuſſit à rendre cette voile inutile pour quelques inſtants en la mettant dans la direction du vent. Le Navire en éloignant ſa proue du vent, accélere beaucoup la vîteſſe de ſon ſillage, ou prend plus *d'erre* pour parler comme les Marins. Cette augmentation de mouvement devient de la plus grande utilité, dans l'inſtant critique de l'évolution, ou lorſqu'on *pare à virer*, en commandant aux Matelots de ſe tenir prêts. On porte tout à coup la barre ſous le vent, afin que le gouvernail faſſe venir de rechef le Navire au vent, on fait ſervir l'artimon, on borde la grand-voile, & afin de diminuer la force qu'a la miſaine pour faire arriver le Navire ou pour l'empêcher de venir au vent, on lâche ou largue ordinairement ſes boulines, ou ces Figure 81.

Figure 81. cordages qui tirent ſon bord vers la proue du côté du vent. En larguant ces cordages la voile ſe courbe davantage & eſt frappée avec moins de force.

Le Vaiſſeau reprend donc d'une maniere accélérée la ſituation repréſentée dans la figure 81; mais il n'y reſte pas. Son mouvement de rotation le porte plus loin, & tout contribue à augmenter ce mouvement. Comme le Navire a acquis une grande vîteſſe ſelon ſa quille, ſon gouvernail ſitué comme dans la figure 82, agit très-puiſſamment. L'effort oblique de l'eau ſur la proue & le flanc du Navire ſelon *OP* eſt auſſi très-grand. Ainſi le mouvement de rotation doit s'accélérer, & le Navire doit préſenter ſa proue de plus en plus au vent.

Bien-tôt les voiles reçoivent le vent par leur ſurface antérieure; elles *faſient*, c'eſt-à-dire, que le vent les frappe un peu par devant, & c'eſt ce qui ſe fait d'autant plutôt qu'on a eu ſoin, comme nous l'avons dit, de larguer les boulines du côté du vent. Mais l'impulſion du vent ſur la ſurface antérieure des voiles augmente encore le mouvement de rotation. Le vaiſſeau prend donc la ſituation que nous voyons dans la figure 82; il préſente ſa proue tout à fait au vent, & il s'écarte enſuite de cette direction en continuant à tourner dans le même ſens. Alors il eſt temps de penſer à donner aux voiles la nouvelle diſpoſition qu'elles doivent avoir, & il s'agit auſſi de ralentir la force qui fait tourner le Navire.

Si l'évolution ſe fait lentement, les voiles diſpoſées comme dans la figure 82, feront reculer le Navire, & il aura fallu donner une ſituation contraire au gouvernail pour aider au mouvement de rotation. Mais dans ce cas, le Navire étant parvenu à la ſituation repréſentée dans la figure 82, & l'ayant paſſée, il faudra remettre le gouvernail dans la ſituation *BD* afin qu'il modére la force avec laquelle le Navire tourne. Ce ſera tout le contraire, ſi l'évolution s'eſt faite aſſez promptement pour que le Navire ait conſervé quelque vîteſſe vers l'avant, il aura fallu laiſſer au gouvernail ſa premiere ſituation, & il

faudra après cela la changer pour ralentir le mouvement de rotation. Mais ce qui eſt toujours néceſſaire, lorſque le Navire a tourné un peu plus que ne le repréſente la figure 82, c'eſt de décharger promptement les voiles ou de faire enſorte que le vent ceſſe de les pouſſer vers leur mât.

On commence par orienter les voiles de l'arriere ; on diſpoſe l'artimon, & on largue l'écoute de la grand-voile pendant qu'on tire ſur l'écouet pour amurer cette voile ſur le côté même du Navire où elle étoit auparavant bordée. Le point *E* de cette voile étoit vers la poupe, comme on le voit dans les figures 81 & 82, & on le porte vers la proue, comme il eſt repréſenté dans la figure 83. En même temps qu'on oriente la grand-voile, on oriente le grand-hunier; & on diſpoſe de même la miſaine & le petit-hunier. On a ordinairement beſoin de toutes ces voiles pour *revirer vent devant*, principalement ſi la mer eſt agitée. Il faut remarquer auſſi que la célérité eſt indiſpenſable dans cette rencontre, parce que l'évolution dont il s'agit ne réuſſit que par le grand mouvement de rotation qu'on imprime au Vaiſſeau & dont il faut profiter.

Revirer vent arriere.

LORSQUE l'équipage eſt trop foible, ou lorſqu'on eſt gêné par quelqu'autre circonſtance, au lieu de *revirer vent devant*, on *revire vent arriere ;* dans le paſſage d'un état à l'autre, on ne préſente pas au vent l'avant de ſon vaiſſeau, mais l'arriere. L'état moyen n'eſt plus repréſenté par la figure 82, mais par la figure 84; & il s'agit de donner au Navire de la figure 83 la diſpoſition de la figure 81. Figures 83; 84 & 81.

On met pour cela la barre à arriver; on la met du côté du vent, & on cargue l'artimon. Si le Navire n'obéiſſoit pas, on mettroit la miſaine ſur le mât à peu-près comme dans la figure 79, & on la rétabliroit dans ſa premiere ſituation, auſſi-tôt que le Navire arriveroit. La proue s'éloignant du vent, on donnera aux voiles du grand mât & du mât de miſaine une ſituation plus perpendiculaire à

Figures 83, 84 & 81.

la quille. On larguera donc les écoutes, & on braſſera du côté du vent, c'eſt-à dire, que par le moyen des bras, on tirera vers la poupe les extrêmités *E* & *G* des vergues. Enfin lorſque le Navire aura fait la moitié de ſon évolution, ſa longueur ſe trouvera ſituée ſelon la direction du vent, & ſes voiles ſeront tout-à-fait perpendiculaires à la quille comme dans la figure 84. Mais le mouvement de rotation qu'il aura acquis fera paſſer ſa proue de l'autre côté de la direction du vent; & ce mouvement qui a une vraie force pour ſe conſerver, ſera entretenu par le gouvernail dont on n'aura pas changé la ſituation par rapport au Vaiſſeau.

Auſſi-tôt que le Navire ceſſera d'être dirigé comme dans la figure 84, & qu'il commencera à ſe trouver plus proche de la ſituation de la figure 81 qu'on veut qu'il prenne que de celle de la figure 83 qu'il vient de quitter, on ſe ſervira de l'artimon pour pouſſer encore plus la poupe ſous le vent & la proue vers le vent. On continuera à braſſer les voiles ſous le vent, en leur donnant peu à peu la diſpoſition repréſentée dans la figure 81. Mais bien-tôt après, il faudra penſer à détruire le mouvement de rotation, ou empêcher le Navire de venir trop au vent. C'eſt pourquoi on carguera l'artimon, & on mettra la barre du gouvernail à arriver.

Cette précaution eſt ſi eſſentielle, qu'il ne faut jamais manquer de la prendre de bonne heure, en faiſant enſorte, s'il eſt poſſible, que tout le mouvement de rotation ſe trouve éteint lorſque le Navire prend la ſituation de la figure 81. Si le Navire en y parvenant continuoit encore à tourner ou à venir au vent, la miſaine *G H* ſe trouvant ſur le mât & frappée par ſa partie antérieure, le mouvement de rotation augmenteroit, puiſque la voile produiroit le même effet que dans la figure 78, & que le choc de l'eau ſur la proue ne s'y oppoſeroit pas, ou s'y oppoſeroit très-peu. Ce ne ſeroit pas ici le cas en effet où l'effort de la miſaine eſt contrarié fortement par le choc de l'eau ſur la proue & ſur la carene, parce que le ſillage eſt très-rapide : le

mouvement

mouvement de rotation ne s'accélere pas aſſez pour exciter une réſiſtance extrême de la part de l'eau. Les Marins diſent que leur Vaiſſeau *fait chapelle* lorſqu'ils ſont expoſés à l'accident dont nous parlons, & ils ont bien raiſon de le craindre. On peut faire plus d'un demi-tour au-delà de la diſpoſition à laquelle on vouloit s'arrêter; & outre la perte de temps, outre qu'il faut recommencer l'évolution une ſeconde fois, on n'eſt pas exempt de péril, ſi on eſt dans le voiſinage de quelque écueil ou même de quelque vaiſſeau ſur lequel on peut tomber. Figures 83, 84 & 81.

Pour éviter ces accidents, ou pour ne pas *faire chapelle*, il faut auſſi-tôt qu'on s'apperçoit que le vent va frapper les voiles par devant ou par leur ſurface antérieure, pouſſer la barre au vent, afin que le gouvernail étant porté ſous le vent, faſſe artiver le Navire. On carguera en même temps l'artimon *LM* (*fig.* 81), & enfin on braſſera du côté du vent les voiles de la proue: on ne ſe contentera pas de les rendre perpendiculaires à la quille, mais on tirera encore davantage vers la poupe l'extrêmité *H* de leurs vergues. Elles ſeront enſuite diſpoſées comme dans la figure 79; leur effort jettera la proue ſous le vent; & pour rendre l'effet plus prompt & plus infaillible, on pourra ſe conformer aux regles dont nous avons parlé à la fin du Chapitre précédent.

CHAPITRE VI.

Se mettre en panne ou côté à travers, & ſe mettre à la cape.

QUELQUEFOIS les Marins donnent à leurs voiles un uſage tout contraire à ceux dont nous venons de nous occuper. Au lieu de s'en ſervir pour faire quelque évolution, ils s'en ſervent pour reſter, pour ainſi dire, dans la même place, lorſqu'ils veulent attendre quelqu'autre Navire, ou qu'ils ont quelque raiſon particuliere de ne

pas s'éloigner de l'endroit où ils ſont. Ils mettent alors leur Navire *en panne* ou *côté à travers*. Ils en préſentent au vent un des flancs ; & en même temps ils ſont en ſorte, par la contrariété qu'ils mettent entre les efforts des voiles, que le Navire reſte comme en repos.

Figures 85 & 86. Les figures 85 & 86 nous mettent ſous les yeux deux de ces différentes diſpoſitions. Le flanc du Navire eſt tourné directement vers le vent, ou bien il reçoit le vent un peu plus du côté de la proue, afin de rendre un peu plus grand l'effort des voiles de miſaine qui ſont frappées par leur ſurface antérieure, ou qui ſont *ſur le mât*, ſelon l'expreſſion des Marins. Dans la figure 85 le Navire recule ordinairement un peu, parce que les voiles *EF* & *GH* pouſſent plus fortement vers l'arriere que l'artimon *LM* ne pouſſe vers l'avant. On eſt néanmoins toujours maître, en augmentant ou en diminuant un peu l'obliquité de quelqu'une des voiles, de rendre la compenſation plus parfaite entre leurs efforts ; mais comme il n'importe pas que le Navire ne change pas abſolument de place, pourvu qu'il n'en change que peu, on doit être beaucoup plus attentif à introduire l'équilibre entre les voiles, en tant qu'elles travaillent à faire tourner le Navire ; & pour entretenir cet équilibre ou pour le réparer, on ſe ſert du gouvernail.

Nous avons ſuppoſé dans la figure 85 que le Navire reculoit un peu, & que l'effort des voiles de la proue étant plus grand, le Navire avoit auſſi de la diſpoſition à arriver ou à écarter ſa proue du vent. L'eau, en frappant le gouvernail *BD*, travaille dans ce cas à jetter la poupe ſous le vent, & à imprimer un mouvement en ſens contraire à la proue ; ce qui eſt capable de tenir le Vaiſſeau ſenſiblement dans la même ſituation.

Il eſt plus ordinaire que les voiles diſpoſées comme dans la figure 86, faſſent avancer un peu le Navire. Elles font outre cela un grand effort pour le faire arriver, ou pour jetter la proue ſous le vent. Ainſi il faudra preſque toujours porter la barre du même côté, afin que le gou-

vernail *BD* aide l'artimon *LM* à détruire le mouvement de rotation que produiroient les autres voiles. On ne ſe ſert ordinairement que du hunier dans ces occaſions ; & quelquefois, au lieu de mettre le vent dans le grand hunier, on met cette voile ſur le mât : on fait enſorte que le vent frappe ſur ſa ſurface antérieure, & on donne en même temps une diſpoſition toute contraire au petit hunier *GH*, en le faiſant ſervir. Enfin le Navigateur trouve toujours aiſément dans la multitude de ſes voiles & dans l'uſage de ſon gouvernail, des moyens ſûrs de remplir les deux objets qu'il doit avoir en vue, lorſqu'il ſe met en panne. Il faut qu'il faſſe en ſorte que les efforts relatifs des voiles ſe détruiſent à peu près dans la direction de la quille, & qu'à l'égard des autres efforts relatifs qui ſont perpendiculaires à la quille & qui ne peuvent pas s'anéantir, ils ſoient en équilibre, & hors d'état par cette raiſon de faire tourner le Navire.

Se mettre à la cape.

ON ne peut pas toujours ſe mettre en panne quand on a des motifs pour reſter ſenſiblement dans la même place. Si le vent étoit tout-à-fait impétueux on expoſeroit les mâts à ſe rompre, & on auroit encore de plus grands riſques à courir, puiſque l'effort relatif des voiles qui eſt perpendiculaire à la quille, pourroit faire verſer le Navire. Suppoſé cependant qu'on ſoit proche de terre, ou qu'on veuille abſolument reſter dans le parage où l'on ſe trouve, il faut pouvoir rendre le ſillage comme nul. On ſe met alors à la cape.

On ſerre toutes les voiles excepté les baſſes, & on ſerre même quelquefois la grand-voile : on met enſuite la miſaine très-obliquement par rapport à la quille, & on reçoit auſſi le vent très-obliquement. Le Navire diſpoſé de cette maniere, préciſément comme ſi on vouloit courir au plus près, n'avance que très-peu ; la foibleſſe de l'effort du vent ſur la voile y contribue ; la dérive eſt outre

cela très-grande, car l'impulsion du vent sur le flanc du Navire devient alors très-considérable par rapport à celle qui se fait sur la misaine, & cette impulsion sur le flanc du Vaisseau, agit à peu-près selon une direction perpendiculaire à la quille. Ainsi le Navire présente une des moitiés de sa carene au choc de l'eau, au lieu de présenter sa proue; & il ne peut faire alors que très-peu de chemin. C'est ce qui arrive lorsqu'on est à la cape.

CHAPITRE VII.

Trouver la situation qu'il faut donner à une voile & à toute autre surface frappée par un fluide, pour qu'elle pousse le plus qu'il est possible selon une certaine direction.

Figures 77, 78, &c.

Nous avons donné une regle pour orienter une voile de maniere qu'elle produise le plus grand effet possible: il nous reste à en justifier la bonté. Dans les figures 77, 78, 79, &c. la direction du vent est *VM*, celle avec laquelle le Navire est frappé malgré son mouvement, & nous voulons que la voile pousse le plus qu'il est possible selon *ML* qui est perpendiculaire à la longueur du Navire. C'est encore le même problême lorsqu'on se sert du gouvernail. La direction de l'eau est donnée, puisqu'elle est parallele ou à la quille ou à la partie du flanc de la carene qui se termine à la poupe; & il s'agit de faire enforte que l'impulsion relative perpendiculaire à la quille, soit la plus grande qu'il est possible ou forme un *maximum*, si nous empruntons le langage des Géometres.

L'effort absolu d'un fluide sur une surface est proportionnel au quarré du sinus de l'angle d'incidence: mais ce n'est pas cet effort absolu que nous voulons rendre le plus

grand qu'il eſt poſſible, c'eſt ſimplement ſa partie qui agit perpendiculairement à la longueur du Navire. Ainſi il faut décompoſer l'effort abſolu, & nous n'avons pour cela qu'à faire une ſimple analogie. L'effort abſolu MP (*fig.* 77. 78 &c.) eſt comme le quarré du ſinus d'incidence VMH du vent ſur la voile; & nous dirons: Le ſinus total eſt à MP ou au quarré du ſinus de l'angle d'incidence du fluide, comme le ſinus de l'angle MPL ou de l'angle LMH eſt à ML. Plus le quarré du ſinus de l'angle d'incidence VMH ſera grand, plus l'impulſion abſolue MP ſera forte; mais plus le ſinus de l'angle MPL ou de l'angle HML ſera grand auſſi, plus l'effort relatif ou partial ML ſera grand par rapport à MP. Ainſi nous aurons ML égal ou proportionel au produit du quarré du ſinus de l'angle d'incidence VMH par le ſinus de l'angle HML formé par la ſurface frappée & par la direction ML ſelon laquelle il faut que l'action ſoit la plus grande. Figures 77, 78, &c.

L'effort deviendroit abſolument nul ſi, au lieu de donner à la voile une ſituation moyenne, on la plaçoit exactement ſur MV (*fig.* 77) ou ſur ML. Si on mettoit la voile ſur MV, elle ceſſeroit d'être frappée par le vent, & ſi on lui donnoit la ſituation ML, tout ſon effort ſe faiſant perpendiculairement, il n'y en auroit aucune partie qui s'exerçât ſelon ML. Il s'agit donc de découvrir ſelon quel rapport nous devons partager l'angle VML par la voile.

Suppoſons pour cela que VM (*fig.* 87) ſoit la direction du fluide, que ML ſoit la ligne ſur laquelle tombe l'effort relatif qui doit être un *maximum*, & que MH marque la ſituation de la ſurface frappée, nous tracerons l'arc de cercle LHV du point M comme centre, & abaiſſant du point H les perpendiculaires HR, HS ſur les lignes VM & ML, nous aurons $HR^2 \times HS$ pour l'effort relatif ſelon ML que nous voulons rendre un plus grand. Si nous donnons enſuite à la ſurface MH la poſition Mh qui differe infiniment peu de la premiere, le ſinus d'incidence RH deviendra rh & augmentera de la petite quantité Oh, Figure 87.

Figure 87. ce qui fera augmenter ſon quarré de deux rectangles de RH par Oh; car nous pouvons négliger le petit quarré de Oh.

D'un autre côté le ſinus HS diminuera de la petite partie HI en devenant hs. Mais les deux ſinus HR & HS changeant en ſens contraires, nous ne pouvons juger du changement de l'effort $HR^2 \times HS$ qu'en examinant ſi le quarré de HR augmente plus ou moins à proportion que HS ne diminue. Suppoſé que le quarré augmente plus à proportion, ce ſera une marque qu'il eſt encore avantageux d'augmenter l'angle d'incidence VMH. Si au contraire le quarré HR^2 ſouffre moins de changement à proportion en excès que HS en défaut, on gagnera à diminuer l'angle d'incidence. Enfin, il n'y aura rien à changer & on aura trouvé la diſpoſition la plus avantageuſe de la ſurface MH, ſi le quarré RH^2 augmente préciſément dans le même rapport que diminue le ſinus HS de l'autre angle: car les deux diſpoſitions ſeront enſuite abſolument équivalentes, & on ne gagneroit rien à changer la ſituation de la voile dans un ſens ou dans l'autre.

Ainſi le problême ſera réſolu, ſi on fait enſorte que HS ſoit à IH comme HR^2 eſt à $2Oh \times HR$, ou comme HR eſt à $2Oh$ ou comme $\frac{1}{2}HR$ eſt à Oh. Mais, ſi à la place du rapport de HS à IH, on met celui qui lui eſt égal de HY à Hh, & qu'à la place du rapport de $\frac{1}{2}HR$ à Oh, on mette celui de $\frac{1}{2}HT$ à Hh, il s'enſuivra que HY & $\frac{1}{2}HT$ ont le même rapport à Hh, & que par conſéquent HY & $\frac{1}{2}HT$ ſont égales. La regle que nous avons donnée ci-devant eſt donc démontrée. La tangente HT de l'angle d'incidence du fluide ſur la ſurface MH eſt double de la tangente HY de l'angle que fait la même ſurface avec la direction ML, lorſque l'effort relatif du fluide ſelon cette direction, eſt le plus grand qu'il eſt poſſible. Sachant cette regle, nous pouvons attribuer ſucceſſivement différentes grandeurs à un de ces angles; & ſi nous cherchons l'autre en mettant le rapport de 2 à 1 entre les deux tangentes, nous pourrons en former une

Table conforme à celles qu'on a vues à la fin du Chap. IV. Figure 87.

Au ſurplus, il n'eſt pas difficile de réſoudre le problême d'une maniere abſolument directe, & de partager un angle donné VML en deux parties, qui ſoient telles qu'il y ait un certain rapport entre les tangentes de ſes deux angles partiaux. Nous voulons que la tangente HT ſoit deux fois plus grande que la tangente HY, ou en général qu'elle ſoit plus grande le nombre de fois n. Nous ſuppoſerons l'angle HMZ égal à l'angle HML, & nous aurons l'angle TMZ pour la différence des deux angles partiaux LMH & HMV. D'un autre côté, ſi nous prenons HY pour l'unité, nous aurons n pour HT; $n+1$ pour TY, & $n-1$ pour TZ. Enfin dans le triangle TMY, il y a même rapport de TY que nous repréſentons par $n+1$ au ſinus de l'angle entier TMY, que de MT au ſinus de l'angle Y; mais il y a auſſi même rapport dans le triangle TMZ, de TZ que nous déſignons par $n-1$ au ſinus de l'angle TMZ, que de MT au ſinus de l'angle Z qui eſt égal à l'angle Y. Ainſi il y a même rapport de TY à TZ ou de $n+1$ à $n-1$, que du ſinus de l'angle entier TMY au ſinus de la différence TMZ des deux angles partiaux TMH & HMY. Pour trouver donc le ſinus de l'angle TMZ, il n'y a toujours qu'à prendre la partie $\frac{n-1}{n+1}$ du ſinus de l'angle donné TMY.

Dans le cas particulier que nous examinons, les trois parties de TY ſont égales entr'elles, & TY eſt 3 ſi TZ eſt 1. D'où il ſuit qu'il n'y a qu'à prendre le tiers du ſinus de l'angle VML pour avoir le ſinus de l'angle TMZ. Suppoſé que l'angle total fût droit comme cela arrive pour le gouvernail lorſque le fluide ſe meut parallélement à la quille, on trouvera que l'angle TMZ eſt d'environ $19^d.\ 28^m.$ d'où on conclud que l'angle d'incidence ou que l'angle que fait le gouvernail avec le prolongement de la quille doit être de $54^d.\ 44^m.$ Le calcul n'a pas été plus difficile pour toutes les autres directions du fluide; & c'eſt de cette ſorte que nous avons conſtruit les deux petites tables que nous avons données.

CHAPITRE VIII.

Suite du Chapitre précédent. Déterminer la ſituation la plus avantageuſe d'une voile pour faire tourner le Navire, lorſque le centre d'effort de cette voile eſt ſujet à changer de place.

LE problême devient un peu plus difficile lorſque le centre d'effort de la ſurface eſt ſujet à changer de place, comme cela arrive à l'égard du gouvernail en conſidérant les choſes à la rigueur. La figure 88 nous repréſente auſſi une voile dont le centre d'effort qui eſt en *D* ſe meut lorſqu'on change la voile de ſituation. L'impulſion s'exerce ſelon le prolongement de la perpendiculaire *FD*, & la droite *QK* répond exactement au deſſous dans le plan horiſontal qui coupe la carene à fleur d'eau. *AB* eſt une partie de la longueur du Navire, & *C* eſt ſon centre de gravité. De ce centre nous abaiſſons une perpendiculaire *CP* ſur la droite *QK* ſelon laquelle agit la voile : cette perpendiculaire, lorſqu'il s'agit du mouvement de rotation du Navire, eſt le bras du levier auquel nous devons conſidérer comme appliqué l'effort abſolu de la voile ; & il eſt évident que ce bras de levier *CP* change de longueur lorſqu'on rend plus grand ou plus petit l'angle *BME* que fait la voile avec la quille.

Figure 88.

Nous pourrions décompoſer l'effort abſolu qui s'exerce ſelon *QK* pour avoir la partie qui agiſſant ſelon la perpendiculaire à la quille travaille ſeule à faire tourner le Navire, & dans ce cas il faudroit avoir égard au bras de levier particulier auquel cet effort relatif ſeroit appliqué. Mais, ce qui revient abſolument au même, nous ne décompoſons point l'effort abſolu, & nous le conſidérons comme

comme agiſſant avec le bras de levier CP : la différence des leviers compenſe parfaitement la différence qui ſe trouve entre l'effort abſolu & les efforts relatifs dont il eſt compoſé. Figure 88.

Cela ſuppoſé, ſi nous changeons l'obliquité de la baſe ME de la voile par rapport à la quille AB, le bras de levier CP deviendra plus ou moins long. Il eſt ici formé de CN, & de NP qui eſt d'une longueur conſtante & qui eſt égale à la demi-largeur MK de la voile ; au lieu que CN dans le triangle CNM rectangle en N, eſt proportionnelle au co-ſinus de l'angle C égal à l'angle que fait la voile avec la quille. Si le centre de gravité du Navire étoit en c, le bras de levier ſeroit cp, & il ſeroit alors égal à l'excès de $np = MK$ ſur nc. Dans ce ſecond cas, il diminueroit à meſure qu'on rendroit plus aigu l'angle de la voile & de la quille, puiſque cn qui ſeroit alors à retrancher de pn croîtroit. C'eſt ce changement de longueurs auquel le levier eſt ici toujours ſujet, qui eſt cauſe que la ſolution expliquée dans le Chapitre précédent, ne peut pas s'appliquer à la voile de la figure 88.

Nous nous bornerons, afin de moins partager notre attention, à examiner le ſeul cas dans lequel le centre de gravité du Navire eſt en C, de l'autre côté du mât par rapport à la voile. Lorſque nous diminuons l'angle BME, nous faiſons donc augmenter la longueur du bras de levier CP : car CN qui eſt alors à ajouter à NP approche davantage d'être égale à la diſtance CM du mât au centre de gravité C du Vaiſſeau, diſtance que nous prenons pour ſinus total. Mais ſuppoſé que la voile ſoit déja dans la diſpoſition la plus avantageuſe pour faire tourner le Navire, & que nous la changions infiniment peu d'état en diminuant l'angle BME, il faut néceſſairement que le quarré du ſinus de l'angle d'incidence VME du vent ſur la voile diminue préciſément dans le même rapport que le bras de levier CP augmente de longueur. En effet ſi le bras de levier augmentoit dans un plus grand rapport, il y auroit un avantage réel à le faire croître, puiſqu'on perdroit moins

Figure 88. ſur le quarré du ſinus de l'angle d'incidence. Si au contraire le bras de levier augmentoit dans un moindre rapport, il n'y auroit qu'à le faire diminuer, & on gagneroit davantage de la part du quarré du ſinus d'incidence. Mais que les deux changements ſur le bras de levier & ſur le quarré du ſinus de l'angle d'incidence ſe faſſent exactement dans le même rapport & en ſens contraire, il n'y aura rien à gagner lorſqu'on changera l'angle BME; ainſi la voile aura la diſpoſition la plus avantageuſe.

Figure 89. Après avoir tiré la droite AB dans la figure 89 pour repréſenter la quille, du point M pris pour centre & avec un rayon égal à la diſtance du mât au centre de gravité du Navire, nous décrivons l'arc de cercle LHQ: c'eſt-à-dire que MH de la figure 89 ſera égale à MC de la figure 88. La ligne ML (*fig.* 89.) eſt perpendiculaire à la quille, & la droite EM prolongée juſqu'en H nous marque la ſituation de la voile. Ainſi la droite RH qui eſt le co-ſinus de l'angle que fait la voile avec la quille ſera égale à CN de la figure 88, & ſi nous tirons ZT dont la diſtance MZ ou RK à ML ſoit égale à MK de la premiere de ces deux figures, nous aurons KH pour la longueur du bras de levier, & kh ſera celle du levier pour une diſpoſition Me de voile infiniment voiſine de la premiere. La différence de ces longueurs eſt Oh; & c'eſt donc ſur ce petit changement qu'il faut régler celui du quarré du ſinus d'incidence du vent; puiſque ces deux changements doivent être exactement proportionnels & ſe faire en ſens contraires.

Si VM (*fig.* 89.) eſt la direction du vent & VME l'angle d'incidence, nous aurons HS pour ſon ſinus, & hs ſera le ſinus de l'autre angle d'incidence infiniment peu différent. La petite partie dont different ces deux ſinus eſt IH; & les deux quarrés different entr'eux de $2IH \times SH$. Mais au lieu du rapport de SH^2 à ſa diminution $2IH \times SH$, nous pouvons prendre le rapport de SH à $2IH$ ou celui de $\frac{1}{2}SH$ à IH; & puiſque ce rapport doit être le même que celui de KH à Oh qui exprime le petit chan-

gement de longueur du levier, nous aurons cette proportion, $KH : Oh :: \frac{1}{2}SH : IH$. Nous pouvons d'ailleurs mettre à la place du premier rapport, celui de TH à Hh qui lui eſt égal ; & à la place du ſecond rapport $\frac{1}{2}SH$ à IH, nous pouvons ſubſtituer celui de $\frac{1}{2}HY$ à Hh. On aura donc $TH : Hh :: \frac{1}{2}HY : Hh$. D'où il faut conclure que TH eſt égale à $\frac{1}{2}HY$, & que HY eſt double de TH. Figure 89.

Ainſi, il eſt extrêmement facile, toutes les fois que la diſpoſition de la voile EM eſt donnée par rapport à la quille, de déterminer pour quelle direction VM du vent, cette diſpoſition eſt la plus avantageuſe, lorſqu'il s'agit de faire tourner le Navire. Ayant décrit (*fig.* 89) un cercle d'un rayon MH égal à l'intervalle compris entre le mât & le centre de gravité du Navire, on n'a qu'à tirer au point H la tangente HT qu'on prolongera juſqu'à ce qu'elle rencontre la droite ZK qui eſt perpendiculaire à la quille, & qui eſt éloignée du point M de la diſtance MZ égale à la demi-largeur de la voile ou plutôt à MK de la figure 88. Il ne reſtera plus enſuite qu'à faire HY double de HT, & tirer VMY : on aura l'angle d'incidence convenable VME, & on connoîtra la direction VM qu'il faut que ſuive le vent pour que le moment de ſon effort ſoit un *maximum*. Rien n'empêche après cela de faire la même opération pour un grand nombre de différentes diſpoſitions de la voile, & de former une table de tous les réſultats. Au reſte, nous laiſſons aux lecteurs à diſcuter les autres cas dans leſquels il s'agit ſimplement de tranſporter MZ dans un ſens contraire, & de donner auſſi quelquefois à la direction UD dans la figure 88 une ſituation différente par rapport à la perpendiculaire FD à la voile.

Trouver la diſpoſition la plus avantageuſe d'une voile pour faire tourner le Vaiſſeau, lorſque cette voile eſt inclinée.

LE problême le plus compliqué qui ſe préſente ſur ce ſujet, c'eſt lorſque la voile qu'il s'agit d'orienter eſt mobile

ſur un axe incliné. On a dans la Marine pluſieurs de ces voiles : l'artimon eſt ſoutenu par une vergue inclinée, & pluſieurs autres voiles, au lieu d'être ſuſpendues à des vergues, le ſont à de gros cordages qu'on nomme étais, leſquels partant du haut des mâts, & venant ſe fixer vers la proue, font, avec l'horiſon, un angle de 40 ou 45 degrés. Toutes ces voiles ſont triangulaires & diſpoſées à peu-près comme dans la figure 90.

Figure 90. *AB* eſt la quille ou une ligne exactement horiſontale qui répond au-deſſus ; & *AH* eſt un de ces cordages qu'on nomme étais & auxquels on applique quelquefois des voiles triangulaires comme *HAI*. Si on portoit le point *I* en *E* & qu'on l'y arrêtât, cette voile ſe trouveroit parfaitement parallele à la quille, & elle ſeroit dans la ſituation la plus avantageuſe pour pouſſer le Navire de côté & pour le faire tourner, ſuppoſé que le vent eût une direction perpendiculaire à la quille. Mais ſi le vent ſoufle du côté de la poupe, on pourra, en donnant de l'obliquité à la voile & en la bordant en *I*, gagner par la grandeur de l'impulſion & avec excès, ce qu'on perd du côté de l'obliquité de l'effort par rapport à la quille.

Nous prenons le point *F* pour le centre d'effort ; l'impulſion s'exercera ſur le prolongement de *MF* qui eſt perpendiculaire à la ſurface de la voile, & elle ſe décompoſera en divers ſens. Si *MF* repréſente l'effort abſolu, nous aurons *KF* pour l'effort relatif dans le ſens vertical qui tend à ſoulever la proue. Pendant ce même temps-là la voile agira dans le ſens horiſontal avec toute la force repréſentée par *MK* ; & c'eſt cette derniere force qui travaillera à faire tourner le Navire avec un bras de levier qu'on formera en abaiſſant du centre de gravité *C* du Vaiſſeau, une perpendiculaire *CQ* ſur *MK*. Ainſi le problême ſe réduit à faire un *maximum* du produit de la force qui s'exerce ſelon *MK*, multipliée par *CQ*.

Nous pouvons encore, ſi nous le voulons, faire une nouvelle décompoſition de la force qui agit ſelon *MK*. Nous n'avons, au point *R*, où *KM* coupe la quille, qu'à

distinguer deux forces relatives horisontales; l'une qui agit selon ER & qui ne tend qu'à faire avancer le Navire, l'autre qui s'exerce perpendiculairement à la quille selon NR & qui travaille à le faire tourner. Mais cette derniere agit avec le bras de levier CR, & elle a exactement le même moment que toute la force horisontale qui agit avec le bras de levier CQ. Figure 90.

Il sera au reste très-facile, en regardant comme donné l'angle IAB que fait la base de la voile avec la quille, de trouver les valeurs de toutes les lignes que nous venons de spécifier. Lorsque nous disons que IA est la base de notre voile, nous n'entendons pas que son côté inférieur vienne jusqu'en IA, nous voulons simplement dire que la surface de cette voile supposée plane, étant prolongée, coupe le plan horisontal $IAMB$ dans la ligne IA. Le triangle IEA est rectangle en E; & si nommant a la ligne AE que nous prenons pour sinus total, nous désignons par q le sinus de l'angle IAC, nous autons $\frac{aq}{\sqrt{a^2-q^2}}$ pour l'expression de EI qui est la tangente du même angle. Supposé, après cela, qu'on porte le point I plus loin sur la ligne EI, la droite DI pourra toujours être conçue perpendiculaire au cordage AH & passer par le centre d'effort F. Cette même ligne sera l'hypothénuse du triangle rectangle DEI dont le côté DE est constant, & l'autre côté EI a pour valeur $\frac{aq}{\sqrt{a^2-q^2}}$. De ID, on ôtera DF qui est invariable, on aura IF qui servira à trouver FL & FK.

On considérera aussi que le triangle IFM est rectangle en F, & qu'il est semblable au triangle DEI rectangle en E. Ainsi on trouvera aisément FM & IM dont les valeurs serviront à chercher celles de ML & ensuite de MK. On cherchera après cela ER qui étant ajoutée à CE donnera CR; & faisant attention que le triangle CQR rectangle en Q est semblable au triangle MER ou au triangle MLK, on trouvera CQ qui est la longueur du bras de levier.

Figure 90. On voit évidemment que dans toutes ces valeurs il n'y aura d'autre variable que q ſinus de l'angle que fait la baſe de la voile avec la quille. Il n'y aura non plus que cette ſeule variable dans le ſinus de l'angle que la voile fait avec l'horiſon. Comme cette voile eſt perpendiculaire à FM & que FK eſt verticale, l'inclinaiſon de la voile ou l'angle qu'elle fait avec l'horiſon, eſt égal à l'angle KFM; & continuant à prendre a pour ſinus total, nous aurons donc $a \times \frac{MK}{MF}$ pour le ſinus de cet angle, & $a^2 \times \frac{MK^2}{MF^2}$ pour ſon quarré. La grandeur de l'impulſion eſt proportionelle à ce quarré; mais ce n'eſt pas toute cette force qui tend à faire tourner le Navire, c'eſt ſimplement ſa partie qui s'exerce dans MK. Pour trouver cette partie nous ferons cette proportion, $MF : MK :: a^2 \times \frac{MK^2}{MF^2} : a^2 \times \frac{MK^3}{MF^3}$; & multipliant ce dernier terme par le bras de levier CQ, il nous viendra $\frac{a^2 \times MK^3 \times CQ}{MF^3}$ pour le moment avec lequel la voile travaille à faire tourner le Navire, en tant que ſon effort ne dépend que de ſa ſituation, & non pas de la direction du vent.

Toutes ces choſes étant ſuppoſées, ſi nous nommons z le ſinus de l'angle VAI que fait le vent avec la baſe de la voile, il faudra que nous multipliïons le moment que nous venons de trouver par le quarré z^2 du ſinus de l'angle VAI. Car l'impulſion d'un fluide ſur une ſurface inclinée eſt proportionnelle au quarré du ſinus de l'inclinaiſon multiplié par le quarré du ſinus de l'obliquité du fluide par rapport à la baſe de la même ſurface.* C'eſt donc $\frac{a^2 \times MK^3 \times CQ \times z^2}{MF^3}$ qu'il faut rendre un *maximum*; mais pour cela il faut qu'il y ait même rapport de la premiere partie $\frac{a^2 \times MK^3 \times CQ}{MF^3}$ à ſa différentielle $d\left(\frac{a^2 \times MK^3 \times CQ}{MF^3}\right)$, que de la ſeconde partie ou du ſecond facteur z^2 à ſa différentielle $2zdz$. C'eſt-à-dire qu'il faut que

$$\frac{d\left(\frac{a^2 \times MK^3 \times CQ}{MF^3}\right)}{\frac{a^2 \times MK^3 \times CQ}{MF^3}} = -\frac{2zdz}{z^2} = -\frac{2dz}{z}.$$

* *Voyez Liv. I. Section III. Chap. I.*

Nous avons déja remarqué que la valeur de $\frac{a' \times MK' \times CQ}{MF'}$ Figure 90. n'eſt formée que de conſtantes mêlées avec la variable q; elle eſt une fonction de q; & nous pouvons par conſéquent exprimer le premier membre de notre équation différentielle d'une maniere générale, par $\frac{dq}{Q}$, ce qui nous donnera $\frac{dq}{Q} = \frac{2dz}{z}$.

Mais nous avons encore une condition à énoncer. Lorſqu'on fait croître le ſinus q, l'angle BAI formé par la baſe de la voile & par la quille augmente du petit angle $\frac{dq}{\sqrt{a^2-q^2}}$ qui eſt meſuré par le petit arc $\frac{a\,dq}{\sqrt{a^2-q^2}}$ qui correſpond à la petite variation dq du ſinus q. Dans ce même temps l'angle VAI de la direction du vent & de la baſe de la voile doit augmenter de la même quantité, puiſque la direction VA eſt conſtante, ou que l'angle VAB eſt invariable, & que l'angle VAI dont z eſt le ſinus ne change que par l'augmentation de l'angle BAI. Nous aurons donc $\frac{dq}{\sqrt{a^2-q^2}} = \frac{dz}{\sqrt{a^2-z^2}}$, & ſi nous diviſons cette ſeconde équation par la premiere, il nous viendra $\frac{Q}{\sqrt{a^2-q^2}} = \frac{z}{2\sqrt{a^2-z^2}}$ ou $\frac{az}{\sqrt{a^2-z^2}} = \frac{2aQ}{\sqrt{a^2-q^2}}$ qui ne contient plus de différentielle, & qui nous marquant en grandeurs connues la valeur de $\frac{az}{\sqrt{a^2-z^2}}$, réſoud parfaitement le problême.

On voit ſans doute que z étant le ſinus de l'angle VAI, l'expreſſion $\frac{az}{\sqrt{a^2-z^2}}$ indique la tangente de cet angle, & qu'ainſi nous trouverons par la formule $\frac{az}{\sqrt{a^2-z^2}} = \frac{2aQ}{\sqrt{a^2-q^2}}$, autant de différents angles VAI que nous attribuerons de différentes grandeurs à l'angle BAI. Pour chaque valeur de q ou de l'angle BAI, nous trouverons une valeur correſpondante de l'angle d'incidence, & il n'y aura qu'à raſſembler dans une table tous ces angles correſpondants.

J'ai, pour abréger le calcul, négligé le changement de

Figure 90. place du centre d'effort F; & nommant b la tangente de l'inclinaiſon de l'etai AH, par rapport à l'horiſon, j'ai eu $\frac{b}{\sqrt{a^2+q^2}}$ pour la valeur de $\frac{MK}{MF}$ & $\frac{3a^2qdq+b^2qdq-2q^3dq}{b^2+q^2\times\sqrt{a^2-q^2}}$ pour celle de $\frac{dq}{Q}=\frac{2dz}{z}$; & diviſant cette équation par l'autre $\frac{dq}{\sqrt{a^2-q^2}}=\frac{dz}{\sqrt{a^2-z^2}}$, il m'eſt venu $\frac{az}{\sqrt{a^2-z^2}}=\frac{2ab^2+2aq^2\times\sqrt{a^2-q^2}}{3a^2q+b^2q-2q^3}$ qui marque d'une maniere très-ſimple, la relation du ſinus q de l'angle BAI de la voile & de la quille, & de la tangente de l'angle d'incidence VAI du vent par rapport à la baſe de la voile.

Cette ſolution, quoique particuliere, eſt encore très-générale. Si on rend infinie la tangente b de l'angle BAH ou ſi on rend exactement vertical l'axe AH, on doit retomber dans la premiere des ſolutions du Chapitre précédent. Il vient en effet, $\frac{az}{\sqrt{a^2-z^2}}=\frac{2ab^2\sqrt{a^2-q^2}}{b^2q}=\frac{2a\sqrt{a^2-q^2}}{q}$; ce qui nous apprendroit, ſi nous ne le ſavions déja, qu'une voile ſituée verticalement, ne pouſſe le plus qu'il eſt poſſible ſelon une direction perpendiculaire à la quille ou ſelon toute autre ligne donnée, que lorſqu'elle partage l'angle formé par la direction du vent & par cette ligne en deux angles partiaux, dont le premier ait ſa tangente double de celle du ſecond.

TABLE des diſpoſitions les plus avantageuſes des voiles d'étais & des focs pour faire tourner le Navire.

Angles du vent & de la quille.		Angles de la baſe de la voile & de la quille.		Angles d'incidence du vent ſur la voile.		Angles du vent & de la quille.		Angles de la baſe de la voile & de la quille.		Angles d'incidence du vent ſur la voile.	
Deg.	Min.	Deg.	Min.	Deg.	Min.	Deg.	Min.	Deg.	Min.	Deg.	Min.
90	0	0	0	90	0	33	41	22	30	56	11
82	29	2	30	85	1	29	14	25	0	54	14
75	11	5	0	80	11	25	1	27	30	52	31
68	6	7	30	75	36	21	3	30	0	51	3
61	22	10	0	71	22	17	15	32	30	49	45
55	2	12	30	67	32	13	38	35	0	48	38
49	7	15	0	64	7	10	8	37	30	47	38
43	36	17	30	61	6	6	42	40	0	46	42
38	28	20	0	58	28	3	20	42	30	45	50
						0	0	45	0	45	0

Lorſque

Lorſque le vent vient de la poupe, la voile doit être *bordée* comme dans la figure 90; mais ſi le vent venoit de la proue, il faudroit que la voile fût bordée dans un ſens contraire: nous voulons dire, qu'il faudroit porter le point *I* ſur le flanc du Navire qui eſt expoſé au vent, & ce ſeroit donc alors la ſurface antérieure de la voile qui ſeroit ſujette à l'impulſion. Nous avons ſuppoſé l'inclinaiſon de l'étai *AH* de 45 degrés. Figure 90.

CHAPITRE IX.

De la ſituation la plus avantageuſe du Gouvernail, lorſque ſes diverſes parties ſont frappées par l'eau ſelon différentes directions.

NOUS nous ſommes engagés ci-devant à examiner avec plus de ſoin l'action du gouvernail, en conſidérant les diverſes directions que l'eau peut tenir en le venant frapper. Nous avons vu que ce fluide s'aſſujettiſſoit à ſuivre les contours de la poupe, & qu'ainſi il n'avoit pas pour directions des paralleles à la quille, lorſqu'il rencontroit le gouvernail. La vîteſſe pourroit auſſi être inégale en haut & en bas, puiſqu'elle dépend de la rapidité du ſillage, & outre cela de l'effort que fait le fluide pour remplir l'eſpece de vuide que le Navire laiſſeroit derriere lui, ſi le fluide n'alloit l'occuper ſur le champ. Le phyſique dont cette matiere eſt compliquée demanderoit à être éclairci par des expériences auxquelles j'ai penſé pluſieurs fois, mais que je n'ai pas eu occaſion de faire. En attendant, il ſe préſente ici un nouveau problême à réſoudre.

Nous ſuppoſons donc que la figure 91 repréſente l'extrêmité de la poupe & que *ABHG* eſt le gouvernail. L'eau frappe en bas ſa ſurface, en ſuivant des directions Figure 91.

Figure 91. paralleles à la quille $D'A$, au lieu qu'en haut le fluide a pour directions des paralleles à EB. Si nous nous imaginons que EDF eſt une coupe verticale de la carene faite perpendiculairement à la quille, très-près de l'extrêmité de la poupe, les lignes DE & DF ſeront ſenſiblement droites; mais l'angle EDF ſera plus ou moins ouvert à diverſes diſtances de l'étambot AB, & il ſe réduira à rien, ou ce qui revient au même, il deviendra infiniment petit en AB. Ces ſuppoſitions n'empêchent pas que toutes les lignes horiſontales, comme IL tracées ſur la ſurface de la poupe dans la petite portion de l'arriere que nous conſidérons, ne ſoient exactement droites. La ſurface ſera courbe, & néanmoins comme les Géometres peuvent le démontrer aiſément, elle ſera formée de lignes droites dans deux divers ſens; dans le ſens horiſontal, lorſqu'on la coupera par des plans paralleles à l'horiſon, & dans le ſens vertical lorſqu'on la coupera dans le ſens perpendiculaire à la quille.

Il ſuit encore de-là que les tangentes des angles LIK qui marquent l'obliquité du fluide par rapport à la quille, croiſſent en progreſſion arithmétique, à meſure qu'on conſidere des points plus élevés du gouvernail. En effet, ſi on prend pour ſinus total la ligne IK qui répond exactement au-deſſus de la quille AD, on aura la demi-largeur KL de la carene au point K pour tangente de l'angle LIK; & il eſt évident que KL eſt continuellement proportionnelle à DK ou à AI. En bas, la demi-largeur de la carene eſt nulle dans la coupe EDF, & en haut elle devient CE. Nous déſignons cette plus grande demi-largeur par e; nous nommerons a le ſinus total & z les demi-largeurs intermédiaires KL qui ſont les tangentes des angles LIK; ou nous prendrons plutôt z pour les ſinus de ces angles, afin de rendre nos calculs plus ſimples, & de mettre en même temps plus de conformité entre notre figure, & celle de la poupe des Navires. Les lignes DE deviendront un peu courbes, & elles tourneront leur concavité endehors. Ce changement ne fera aucun mal; la lettre z

désignera aussi toujours les hauteurs AI qui sont proportionnelles aux KL: car nous pouvons confondre ici diverses quantités qui sont dans le même rapport les unes que les autres. Nous nommerons enfin s le sinus de l'angle GAX, que le gouvernail fait avec le prolongement de la quille. Figure 91.

L'angle d'incidence du fluide sur le gouvernail est formé en chaque endroit de l'angle que le gouvernail fait avec la quille, & de celui que la quille fait avec la direction du fluide. Si la figure 92 est une coupe de la carene, faite parallélement à l'horison à une certaine hauteur audessus de la quille, l'angle d'incidence sera NOI qui est la somme de l'angle NOS égal à l'angle LIK dont z est le sinus, & de l'angle SOI égal à l'angle GAX dont le sinus est s. Ainsi, nous aurons selon les éléments de la Trigonométrie, $\frac{s\sqrt{a^2-z^2}+z\sqrt{a^2-s^2}}{a}$ pour le sinus de l'angle d'incidence; & si nous l'élevons au quarré, il nous viendra $a^2s^2-2z^2s^2+a^2z^2+2zs\sqrt{a^2-z^2}\sqrt{a^2-s^2}$ pour l'expression du choc absolu OP de l'eau fait au point O. Nous supposons que les vîtesses du fluide sont par-tout égales; & outre cela nous négligeons de diviser par a^2, de même que nous pouvons négliger toutes les autres quantités constantes qui ne changent point le rapport entre les impulsions que nous voulons comparer. Le choc se fait avec la même incidence sur tout le petit rectangle élémentaire Mi de la surface du gouvernail; & si nous supposons que toutes les largeurs MI sont égales, il nous suffira de multiplier le quarré du sinus d'incidence par la petite hauteur Ii qui est proportionnelle à dz & que nous pouvons exprimer par conséquent par cette différentielle. Nous aurons donc $a^2s^2dz-2z^2s^2dz+a^2z^2dz+2szdz\sqrt{a^2-z^2}\sqrt{a^2-s^2}$ pour l'impulsion absolue de l'eau sur la petite portion élémentaire Mi du gouvernail. Cette impulsion est indiquée par OP (*fig.* 92) & il ne nous reste qu'à la décomposer en OR & en OQ pour connoître la force relative qui travaille à faire tourner le Navire. Figure 92.

Figure 91. & 92. Nous ſavons déja que nous pouvons négliger la partie OR, de même que nous pouvons nous diſpenſer d'avoir égard au changement de bras de levier auquel l'effort OQ eſt appliqué. Nous trouverons ce dernier effort par cette analogie ; le ſinus total a eſt à $OP = a^2s^2dz - 2s^2z^2dz + a^2z^2dz + 2szdz\sqrt{a^2-z^2}\sqrt{a^2-s^2}$, comme le ſinus $\sqrt{a^2-s^2}$ de l'angle POQ eſt à $a^2s^2dz\sqrt{a^2-s^2} - 2s^2z^2dz\sqrt{a^2-s^2} + a^2z^2dz\sqrt{a^2-s^2} + 2a^2szdz\sqrt{a^2-z^2} - 2s^2zdz\sqrt{a^2-z^2}$ pour l'expreſſion de OQ. Mais cette expreſſion n'eſt que pour la petite ſurface Mi, & il faut l'intégrer pour avoir l'impulſion ſur toute la ſurface du gouvernail.

Il n'y a actuellement ici de variable que z qui augmente à meſure qu'on examine des points plus hauts de la carene. L'intégrale eſt $a^2s^2z\sqrt{a^2-s^2} - \frac{2}{3}s^2z^2\sqrt{a^2-s^2} + \frac{1}{3}a^2z^2\sqrt{a^2-s^2} - \frac{2}{3}a^2s \times \overline{a^2-z^2}^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}s^2 \times \overline{a^2-z^2}^{\frac{1}{2}}$; mais en faiſant $z=0$, on reconnoît que cette expreſſion n'eſt pas complete, & qu'il faut y ajouter $+\frac{2}{3}a^3s - \frac{2}{3}a^3s^3$; ce qui nous donne $a^2s^2z\sqrt{a^2-s^2} - \frac{2}{3}s^2z^2\sqrt{a^2-s^2} + \frac{1}{3}a^2z^2\sqrt{a^2-s^2} - \frac{2}{3}a^2s \times \overline{a^2-z^2}^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}s^2 \times \overline{a^2-z^2}^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}a^3s - \frac{2}{3}a^3s^3$ pour l'impulſion relative ſelon OQ que reçoit chaque partie ſenſible du gouvernail à commencer d'en bas. Nous n'avons qu'à faire $z=e=CE$; & nous aurons pour tout le gouvernail l'impulſion relative, $a^2es^2\sqrt{a^2-s^2} - \frac{2}{3}e^2s^2\sqrt{a^2-s^2} + \frac{1}{3}a^2e^2\sqrt{a^2-s^2} - \frac{2}{3}a^2s \times \overline{a^2-e^2}^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}s^2 \times \overline{a^2-e^2}^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}a^3s - \frac{2}{3}a^3s^3$ qui produit ſeule le mouvement de rotation du Navire.

Il s'agit maintenant de faire de cette impulſion un *maximum* en rendant s variable ou en faiſant augmenter ou diminuer l'angle que le gouvernail fait avec la quille. Nous prenons pour cela la différentielle de cette impulſion, & nous l'égalons à zéro. La différentielle eſt $2a^2esds\sqrt{a^2-s^2} - \frac{a^2es^2ds}{\sqrt{a^2-s^2}} - \frac{4}{3}e^2sds\sqrt{a^2-s^2} +$

$\frac{2e^3s^3ds}{3\sqrt{a^2-s^2}} - \frac{1}{3}a^2ds \times \overline{a^2-e^2}^{\frac{3}{2}} + 2s^2ds \times \overline{a^2-e^2}^{\frac{3}{2}} +$ Figures 91 & 92.
$\frac{2}{3}a^5ds - 2a^3s^2ds$; & si après y avoir fait quelques légeres réductions, on l'égale à zéro, on aura $\frac{2e^3-3a^2e}{\sqrt{a^2-s^2}}$
$\times s^3 + \frac{2a^4e-\frac{5}{3}a^2e^3}{\sqrt{a^2-s^2}} \times s + \overline{a^2-3s^2} \times \frac{2}{3}a^2 - \frac{1}{3} \times \overline{a^2-e^2}^{\frac{3}{2}} = 0$
qui contient la solution du Problême.

Tout est connu dans cette équation, en exceptant s que nous voulons découvrir. On aura la grandeur de CE en examinant l'angle EBF (*fig.* 91.) par lequel se termine la poupe à fleur d'eau ou dans le plan de sa flottaison. Si on suppose que cet angle est de 60 degrés, comme il l'est effectivement dans plusieurs Navires, on aura $e = \frac{1}{2}a$, & introduisant cette valeur dans notre équation, elle deviendra à très-peu près $\frac{\frac{19}{24}a^2s - \frac{5}{4}s^3}{\sqrt{a^2-s^2}} + \frac{7}{30}a^2 - \frac{7}{10}s^2 = 0$.

Nous disons à très-peu près ; parce que nous nous sommes permis quelques négligences dans la réduction des fractions. On jugera peut-être qu'il vaut autant laisser cette équation sous cette forme pour la résoudre par approximation. On trouvera enfin que l'angle du gouvernail avec le prolongement de la quille doit être d'environ $46\frac{1}{3}$ degrés pour produire le plus grand effet possible. Ainsi nous n'avions pas tort d'assurer dans le premier Chapitre de cette section, qu'il falloit diminuer de la grandeur assignée à cet angle par les Géometres ; mais qu'il ne falloit pas pour cela le rendre aussi petit qu'on le fait toujours actuellement dans la Marine.

SECONDE SECTION.

Sur le plus ou le moins de facilité qu'ont les Navires à recevoir le mouvement de rotation ou à bien gouverner.

APRÉS avoir traité des moyens qu'on employe en mer pour faire tourner les Vaiſſeaux, il eſt naturel que nous examinions les circonſtances de ce mouvement, & que nous voyions s'il eſt poſſible d'augmenter la facilité ou la promptitude avec laquelle le Navire doit le recevoir.

CHAPITRE PREMIER.

Que les temps employés à faire les mêmes évolutions par différents Vaiſſeaux, ſont comme les longueurs de ces Vaiſſeaux.

LES inſtruments ou les moyens dont on ſe ſert pour faire tourner les grands Vaiſſeaux ont plus de force que ceux qu'on employe pour faire tourner les petits; mais la difficulté que les grands Vaiſſeaux font à recevoir le mouvement de rotation, eſt encore plus grande dans un plus grand rapport. On regle ordinairement la largeur du gouvernail ſur la largeur du Navire. Si un Vaiſſeau eſt deux fois plus long, deux fois plus large, deux fois plus profond, on donne deux fois plus de largeur à ſon gouvernail. Cet inſtrument enfonce auſſi deux fois plus dans l'eau, & il eſt appliqué à un bras de levier deux fois plus long. Ainſi il a un moment huit fois plus grand pour faire

tourner le Vaiſſeau dont les dimenſions ſimples ſont deux fois plus grandes. Mais la difficulté que la grande maſſe apporte à ſe mouvoir ſeroit 32 fois plus grande dans le grand Vaiſſeau que dans le petit, s'ils tournoient du même nombre de degrés; & il ſuit de là que le grand Vaiſſeau, lorſqu'il obéit à ſon gouvernail, ne doit changer de ſituation que d'un angle quatre fois moindre dans le même temps.

On n'a, pour s'en convaincre, qu'à concevoir les deux Navires diviſés en un égal nombre de tranches verticales perpendiculaires à leur longueur. Ces tranches, puiſque la carene eſt deux fois plus large & deux fois plus profonde dans le grand Navire, auront quatre fois plus de ſurface, & elles ſeront outre cela deux fois plus épaiſſes. Ainſi elles auront huit fois plus de ſolidité; ce qui répond déja au moment ou à l'effort relatif huit fois plus grand du gouvernail. Mais ce n'eſt pas là tout ce qu'il faut compter pour avoir la réſiſtance que le grand Vaiſſeau oppoſe au mouvement qu'on veut lui imprimer. Ses tranches ſont deux fois plus éloignées de ſon centre de gravité, puiſque ces diſtances ſont proportionnelles aux autres dimenſions ſimples des Navires. En ſuppoſant donc que l'évolution eſt du même nombre de degrés ou de minutes, les parties du grand Vaiſſeau auront à parcourir des arcs deux fois plus grands; & cette plus grande vîteſſe multipliée par la maſſe de chaque tranche qui eſt huit fois plus grande, donnera 16 fois plus de mouvement. L'inertie s'exerceroit par conſéquent 16 fois davantage; & comme elle eſt appliquée à un bras de levier deux fois plus long, ou qu'elle eſt placée deux fois plus avantageuſement pour réſiſter, le moment de la réſiſtance ſeroit 32 fois plus grand; & il ſeroit donc quatre fois plus fort à proportion que l'agent conſidéré avec ſon levier particulier. Or la nature n'a ici qu'un ſeul moyen de mettre l'équilibre ou l'égalité entre les deux moments. Il faut que le grand Vaiſſeau, au lieu de faire dans le même temps un angle de rotation auſſi grand que le petit Navire, faſſe un angle de rotation quatre fois moindre.

Nous devons dire la même choſe des voiles: car leurs

largeurs & leurs hauteurs ſont à peu près proportionnelles dans tous nos Navires ; & ſi on multiplie la grandeur de leurs ſurfaces par le bras de levier, qui eſt auſſi plus long à peu près dans le même rapport, on verra que l'effort relatif que font les voiles pour faire tourner le Navire, ou que leur moment par rapport au centre de gravité commun, eſt comme le cube de la longueur du Navire, ou comme cette longueur élevée à la troiſieme puiſſance. Ce moment ſeroit 27 fois plus grand dans un Navire trois fois plus long & trois fois plus large ; & il ſeroit 64 fois plus grand dans un Navire dont les dimenſions ſimples ſeroient quatre fois plus grandes. Mais ſi l'effort des voiles pour faire tourner le Navire, augmente dans un ſi grand rapport, le moment de la réſiſtance que fait le Vaiſſeau ſeroit encore bien plus grand, ſuppoſé que l'évolution fût du même nombre de degrés, puiſqu'outre que la quantité de la maſſe à mouvoir ſuit le rapport des cubes, cette plus grande maſſe auroit de plus grands arcs à décrire, & que ſa réſiſtance eſt appliquée à un bras de levier plus long. Tout compté, le moment ſeroit comme la cinquieme puiſſance de la longueur du Navire, ou trop grand dans le rapport du quarré de la longueur. Or l'équilibre ne peut naître entre les deux moments que par la diminution de l'angle de rotation, qui, en donnant moins de vîteſſe aux parties de la maſſe, excitera moins leur inertie ou leur réſiſtance. Ainſi cet angle doit ſuivre la raiſon inverſe du quarré de la longueur du Vaiſſeau.

Si le grand Navire eſt 3 ou 4 fois plus long, il ne ſera dans un temps donné qu'un angle de rotation 9 fois ou 16 fois plus petit ; mais cet angle obſervera les loix de l'accélération, puiſque la vîteſſe acquiſe dans les premiers inſtants ne ſe perd pas, & qu'elle va toujours en augmentant. Ainſi pour que le grand Vaiſſeau parvienne à un angle de rotation auſſi grand que l'autre Navire, il lui faudra ſimplement 3 fois ou 4 fois plus de temps ; & ce ſera toujours ſenſiblement la même choſe : les temps que les Vaiſſeaux de différentes grandeurs, mais ſemblables, employeront à faire la même évolution, ſeront comme les longueurs de ces Navires.

Cette

Cette différence eſt juſtifiée par une expérience journaliere, on voit fréquemment qu'un petit Navire circule autour d'un grand, pendant que celui-ci reſte comme immobile malgré l'action de toutes les forces qu'on employe pour le faire tourner. S'il ne faut que 4 ou 5 minutes à une corvette d'environ 60 pieds de longueur pour faire une certaine évolution, il faudra 10 ou 15 minutes pour faire la même évolution, dans nos plus grands Vaiſſeaux qui ſont deux ou trois fois plus longs. Cet inconvenient contribue beaucoup à augmenter le péril auquel les plus grands Vaiſſeaux ſont expoſés proche des côtes. Ils trouvent peu de Ports propres à les recevoir; ſouvent il n'y a pas aſſez d'eau pour eux à une certaine diſtance de terre; & ce qui n'eſt pas quelquefois un moindre mal, ils ne changent pas aſſez vîte de direction, ils ne tournent pas aſſez promptement, lorſqu'il s'agit d'éviter quelque danger. Si on conſentoit à rendre la barre du gouvernail plus courte d'une cinquieme ou ſixieme partie dans les plus grands Vaiſſeaux, le mal ceſſeroit en partie: car on ſeroit maître enſuite de donner au gouvernail dans les rencontres preſſantes une ſituation plus avantageuſe, & on y gagneroit environ le quart du temps qu'on perd actuellement à imprimer le mouvement de rotation.

Au reſte ce déſavantage des gros Vaiſſeaux tient à d'autres propriétés qui ſont réellement avantageuſes. D'un gros temps, un grand Vaiſſeau n'eſt que peu agité par le choc des vagues, & il eſt tranquille pendant qu'un petit Navire reçoit toute l'agitation de la mer. Un grand Vaiſſeau eſt moins ſujet, comme on l'a vu, au roulis & au tangage, ces balancements dont nous avons parlé, qui ſe font dans le ſens de la largeur & dans le ſens de la longueur. Cela vient de ce qu'une grande maſſe prend toujours plus difficilement de la vîteſſe, & de ce que le volume du corps contribue encore ſouvent à augmenter cette difficulté par l'augmentation qu'il apporte à ſes bras de leviers. C'eſt auſſi par les mêmes raiſons que les grands Vaiſſeaux obéiſſent difficilement au gouvernail & aux voi-

les lorſqu'il s'agit de changer de directions. Mais puiſqu'ils ont l'avantage de rouler & de tanguer peu, & qu'ils portent cette propriété à un très-haut degré, on eſt autoriſé à en ſacrifier une petite partie, lorſqu'on les conſtruit ou même lorſqu'on arrange leur charge ; & le Navigateur peut mettre toute ſon attention à faire enſorte qu'ils gouvernent moins lentement.

CHAPITRE II.

Moyen de calculer le temps employé par un Vaiſſeau à tourner d'une certaine quantité.

Les principes que nous avons établis dans la ſeconde Section du Livre précédent nous mettent en état de faire aiſément ce calcul. Nous avons vu qu'un Navire, ou que tout autre corps pouſſé par un point différent de ſon centre de gravité, prenoit néanmoins tout le mouvement employé réellement à le pouſſer. Il faut conſidérer le Vaiſſeau comme parfaitement libre; car l'eau ne fait de réſiſtance ſenſible qu'à une grande vîteſſe, & elle ne réſiſte pas à un mouvement qui ne fait que commencer. D'ailleurs le mouvement n'eſt ici altéré par l'intervention d'aucun levier, & il eſt exprimé par la vîteſſe que prend le centre de gravité. Ainſi, s'il étoit poſſible de pouſſer le Navire de côté avec une force équivalente à toute ſa peſanteur, ſon centre de gravité prendroit la même vîteſſe, qu'un corps qui tombe librement vers la terre par l'action de ſa peſanteur; mais comme la force employée à pouſſer le Navire eſt toujours très-petite en comparaiſon de ſa peſanteur, ſon centre de gravité doit faire auſſi moins de chemin dans le même rapport.

Repréſentons-nous un des plus grands Vaiſſeaux qui peſe 3600 tonneaux ou 7200000 livres, & conſidérons-le

lorſqu'il fait plus de deux lieues par heure, & lorſque ſon gouvernail ſitué obliquement avec un angle de 45 degrés, pouſſe la poupe de côté avec une force d'environ 3000 liv. Cette force, au lieu d'être égale à la peſanteur totale du Vaiſſeau, n'en eſt qu'environ la 2400e partie; & il ſuit de-là que le centre de gravité du Vaiſſeau, au lieu de prendre cette grande vîteſſe avec laquelle nous voyons les corps ſe précipiter vers la terre, n'en prendra que la 2400e partie. Si on veut connoître la grandeur de l'effet dans une demi-minute ou 30 ſecondes, on trouvera dans la petite Table inſérée dans le ſecond Chapitre de la ſeconde Section du Livre précédent, qu'un corps qui tombe librement deſcend de 13575 pieds dans les 30 premieres ſecondes; mais puiſque le Vaiſſeau eſt expoſé à une force 2400 fois plus foible à proportion de ſa maſſe, il ne doit, en cédant à l'effort de ſon gouvernail, avancer de côté que de la 2400e partie de 13575 pieds; & par conſéquent ſon centre de gravité ne fera qu'environ $5\frac{1}{8}$ pieds. C'eſt-là un des effets de l'action du gouvernail.

Si la figure 73 repréſente le Vaiſſeau dont il s'agit, & que l'effort latéral *NL* que fait le gouvernail en pouſſant de côté ſoit 2400 fois plus foible que la peſanteur du Navire, le centre de gravité *G* paſſera en *g* & parcourra donc en une demi-minute le petit eſpace *Gg* qui ne ſera que de $5\frac{1}{8}$ pieds. Nous n'aurons toujours, pour découvrir la grandeur de cet eſpace, qu'à faire cette ſimple analogie, la peſanteur totale du Navire eſt à l'eſpace parcouru par un corps qui tombe librement par l'effet de ſa peſanteur, comme la force qui pouſſe le Navire de côté ſera à *Gg*.

Mais nous avons après cela le mouvement de rotation ou le mouvement gyratoire à conſidérer. Ce mouvement dépend du point *C* qui reſte immobile ou qui ſert de centre de converſion; & nous avons vu dans le premier Livre* que ce point eſt toujours ſitué de l'autre côté du centre de gravité *G*, par rapport à l'agent qui travaille à produire le mouvement. Si toute la maſſe du Navire ſe réduiſoit à la groſſeur de ſa quille, le point *C* ſur lequel ſe feroit le

* *Voyez le Chap. XIII. de la ſeconde Section.*

Figure 73. mouvement de rotation par l'action du gouvernail, ſeroit éloigné du centre de gravité *G* de la ſixieme partie de toute la longueur *AB*. Suppoſé que le Vaiſſeau eût la figure d'un parallélipipede rectangle quatre fois plus long que large, le centre de converſion *C* ſeroit un peu plus loin du centre de gravité *G*, il ſeroit à la diſtance *CG* qui auroit le même rapport à toute la longueur *AB* que 17 à 96.

Mais ce n'eſt pas la même choſe lorſqu'on fait ſouffrir quelque diminution à la groſſeur du Navire par ſes deux extrêmités. Si on lui donne la figure d'un ſphéroïde elliptique quatre fois plus long que large, l'intervalle *CG* entre les deux centres ne ſera plus que la $9\frac{7}{17}^{e}$ partie de toute la longueur *AB*; c'eſt-à-dire, que lorſqu'il s'agit de l'effet du gouvernail, l'eſpace *CG* eſt à la longueur du Navire comme 17 à 160. Si on pouvoit diminuer encore plus la groſſeur du Navire par l'avant & par l'arriere, qu'on pût les réduire, par exemple, à des angles rectilignes d'environ 28 degrés 58 minutes, ou qu'on pût donner à tout le corps du Navire la forme d'un rhombe dont une diagonale fût quadruple de l'autre, l'intervalle *CG* ſeroit encore moindre, il ne ſeroit plus enſuite à *AB* que comme 7 à 128, ou il n'en ſeroit qu'une $18\frac{1}{7}^{e}$ partie.

Il eſt évident que, toutes choſes d'ailleurs égales, on ne ſauroit rendre l'intervalle *GC* trop petit, pour que le Navire gouverne mieux ou qu'il obéiſſe plus promptement au gouvernail. Car *GC* étant plus petit, l'angle de rotation *GCg* qui eſt ſoutenu par l'eſpace *Gg* parcouru par le centre de gravité *G*, ſera d'autant plus grand que *GC* ſera moindre. C'eſt ce que nous avons montré dans le premier Livre, & ce que nous ſommes obligés de remettre ſous les yeux des lecteurs. Il eſt d'ailleurs de la plus grande importance de ſavoir que le centre *C* de converſion des corps dépend extrêmement de leur figure, & que ce centre peut changer beaucoup de place par la diverſe forme du ſolide, quoique le centre de gravité reſte exactement dans le même point.

Si en conſéquence de la forme du Vaiſſeau, l'intervalle *GC* eſt la 9e partie de toute la longueur *AB*, il ſera d'environ 20 pieds dans l'exemple que nous nous ſommes propoſé. Nous connoîtrons après cela les deux côtés *Gg* & *GC* du triangle rectangle *gGC*, autant qu'il eſt néceſſaire. Le premier *Gg* eſt de $5\frac{1}{2}$ pieds, & le ſecond *GC* ſera de 20 pieds. Il n'y aura donc qu'à réſoudre le triangle par le moyen d'une figure ou par le calcul pour avoir l'angle de rotation *BCb*. On le trouvera de 15 degrés 51 minutes, & ce ſera la quantité dont le Vaiſſeau tourne ou change de direction en 30 ſecondes par l'action de ſon gouvernail. Figure 73.

Le Vaiſſeau parcourra cet angle d'un mouvement accéléré, à cauſe de l'accélération du centre de gravité *G* le long de *Gg*. Dans un temps plus long ou plus court, il parcourra des angles qui ſeront comme les quarrés des temps. Ainſi dans le quart de la demi-minute ou en $7\frac{1}{2}$ ſecondes, il changera ſeize fois moins de direction, & il ne parcourra par conſéquent qu'environ un degré dans les premieres $7\frac{1}{2}$ ſecondes. Si le temps eſt au contraire deux ou trois fois plus long que celui pour lequel nous avons fait notre premier calcul, le Navire changera quatre fois ou neuf fois plus de ſituation. Il tournera donc d'environ 64 degrés en une minute entiere. Mais cette détermination eſt beaucoup moins exacte que les premieres par pluſieurs cauſes. Le gouvernail, dans les grandes évolutions, ceſſe d'être frappé avec la même force: de plus, les degrés de mouvement ajoutés à ceux qu'a déja reçu le Navire, ne forment plus une ſomme dans laquelle rien ne ſe perde. Le centre de converſion *C* change de place; & enfin lorſque le mouvement de rotation eſt grand, les extrêmités du Navire éprouvent une aſſez grande réſiſtance de la part de l'eau en la choquant. Ainſi le mouvement gyratoire du Navire ne doit ſuivre la loi aſſignée, que lorſqu'il s'agit de petits angles. Alors dans un temps double, le Navire change aſſez exactement quatre fois plus de direction; dans un temps triple, il en change neuf fois plus, &c.

Figure 73. Nous pouvons nous ſervir de la même méthode pour découvrir l'effet d'une voile par rapport au mouvement de rotation. Cette voile fera parcourir de côté au centre de gravité *G* du Navire un eſpace *Gg* qui ſera également proportionnel à l'effort qu'elle fera dans le ſens perpendiculaire à la quille. Mais il y aura de la différence à l'égard du centre de converſion ou de rotation. Comme la voile ſera à une moindre diſtance du centre de gravité *G* que le gouvernail, le centre de rotation ſera plus loin dans le même rapport, & toujours du côté oppoſé à la voile à l'égard du centre de gravité. Ainſi, ſuppoſé qu'on ſe ſerve de l'artimon, le centre de converſion *C* ou le point qui reſte immobile pendant le mouvement de rotation, ſera ſimplement plus éloigné du centre de gravité *G*. Mais ſi on ſe ſert de la miſaine ou de ſon hunier, le centre de converſion ſera vers la poupe; & il ſera d'autant plus éloigné du centre de gravité *G* que le mât de miſaine ſera plus près de ce dernier centre.

Suppoſons qu'on ſe ſerve effectivement des voiles du mât de miſaine *M*, & qu'elles ne ſoient éloignées du centre de gravité *G* que de 60 pieds, au lieu que le gouvernail en étoit éloigné de 90; le centre de converſion *c* ſera en arriere du centre de gravité *G*, & l'intervalle *Gc* ſera d'autant plus grand que les voiles de miſaine ſont plus proche du centre de gravité *G*. L'intervalle *GC* étoit de 20 pieds lorſqu'il s'agiſſoit du gouvernail; & il ſera donc de 30 pieds dans le ſens contraire pour les voiles de miſaine. Mais il ne ſuffit pas de connoître *Gc*, il faut que nous ſachions la quantité *Gg* dont le centre de gravité *G* du Vaiſſeau eſt tranſporté de côté.

Les voiles du mât de miſaine ont à peu-près 7000 pieds quarrés de ſurface, & ſi le vent fait un effort de 2 livres ſur chaque pied quarré ſelon le ſens perpendiculaire à la quille, l'effort total ſera d'environ 14000 livres ou égal à environ une 590me partie de la peſanteur du Vaiſſeau. Dans une demi-minute de temps le centre de gravité *G* ſera donc mû de preſque 23 pieds qui eſt la 590me partie de

la chûte naturelle (13575 pieds) d'un grave en une demi-minute. Or cette grandeur de Gg apportera plus d'augmentation à l'angle de rotation ou au changement de direction du Navire, que le plus grand intervalle Gc n'y apportera de diminution. Nous ferons cette analogie : les 30 pieds de Gc ſont au ſinus total, comme les 23 pieds de Gg ſeront à la tangente de l'angle de rotation Gcg qui ſe trouvera de cette ſorte d'environ $37\frac{1}{2}$ degrés. Figure 73.

Expreſſion Algébrique de l'angle de rotation du Navire.

AVANT de terminer ce Chapitre, nous donnerons une formule générale de l'angle de rotation, laquelle pourra ſervir dans quelques rencontres. Nous nommerons a la diſtance BG du centre de gravité du Navire à l'extrêmité B de ſa poupe, c l'intervalle GC entre le centre de gravité & le centre de converſion, lorſque le Navire eſt pouſſé par l'extrêmité de l'arriere, b la diſtance BM de cette même extrêmité au point M, où eſt appliqué l'agent qui cauſe le mouvement de rotation, f la force abſolue de cet agent, P la peſanteur du Vaiſſeau, & t le nombre de ſecondes pour lequel on veut avoir l'angle de converſion. Nous aurons d'abord $15\frac{1}{12}t^2$ pour la chûte libre d'un grave exprimée en pieds-de-roi pendant le temps t. Mais l'eſpace Gg parcouru par le centre de gravité du Navire doit être plus petit que $15\frac{1}{12}t^2$, dans le même rapport que f eſt moindre que P. Nous aurons donc $\frac{15\frac{1}{12}t^2f}{P}$ pour l'expreſſion générale de Gg.

Nous avons déſigné par c l'intervalle GC entre les centres de gravité & de converſion pour le cas où le Navire eſt pouſſé par le point B qui eſt éloigné du centre de gravité G de la diſtance a; Mais lorſque le Navire eſt pouſſé par le poinr M, qui eſt éloigné du centre de gravité de la diſtance $MG = b - a$, l'intervalle entre les centres de gravité & de converſion doit être plus petit ou plus grand

Figure 73. en raiſon inverſe de BG & de MG. Nous aurons donc $\frac{ac}{b-a}$ pour la diſtance actuelle du centre de converſion c au centre de gravité G; & il ne nous reſte plus pour avoir la grandeur de l'angle de converſion Gcg qu'à prendre $\frac{ac}{b-a}$ pour rayon, & chercher l'angle auquel répond $Gg = \frac{15\frac{1}{11}t^2f}{P}$ pris pour tangente.

On peut faire encore mieux, on peut prendre Gg pour un arc de cercle, & le chercher à proportion du rayon qui eſt égal à très-peu-près à 3438 minutes. La génération du mouvement étant une fois faite, nous pouvons faire abſtraction du mouvement de G, & le point c décrira enſuite autour de G un arc de cercle exactement égal à Gg. Nous ſommes par conſequent autoriſés à faire cette analogie; l'intervalle $\frac{ac}{b-a}$ entre les centres de gravité & de converſion eſt à 3438 minutes, valeur du rayon ou du ſinus total, comme $\frac{15\frac{1}{11}t^2f}{P}$ valeur de Gg ſera à l'angle Gcg qu'on trouve égal à $\frac{51856\times t^2f\times\overline{b-a}}{acP}$.

Nous aurons donc la *formule* $\frac{51856\times t^2f\times\overline{b-a}}{acP}$ pour la valeur de l'angle de rotation exprimée en minutes pour le nombre de ſecondes de temps t. Il ſuffira d'y introduire les valeurs de f & de P, indiquées en livres ou en tonneaux, & les valeurs de $BG=a$, de $GC=c$ & de $BM=b$, énoncées en pieds-de-roi. Si on cherche l'effet que peut produire une des voiles de la proue ſituée en M, b ſera plus grande que a & l'angle de converſion ſe trouvera poſitif, quoiqu'il ſe faſſe dans un ſens contraire à celui que repréſente la figure 73. Si l'agent exerçoit ſa force ſur le Navire en le pouſſant par ſon centre de gravité, l'angle de rotation deviendroit nul. Les Lecteurs en ſavent la raiſon; le centre de converſion ſe trouveroit à une diſtance infinie, & le Navire en changeant de place reſteroit toujours parallele à lui-même; il ne tourneroit pas. Enfin, ſi on vouloit avoir l'effet d'une voile de la poupe

poupe ou l'effet du gouvernail, l'angle ſe trouveroit négatif; c'eſt-à-dire, qu'il ſeroit tel que l'exprime la fig. 73. Nous pourrions nous diſpenſer d'ajouter qu'il faut faire $b = 0$ pour le gouvernail. Mais nous ne ſaurions trop avertir que notre formule n'eſt d'une exactitude ſuffiſante que pour les angles très-petits. Figure 73.

CHAPITRE III.

Déterminer par l'expérience le centre de gravité du Navire, & le point ſur lequel ſe fait le mouvement de rotation.

UNE choſe nous ſeroit très-avantageuſe; ce ſeroit d'avoir quelque moyen commode de déterminer les points de la longueur du Navire où ſe trouvent le centre de gravité & le centre de converſion. Nous avons donné dans la premiere & ſeconde ſection du livre précédent des moyens de calculer la ſituation de ces centres. Mais outre que ces calculs ſont très-longs & très-rebutants, on ſeroit ſujet à tomber dans des erreurs conſidérables par le grand nombre d'omiſſions qu'on pourroit commettre. Il vaudroit donc bien mieux pouvoir parvenir aux mêmes déterminations par le moyen de quelques expériences aſſez directes. Si on en faiſoit l'application ſur différents Navires pendant qu'ils ſont encore dans le port, on jugeroit de leurs bonnes ou mauvaiſes qualités, par rapport à leur maniere de gouverner lorſqu'ils ſeroient en mer. On en tireroit des lumieres qui éclaireroient les Conſtructeurs, & on en tireroit auſſi quelquefois une utilité plus prochaine, en apprenant les changements qu'il ſeroit à propos de faire à la diſtribution de la charge, & des autres parties qu'on a la liberté de changer de place dans le Vaiſſeau.

Nous avons ſouhaité qu'on conſtatât en mer pour chaque Navire l'état dans lequel on remarque qu'il navigue

le mieux. On examineroit avant cela à terre de combien de tonneaux ce Navire eſt chargé ; le volume d'eau qu'occupe toute ſa carene ; la quantité dont il plonge par la proue & par la poupe ; la hauteur de ſon centre de gravité ; l'inclinaiſon que lui cauſe un certain poids placé à une certaine diſtance de ſon milieu vers un côté ; le nombre de ſecondes qu'il met à faire chacune des oſcillations du roulis lorſqu'elles ſont parfaitement libres. Toutes ces recherches contribueroient à perfectionner la partie méchanique de l'Art Nautique. Mais il faudroit joindre à toutes les recherches précédentes l'examen de la propriété que doit avoir le Navire de tourner avec facilité ou de bien gouverner par le moyen du gouvernail & des voiles. C'eſt ce qui m'a fait penſer qu'on pourroit employer avec ſuccès les pratiques ſuivantes.

Premier moyen de déterminer le point ſur lequel le Navire tourne lorſqu'il eſt pouſſé par ſon gouvernail, & de trouver le centre de gravité du Navire, &c.

Il faudroit choiſir dans un port quelque endroit où la mer fût parfaitement tranquille & où il ne fît point de vent. Lorſqu'il y a un baſſin, on le préféreroit ; & on attendroit quelqu'un de ces beaux jours dans leſquels il regne un calme parfait. On laiſſeroit le Vaiſſeau *AB* (*fig.* 93.) parfaitement libre, ou s'il étoit toujours retenu par quelques cordages, on les rendroit aſſez lâches pour qu'ils ne miſſent point d'obſtacles au mouvement qu'on veut lui imprimer. Un autre cordage *BLQ* ſeroit appliqué à l'extrêmité *B* de la poupe, il paſſeroit ſur la poulie *L*, qui ſeroit ſoutenue d'une maniere parfaitement fixe ſur le bord du quai ou de quelque ponton qu'on auroit rendu ſtable, & ce cordage ſoutiendroit un poids *Q* d'une peſanteur connue & aſſez conſidérable. Le Navire eſt en repos, & le poids *Q* qui eſt ſoutenu par quelque cordage n'agit point

Figure 93.

encore ; mais on l'abandonne tout-à-coup à ſa peſanteur, il tire la poupe vers le quai, & il fait tourner le Navire. Si on faiſoit durer l'expérience trop de temps, ce mouvement de rotation deviendroit trop grand, & le cordage *B L* ceſſeroit d'être aſſez exactement perpendiculaire à la longueur du Navire. Il ſuffiroit apparemment de donner une minute ou une demi-minute au Navire pour tourner & au corps *Q* pour deſcendre ; & il n'y auroit qu'à obſerver à la fin de ce temps le changement de ſituation de l'un & l'autre corps. Figure 93.

On pourroit dans un baſſin meſurer la diſtance de la poupe & de la proue à certains points qu'on prendroit pour termes ; mais il ſeroit plus ſimple de voir par le moyen du cordage même *B L Q* ou d'un fil placé à côté, de combien la poupe s'approche de la poulie *L*, pendant la demi-minute ou les 30 ſecondes qu'on donne de durée à l'expérience. En même temps que la poupe *B* s'approcheroit du quai, la proue *A* s'en éloigneroit, & il ſuffiroit, pour meſurer ce mouvement, d'une ſimple ficelle *A F* qui étant arrêtée à quelque point *A* de la proue, s'étendroit ſur le quai juſqu'en *F*, & il y auroit à cette extrêmité quelque pierre peu groſſe qui feroit autant de chemin que la proue, mais qui ayant peu de groſſeur ne formeroit pas un obſtacle ſenſible au mouvement de rotation du Navire.

Le tout pourroit s'exécuter de mille manieres différentes que nous laiſſons à imaginer aux lecteurs. Connoiſſant la quantité dont le Navire s'eſt approché de terre par ſa poupe & éloigné par ſa proue pendant le temps de la demi-minute, on les ajoutera enſemble, & comparant leur ſomme à la longueur du Vaiſſeau, on aura l'angle de rotation. La figure 94 nous repréſente ce mouvement. Le Navire avoit d'abord la ſituation *A B* ; mais pendant que ſa poupe a paſſé de *B* en 2 *B*, ſa proue a parcouru l'eſpace *A* 2 *A*. Nous ajoutons donc *B* 2 *B* & *A* 2 *A* que nous ont données nos changements de longueurs de nos ficelles appliquées à la proue & à la poupe. Cette ſomme eſt *F* 2 *A* ; & il ne nous reſte plus qu'à faire cette analogie ; Figure 94.

Figure 94. la ligne $2BF$ qui eſt parallele & égale à la longueur du Navire eſt au ſinus total comme $F2A$ eſt à la tangente de l'angle $F2B2A$ dont le Navire a changé de directions en paſſant de la ſituation AB à la ſituation $2A2B$.

On pourra quelquefois découvrir cet angle par un autre moyen qui ſera ſuſceptible d'une plus grande préciſion. Si on met des mires ou pinnules dans le Vaiſſeau à une aſſez grande diſtance les unes des autres, ſi on en met une, par exemple, vers la poupe & l'autre vers la proue, & que viſant par ces pinnules on remarque quelque point très-éloigné à terre qui réponde dans leur direction, il n'y aura qu'à voir à la fin de l'expérience, c'eſt-à-dire à la fin d'une minute ou d'une demi-minute, ſur quel autre point ſont dirigées les mires ou pinnules; & on meſurera enſuite avec les inſtruments qui ſont en uſage dans le Pilotage, l'angle que comprennent les deux points éloignés, en les obſervant du Vaiſſeau & du centre de converſion qu'on connoît toujours à peu près d'avance. Au lieu de pinnules, on pourra ſe ſervir d'une lunette: mais encore une fois nous laiſſons à l'obſervateur à choiſir les moyens qu'il employera, & à entrer par lui-même dans un certain détail de réflexions qui ſoient capables de lui ſuggéter pluſieurs expédients.

Figure 93. L'expérience étant faite, on la répétera en faiſant agir le poids Q (*fig.* 93.) ſur quelqu'autre point D du Navire aſſez conſidérablement éloigné du premier point B. La puiſſance étant dans ce ſecond cas appliquée à une diſtance beaucoup moindre du centre de gravité G du Navire, le centre de converſion en ſera plus éloigné de l'autre côté dans le même rapport, & ſi le poids Q eſt toujours le même & qu'on ne faſſe toujours durer l'expérience que le même temps, l'angle de rotation ſera beaucoup plus petit. On déterminera cet angle avec le même ſoin dans cette ſeconde expérience que dans la premiere; & il n'y aura plus qu'une ſimple analogie à faire pour découvrir le centre de gravité G du Navire. La différence des deux angles de rotation trouvés par les deux expériences, ſera à BD,

comme le plus grand des deux angles de rotation ſera à *BG* ou comme le plus petit ſera à *DG*. Figure 93. & 94.

L'analogie précédente eſt fondée ſur ce que nous avons fait voir dans la ſeconde Section du premier Livre * que la grandeur de l'angle de rotation eſt proportionnelle au moment de l'agent qui produit le mouvement gyratoire. L'eſpace *Gg* que parcourt le centre de gravité du Navire (*fig.* 94.) eſt proportionnel à l'action abſolue de l'agent, & cet eſpace eſt le même dans nos deux expériences, puiſque nous avons employé le même poids *Q*, & que nous avons donné aux deux expériences la même durée. L'angle de rotation eſt donc ici plus ou moins grand par la ſeule raiſon que le point *C* ou *c* ſur lequel le Navire tourne eſt plus ou moins éloigné du centre de gravité *G*. Si l'intervalle *Gc* eſt deux ou trois fois plus grand que *GC*, l'angle de rotation ſera ſenſiblement deux ou trois fois plus petit. Mais puiſque *GC* & *Gc* ſont en même raiſon que *GD* & *GB*, les deux angles de rotation qui ſont en raiſon inverſe de *GC* & de *Gc*, ſont en raiſon directe des deux diſtances *BG* & *DG* de l'agent au centre de gravité *G*. Ainſi on peut comparer les angles de rotation à ces diſtances, pendant qu'on compare la différence des angles à la différence *BD* des diſtances. * *Chap. XV.*

Quant au centre de converſion, une ſeule des expériences ſuffit pour le déterminer. *B2B* (*fig.* 94.) eſt l'eſpace qu'a parcouru la poupe dans la premiere expérience, & *F2A* eſt la ſomme des eſpaces parcourus par la proue & par la poupe. Nous pouvons donc faire cette analogie: la ſomme *F2A* des deux mouvements eſt à toute la longueur *2BF* du Navire, comme l'eſpace *B2B* parcouru par la poupe ſera à *BC*, diſtance de la poupe au point *C* ſur lequel le Navire a tourné.

Le mouvement de rotation ſe fait ſur le point *C*, parceque la force qui le produit agit en *B* à l'extrêmité de la poupe. Mais c'eſt la même choſe que ſi on avoit le centre de rotation pour tous les autres points auxquels l'agent peut ſe trouver appliqué; puiſque *GC* & *Gc* ſont néceſ-

Figure 94. ſairement en raiſon réciproque de GB & de GD, & que le produit $DG \times Gc$ eſt conſtant pour chaque Navire. Nous le répétons, parce qu'il faut y faire une attention continuelle lorſqu'il s'agit des mouvements d'évolution. Si prenant pour diametre l'intervalle compris entre les points B ou D où eſt appliqué chaque agent & le centre de converſion correſpondant C ou c, on décrit des demi-cercles BEC, DEc; tous ces demi-cercles ſe couperont dans le point E qui eſt à l'extrêmité de la perpendiculaire GE élevée au centre de gravité G. Tous les produits dont nous parlions ſeront égaux entr'eux & au quarré de GE.

Mais pour revenir à nos expériences, elles nous feront connoître auſſi la peſanteur du Navire, mais d'une maniere, il eſt vrai, qui ne doit pas être extrêmement exacte, parce qu'on déduit cette peſanteur de celle du poids Q, & que les erreurs d'une détermination ſont toujours d'autant plus conſidérables, qu'on ſe ſert d'une petite quantité pour en découvrir une plus grande. Quoi qu'il en ſoit, on trouvera l'eſpace Gg par cette ſimple analogie; le ſinus total eſt à la tangente de l'angle de rotation, ou la longueur $2BF$ du Navire eſt à $2AF$, comme GC eſt à Gg. Après cela il n'y aura plus qu'à voir combien cet eſpace parcouru par le centre de gravité du Navire eſt de fois moindre que l'eſpace parcouru par un grave, lorſqu'il tombe librement par l'action de ſa peſanteur dans le même temps, & on ſaura combien la peſanteur du Navire eſt de fois plus grande que celle du poids Q.

L'eſpace Gg s'eſt, par exemple, trouvé de 5 pieds pendant une demi-minute, & il eſt par conſéquent la 2715me. partie de la chûte libre d'un corps qui tombe de 13575 pieds dans le même temps. C'eſt une marque que les deux corps actuellement mûs, le Vaiſſeau & le poids Q peſent 2715 fois plus enſemble que le poids Q qui produit ici tout le mouvement. L'eſpace Gg n'eſt ſi petit que parce que les deux corps à mouvoir forment une très-

grande maſſe ; mais il ſuit de-là que le Vaiſſeau peſe ſeul 2714 fois plus que le corps *Q* ; & ſi ce corps peſe 500 livres ou un quart de tonneau, la peſanteur du Vaiſſeau ſera d'un peu plus de 678 tonneaux. En un mot, nous faiſons cette analogie ; l'eſpace *Gg* eſt à 13575 pieds moins *Gg*, comme la peſanteur du poids *Q* eſt à celle du Vaiſſeau. Figures 93 & 94.

Second moyen de déterminer par l'expérience le centre de rotation & le centre de gravité du Navire.

LE ſecond moyen que nous avons à propoſer a beaucoup de rapport avec le premier, mais nous le croyons plus ſûr & plus facile à mettre en exécution, quoiqu'il demande enſuite dans le cabinet un peu plus de calculs. Au lieu de laiſſer le Navire parfaitement libre, nous le fixons par un point *M* (*fig.* 95). Nous tendons, par exemple, du bas *M* du mât de miſaine trois différents cordages qui vont ſe rendre audehors du Navire à trois points qui réſiſtent aſſez. Le Navire dont *AB* eſt la longueur, ne pourra enſuite tourner que ſur le point *M*, & pour produire ce mouvement, nous ferons agir un poids *Q* ſelon une direction *BL* perpendiculaire à la longueur du Navire. Nous nommerons *p* la peſanteur connue du poids *Q*, & *b* la diſtance *BM* qui ſert de bras de levier à ce poids. Nous déſignerons par *x* la diſtance inconnue *GM* du centre de gravité *G* au point *M*; & nous nous rappellerons l'expreſſion $\int E^2 dm$ qui marque le produit de chaque partie *dm* de la maſſe du Navire, multipliée par le quarré de ſa diſtance *E* au centre de gravité *G*. Figure 95.

Nous ſuppoſerons, pour un moment, que le centre de gravité *G* eſt déja connu, & que le Navire étant arrêté par ce point, il s'agit d'évaluer le mouvement que lui donnera le poids *Q*. Chaque partie de la maſſe du Navire s'oppoſe moins par ſon inertie à ce mouvement, que ſi elle étoit en *B*. Ces parties de matiere ſituées dans

Figure 95. tous les autres points prennent moins de vîteſſe, elles ont de moindres arcs à décrire, & outre cela la réſiſtance que fait ce mouvement eſt appliquée à un bras de levier moins long. Ainſi pour ſavoir la maſſe qu'il faut ſubſtituer en B pour qu'elle faſſe préciſément la même réſiſtance au mouvement que tout le corps du Navire lorſqu'il tourne autour de G, il faut pour chaque grain dm de matiere en ſubſtituer en B un autre qui ſoit d'autant plus petit que le quarré E^2 de ſa diſtance au centre G eſt plus petit que le quarré de BG. C'eſt-à-dire, que pour chaque grain dm de matiere, il faut en mettre un autre qui ne ſoit que $\frac{E^2 dm}{BG^2}$; & pour la maſſe entiere du Vaiſſeau, il faut par conſéquent placer en B une maſſe $\frac{\int E^2 dm}{BG^2}$. Cette maſſe ſera beaucoup plus petite que celle du Vaiſſeau, & en même temps beaucoup plus grande que celle du poids Q. Au reſte, il nous ſera très-facile de la connoître, dans la ſuppoſition que nous faiſons que le Navire tourne autour de G.

Nous n'aurions, en effet, qu'à obſerver le mouvement du Vaiſſeau pendant une minute ou plutôt une demi-minute. Le point B paſſeroit en b, nous meſurerions Bb, & examinant combien cet eſpace eſt plus court que ceux que les graves parcourent en tombant par l'action libre de leur peſanteur, nous ſaurions combien la maſſe qu'il faut imaginer en B pour tenir lieu de celle du Navire, eſt plus grande que celle du poids Q. Si l'eſpace Bb eſt deux ou trois mille fois moindre que l'eſpace parcouru librement par les graves, ce ſera une marque que la maſſe $\frac{\int E^2 dm}{BG^2}$ eſt deux ou trois mille fois plus peſante que Q; ou, pour parler plus exactement, qu'elle eſt plus peſante 1999 ou 2999 fois. La peſanteur p du poids Q eſt connue; nous aurons donc la maſſe $\frac{\int E^2 dm}{BG^2}$; & ſi nous la multiplions par BG^2, il nous viendra le moment $\int E^2 dm$ de la réſiſtance que fait le Navire à tourner autour de ſon centre de gravité. Moment qui, eſt comme nous l'avons vu dans

dans la troiſieme Section du premier livre * égal au produit de la peſanteur ou de la maſſe entiere du Navire multipliée par les diſtances du point de percuſſion & du centre de converſion au centre de gravité. Ce moment $\int E^2 dm$, ſi on nomme P la peſanteur du Navire de la figure 93 ou 94, eſt égal à $P \times BG \times GC$ ou à $P \times DG \times Gc$. Voyez ſur cela le Chapitre cité.

* *Chap. VIII.*

Figure 93.

Mais le centre de gravité G du Navire n'eſt pas connu; & ſa détermination fait ici un des objets de nos recherches. Je fixe le Navire par des cordages qui ſe rendent vers le bas M de ſon mât de miſaine ou à quelqu'autre point; & je fais tourner ce Navire par le moyen d'un poids Q dont p exprime la peſanteur; j'obſerve la grandeur de l'eſpace Bb parcouru par le point B dans un certain temps, & comparant cet eſpace à celui que parcourt un grave en tombant librement, je vois combien la maſſe qu'il faut imaginer en B eſt plus grande que le poids Q. Je nomme $h+1$ l'expoſant de ce rapport; je veux dire que $h+1$ marque combien de fois l'eſpace Bb eſt plus petit que l'eſpace que parcourt un grave en deſcendant librement; & multipliant par h la peſanteur p nous aurons hp pour la maſſe qu'il faut imaginer en B pour tenir lieu de celle du Navire. Cette maſſe prendroit en B d'autant plus de vîteſſe que le rayon b ou BM de l'arc qu'elle décriroit ſeroit plus grand, & il faut encore multiplier par b ou par BM, parce que cette longueur ſert de bras de levier auquel eſt appliquée la réſiſtance que fait le mouvement bhp. Nous avons donc b^2hp pour le moment du mouvement ou pour le moment de la réſiſtance, lequel doit être égal au moment de la réſiſtance que le Navire fait à tourner ſur le point M. Mais ce dernier moment n'eſt plus ſimplement $\int E^2 dm$, il eſt $\int E^2 dm + Px^2$, puiſque le Navire au lieu de tourner ſur ſon centre de gravité G tourne ſur un point M qui en eſt éloigné de la diſtance x. Le moment du mouvement ou de la réſiſtance en eſt augmenté, du produit de toute la maſſe P par le quarré de x^2 ſelon ce que nous avons

* *Voyez vers le commencement du Chap. VIII de la troiſieme Sect. du prem. Livre.*

dit ci-devant *. Nous aurons donc l'équation $b^2hp = \int E^2\,dm + Px^2$, dans laquelle il y a deux inconnues $\int E^2\,dm$ & x. Ainſi nous avons beſoin d'une autre équation pour pouvoir réſoudre le problême.

Figure 95.

Nous l'obtiendrons cette autre équation, en rendant le Navire fixe ſur quelque autre point m au tour duquel nous le ferons tourner. Si nous prenons ce ſecond point m plus loin du centre de gravité que le point M, de la diſtance $Mm = e$, le Navire fera plus de difficulté à tourner, & le moment de ſa réſiſtance ſera $\int E^2\,dm + Px^2 + 2Pex + Pe^2$. Mais notre ſeconde expérience doit nous donner ce moment. Le Navire réſiſtant davantage à tourner, l'extrêmité B parcourra un eſpace Bb qui ſera moindre, & il n'y aura qu'à voir combien cet eſpace eſt contenu de fois dans celui que parcourroit le poids Q s'il tomboit librement. Nous chercherons ce dernier eſpace dans la Table du Chapitre II. de la ſeconde Section de l'autre Livre, & nous marquerons par $H+1$ le nombre de fois qu'il contiendra Bb. Nous aurons donc, ſi le poids Q eſt toujours le même & appliqué dans le même point B, la quantité Hp pour la maſſe qu'il faut imaginer en B & qui feroit la même réſiſtance au mouvement que le Navire. Cette même maſſe, nous la multiplions par le quarré $b^2 + 2be + e^2$ de $Bm = b + e$, pour avoir non-ſeulement ſon mouvement, mais le moment de ſon mouvement ou de ſa réſiſtance. Il nous viendra $\overline{b^2 + 2be + e^2} \times Hp$ qui eſt égal au moment $\int E^2\,dm + Px^2 + 2Pex + Pe^2$ de la réſiſtance que fait le Navire à ſe mouvoir ſur le point m. Ainſi nous aurons l'équation $\overline{b^2 + 2be + e^2} \times Hp = \int E^2\,dm + Px^2 + 2Pex + Pe^2$; & comme nous avons maintenant autant d'équations que d'inconnues, le problême ne préſente plus aucune difficulté.

La premiere équation eſt $b^2hp = \int E^2\,dm + Px^2$; & ſi on ſe ſert du premier membre pour le ſubſtituer dans la ſeconde équation à la place de $\int E^2\,dm + Px^2$, on aura $b^2Hp + 2beHp + e^2Hp = b^2hp + 2Pex + e^2P$ dont

on tire $x = \frac{b^2 p \times \overline{H-h} + 2beHp + e^2 \times \overline{Hp-P}}{2eP}$, *formule* qui nous donne en grandeurs entiérement connues la diſtance $GM = x$ du centre de gravité G au point M ſur lequel on a d'abord fait tourner le Navire. Figure 95.

La valeur de x érant trouvée, nous l'introduirons dans notre premiere équarion $b^2hp = \int E^2 dm + Px^2$ ou $\int E^2 dm = Px^2 - b^2hp$; & nous aurons $\int E^2 dm = \frac{(b^2 p \times \overline{H-h} + 2beHp + e^2 \times \overline{Hp-P})^2}{4e^2P} - b^2hp$ pour le moment de la réſiſtance que fait le Navire à tourner autour de ſon centre de gravité. Il nous eſt de la plus grande importance de connoître ce moment, parce que, comme nous l'avons déja dit pluſieurs fois, il eſt égal à la peſanteur P du Vaiſſeau multipliée par la diſtance de ſon centre de gravité à ces points réciproques ſur l'un deſquels le Navire tourne toujours lorſqu'on le pouſſe par l'autre.

Ainſi, diviſant ce moment par la peſanreur P du Vaiſſeau, nous aurons d'une maniere connue, $\left(\frac{b^2 p \times \overline{H-h} + 2beHp + e^2 \times \overline{Hp-P}}{2eP}\right)^2 - \frac{b^2hp}{P}$ pour le produit de ces deux diſtances l'une par l'autre, pour le produit de BG par GC ou de DG par Gc dans les figures 93 & 94.

Il faut bien remarquer que $\int E^2 dm$ a différentes valeurs ſelon le ſens dans lequel ſe fait le mouvement. Lorſqu'il s'agit du roulis, le moment $\int E^2 dm$ eſt bien moindre que lorſqu'il s'agit du tangage. Mais nous croyons que ce moment eſt à peu-près le même dans le tangage & dans le mouvement de rotarion dont nous nous occupons actuellement; car la longueur du Navire qui contribue le plus à leur augmentation, a également part dans les deux.

CHAPITRE IV.

Trouver le changement qu'apporte à la facilité qu'a le Navire de tourner ou de gouverner, l'addition d'un nouveau poids.

Figures 93 & 94.

QUOIQU'ON puiſſe faire ſur des Navires tout armés les expériences que nous venons de propoſer, on aura cependant beaucoup plus d'occaſion de les employer ſur des Navires qui ne ſeront équipés qu'en partie. Les nouveaux poids qu'on ajoutera à la charge apporteront du changement au centre de gravité *G* & au centre de converſion *C*, mais ce ſera toujours beaucoup que d'avoir trouvé immédiatement ces deux centres pour un certain état du Navire, on ſe ſera épargné un détail immenſe, & il coûtera enſuite beaucoup moins à appliquer les regles générales que nous avons indiquées dans la premiere & la ſeconde Section du Livre précédent, pour trouver l'un & l'autre centre.

Le point *C* étant le centre de converſion ou de rotation lorſque le Navire eſt pouſſé par l'extrêmité *B* de ſa poupe, nous pourrions chercher tous les moments par rapport au premier de ces points, & il ſemble que le calcul en ſeroit plus naturel. Mais comme les centres de converſion & les points par leſquels le Navire eſt pouſſé jouiſſent d'une propriété réciproque, que le point *C* eſt le centre de converſion lorſqu'on pouſſe le Navire par le point *B*, & que le point *B* eſt à ſon tour le centre de converſion lorſqu'on pouſſe le Navire par le point *C*, on peut feindre, pendant le calcul, que le Navire eſt pouſſé par le point *C* & qu'il tourne par conſéquent ſur le point *B*. En conſéquence de cette ſuppoſition tous les moments qu'on calculera ſeront poſitifs, & on ſera diſpenſé de partager ſon

attention pour les distinguer. On prendra donc le point *B* pour terme, & ayant trouvé par l'expérience *BG* & *BC*, on multipliera la premiere de ces distances par la pesanteur qu'avoit d'abord le Navire, & on aura immédiatement son moment, auquel il n'y aura plus qu'à joindre chaque poids particulier ajouté depuis à la charge, multiplié par sa distance au point *B*, mesurée parallélement à la quille; & divisant cette somme par la pesanteur du Navire augmentée de tous ses poids, on aura au quotient la distance du point *B* au nouveau centre de gravité commun *G*. Figures 93 & 94.

Les parties pesantes ajoutées au Vaisseau feront aussi changer le point *C*. Pour déterminer sa nouvelle place, on multipliera d'abord la premiere pesanteur *P* du Navire par *BG* & par *BC*, & on ajoutera à ce produit celui de chaque nouveau poids par le quarré de sa distance absolue au point *B*. Nous disons la distance absolue, parce que les poids pouvant être mis vers les flancs du Vaisseau, leur distance au point *B* ou à la ligne verticale de ce point, sera un peu plus grande que si on la mesuroit dans le sens parallele à la quille. Enfin la somme de tous ces produits ou moments étant trouvée, on la divisera par le moment de la pesanteur totale ou par le produit de la pesanteur du Navire avec son augmentation multipliée par la distance de son centre de gravité au point *B*; & la division donnera la distance *BC* du point *B* au nouveau point *C*. Ainsi on aura le centre de conversion pour le cas dans lequel le Navire est poussé par l'extrêmité de sa poupe; & c'est, conformément à ce qu'on sait, avoir ce centre pour tous les autres cas.

Le calcul précédent sera d'usage lorsqu'on ajoutera à la charge un grand nombre de différents poids; mais si on n'en ajoute qu'un seul, il sera encore plus facile d'en prévoir l'effet. Une chose d'abord bonne à savoir, c'est que tout nouveau poids placé dans le centre de conversion, ne change en rien la facilité avec laquelle le Navire gouverne ou est disposé à tourner.

Supposé qu'on introduise en *C* un poids égal à la cen-

Figure 94. tieme partie de la peſanteur du Navire, ce nouveau poids ayant lui-même ſon centre de gravité & ſon centre de converſion en C, ne modifiera aucunement le centre de converſion C du Navire, & le mouvement de rotation ſe fera toujours ſur le point C. Il eſt vrai que le Navire que nous ſuppoſons toujours expoſé à l'action de la même puiſſance, étant devenu plus peſant d'une centieme partie, ſon centre de gravité parcourra de côté un eſpace Gg moindre d'une centieme partie : mais l'angle de rotation GCg reſtera toujours de la même grandeur, parce que ſi Gg diminue d'une centieme partie, le centre de gravité G commun s'approche auſſi préciſément d'une centieme partie du point C à cauſe du nouveau poids qu'on y a ajouté. Ainſi le rapport entre les deux côtés Gg & GC reſte toujours le même, & par conſéquent l'angle GCg ne doit pas changer.

Il n'eſt pas difficile de s'aſſurer que c'eſt la même choſe ſi on ajoute le nouveau poids dans le centre de gravité G du Navire. Ce centre reſtera toujours dans le même endroit de la longueur BA ; mais le centre de converſion changera de place ; & il ſe rapprochera du centre de gravité préciſément dans le même rapport que l'eſpace Gg parcouru de côté par le centre G pendant le mouvement de rotation, ſera plus petit. Ainſi l'angle de converſion ſera encore le même. Pour favoriſer l'action du gouvernail ou d'une voile, il ne faut donc mettre le nouveau poids ni dans le centre de gravité ni dans le centre de converſion. Mais il n'y a qu'à placer ce poids entre ces deux points ; & ſi on veut qu'il produiſe le plus grand effet poſſible, il n'y a qu'à le mettre préciſément au milieu de l'intervalle. Nous allons en donner la démonſtration, en réſolvant le Problême ſuivant.

Déterminer l'endroit où il faut placer un poids qu'on ajoute à la charge pour qu'il favoriſe, le plus qu'il eſt poſſible, l'action d'une certaine voile dans le mouvement de rotation du Navire.

PROPOSONS-NOUS le Navire dont *BA* (*fig. 96.*) eſt la longueur ou la quille, dont *G* eſt le centre de gravité, & qui tourne ſur le point *C* lorſqu'il eſt pouſſé de côté par la voile ſituée en *M*. Nous avons un nouveau poids à introduire dans ce Vaiſſeau, & nous voulons ſavoir en quel point *R* il faut le mettre pour qu'il favoriſe le plus qu'il eſt poſſible l'action de la puiſſance *M* lorſqu'il s'agit de faire tourner le Navire. Il eſt évident que le point *R* où nous devons placer le poids eſt celui qui en faiſant changer de place les centres *C* & *G*, rend l'intervalle *GC* le plus petit. Car toutes choſes étant d'ailleurs égales, l'angle de rotation *GCg* ſera d'autant plus grand que *GC* ſera moindre ; & ſi nous réuſſiſſons à rendre cet intervalle un *minimum*, nous rendrons l'avantage de bien gouverner un *maximum* lorſqu'on ſe ſervira de la voile *M*. Figure 96.

Nous nommerons *P* la peſanteur particuliere du Navire, *a* la diſtance *GM* de la voile au centre de gravité *G* du Navire avant l'addition du nouveau poids, *c* l'intervalle *GC* entre les deux centres de gravité & de rotation, *p* le nouveau poids que nous avons à ajouter à la charge, & *z* la diſtance inconnue *RM* à laquelle il faut le placer du point *M*. L'addition du nouveau poids fera changer le moment de la peſanteur du Navire par rapport au point *M* ; & au lieu d'avoir *aP*, nous aurons $aP+pz$ qui étant diviſée par la ſomme $P+p$ des poids, nous donnera $\frac{aP+pz}{P+p}$ pour la nouvelle valeur de *MG*.

Le moment du mouvement par rapport au point *M* ceſſera auſſi d'être, $a \times \overline{a+c} \times P$ ou $MG \times MC \times P$; il

Figure 96. ſera $a^2 + ac \times P + pz^2$, puiſqu'il faut ajouter le produit de p par le quarré z^2 de ſa diſtance au point M; & ſi nous diviſons la ſomme par le moment $aP + pz$ des poids, il nous viendra $\frac{a^2 + ac \times P + pz^2}{aP + pz}$ pour la nouvelle valeur de MC. Mais pour que l'intervalle CG qui eſt l'excès de MC ſur MG, ſoit un *minimum*, il faut que la différentielle de la nouvelle valeur de MG ſoit égale à celle de MC & dans le même ſens, lorſqu'on rend z variable ou qu'on fait changer le poids p de place : car alors la différentielle de CG ſera nulle ; ce qui rendra CG un *minimum* ou un *maximum*. Ainſi nous n'avons qu'à différentier $\frac{aP + pz}{P + p}$ & $\frac{a^2 + ac \times P + pz^2}{aP + pz}$, & égaler les deux différentielles.

La premiere eſt $\frac{p\,dz}{P + p}$, & la ſeconde $\frac{2aPpz\,dz + p^2z^2\,dz - a^2 - ac \times Pp\,dz}{aP + pz^2}$; ce qui nous donne $\frac{p\,dz}{P + p} = \frac{2aPpz\,dz + p^2z^2\,dz - a^2 - ac \times Pp\,dz}{aP + pz^2}$, dont on déduit $z^2 + \frac{2aP}{p}z = \frac{P + p}{p} \times a^2 + \frac{P + p}{p} \times ac$ & $z = -\frac{aP}{p} \pm \sqrt{\frac{P^2 + 2Pp + p^2}{p^2} \times a^2 + \frac{P + p}{p} \times ac}$ qui s'abrege très-aiſément en uſant d'une certaine approximation très-connue des Calculateurs ; & il eſt permis de s'en ſervir, parce que le premier terme qui eſt ſous le ſigne radical eſt très-grand en comparaiſon du ſecond. Après avoir pris la racine quarrée $\frac{P + p}{p} \times a$ de ce premier terme, on peut donc diviſer le ſecond par le double de $\frac{P + p}{p} \times a$, & on aura $z = -\frac{aP}{p} \pm \frac{P + p}{p} \times a \pm \frac{1}{2}c$. Mais il faut remarquer que ſi les deux valeurs de z ſatisfont en quelque façon au problême, on ne peut cependant guere employer la racine négative, parce qu'elle indique preſque toujours un point trop éloigné de M au-delà de A. Quant à l'autre racine, elle eſt $z = a + \frac{1}{2}c$, & il eſt facile de s'aſſurer qu'elle

qu'elle fait de GC non pas un *maximum*, mais un *minimum*. Figure 96.

Ainſi, pour placer le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible un poids p, afin qu'il réſiſte moins au mouvement de rotation ou qu'il favoriſe davantage l'action d'une puiſſance qui pouſſe en M le Navire de côté, il ne faut mettre ce poids ni vers l'extrêmité de la proue ni vers l'extrêmité de la poupe, mais en R au milieu de l'intervalle GC qui ſe trouve entre les centres de gravité & de rotation, avant qu'on ait introduit le nouveau poids. En rempliſſant cette condition, l'intervalle GC recevra un changement qui le rendra un *minimum*; ce qui doit néceſſairement faire un *maximum* de l'angle de rotation GCg. Mais ce qui eſt très-digne d'attention, il y a pour chaque voile M un point unique R où il faut placer le nouveau poids; & lorſqu'on voudra donc corriger par l'expédient qu'indique notre calcul le défaut d'un Navire qui ne gouverne pas bien, il faudra examiner quel eſt le mouvement auquel le Navire obéit plus difficilement. Si ce ſont les voiles de la proue qui manquent de force, on s'attachera à augmenter la peſanteur du Navire en arriere de ſon centre de gravité; & on fera tout le contraire s'il s'agit d'aider à l'action des voiles de la poupe. On ſe ſouviendra outre cela que l'eſpace dans lequel il faut mettre le nouveau poids, a des limites fort étroites: car il faut ſituer ce poids entre le centre de gravité & le centre de converſion, & au milieu de ces deux centres s'il eſt poſſible.

Si au lieu d'augmenter la peſanteur du Vaiſſeau, on la diminuoit en retranchant un poids p, notre ſolution auroit encore ſon application, mais dans un ſens abſolument oppoſé. Le point R eſt le plus avantageux pour placer un nouveau poids, & c'eſt par la même raiſon le point dont il faut le moins l'ôter. Notre formule $z = -\frac{aP}{p} \pm \frac{P+p}{p}\, a \pm \frac{1}{2}c$ y eſt entiérement conforme; lorſqu'on y rend p négatif, on a $z = a \pm \frac{1}{2}c$ & $z = \frac{2P-p}{p}\, a - \frac{1}{2}c$. On peut ſe diſpenſer d'avoir égard à la ſeconde racine, parce qu'elle porte le poids p trop loin; mais la premiere $z =$

Figure 96. $a + \frac{1}{2}c$ rend GC un *maximum*, lorſqu'on retranche quelque poids ; & elle rend donc en même temps l'angle de rotation un *minimum*.

Ainſi il faut ſe reſſouvenir de ne point diminuer la peſanteur du Navire aux environs de R ſi on ne veut pas préjudicier à la maniere dont le Vaiſſeau obéit à l'action de la voile M. Mais ce ſera tout le contraire ſi on ſouſtrait le poids p de dehors l'eſpace GC, & on ne ſauroit même aller le prendre trop loin du point R. Plus on ira le chercher loin vers les extrêmités du Navire, plus on apportera de diminution à la réſiſtance que produit le mouvement de rotation, puiſque le poids p avoit un grand arc à décrire & que la difficulté qu'il faiſoit à prendre ce mouvement étoit appliquée à un très-grand bras de levier ou à une très-grande diſtance du centre de gravité G.

CHAPITRE V.

Augmenter, le plus qu'il eſt poſſible, par la tranſpoſition de quelques-unes des parties peſantes du Navire, la facilité avec laquelle il gouverne.

NOUS avons comme réſolu d'avance cet autre problême qui concerne la tranſpoſition la plus avantageuſe des parties peſantes qu'on peut changer de place dans le Vaiſſeau. Tranſpoſer un poids, c'eſt l'ôter d'un certain endroit pour le mettre dans un autre. Nous ſavons le point précis où il peut produire le meilleur effet, & nous ſavons auſſi de quels endroits il eſt à propos de l'ôter. Nous ſommes donc en état de favoriſer l'action de quelle voile nous voudrons. S'il s'agit d'aider l'action des voiles de la proue, il faut principalement diminuer la peſanteur de la proue, de même que pour favoriſer l'action de l'artimon, il faut

principalement aller chercher des poids vers la poupe. Cette ſeule ſouſtraction des poids qu'on prendra le plus loin qu'on pourra du point R, produira un bon effet; mais ſi ces mêmes poids qu'on retire de l'une ou l'autre extrêmité du Navire, ſont enſuite portés au milieu du centre de gravité & du centre de converſion depuis que ces points ont reçu le premier changement, l'effet ſera encore plus avantageux; parce que la tranſpoſition ſera comme l'addition d'un nouveau poids; & nous avons vu qu'il falloit toujours ſituer ce nouveau poids au milieu de l'intervalle des deux centres.

Mais ſi on excepte ce point R qui jouit d'une propriété unique à l'égard de chaque voile, on peut tranſpoſer dans une infinité de points les parties peſantes, ſans rien changer à la facilité avec laquelle le Navire obéit au mouvement de rotation qu'on veut lui imprimer. Il nous eſt utile de connoître le *lieu* $ELeL$ de tous ces points qui ſont capables du même effet : la ligne courbe qu'ils formeront ſervira de limite, & ſéparera les diſpoſitions avantageuſes de celles qui ne le ſeront pas ; ainſi il eſt de notre intérêt d'en chercher la nature. Suppoſons qu'on a ajouté au Navire de la figure 96 un poids p en E, & que cette addition ayant produit quelque changement ſur le centre de gravité & ſur le centre de converſion, le premier de ces points eſt en G & le ſecond en C lorſqu'on ſe ſert de la voile M pour faire tourner le Navire. Nous nommerons P la peſanteur totale, y compris le poids p; nous continuerons à déſigner MG par a; GC par c, & nous nommerons e la diſtance EM, pendant que nous indiquerons les co-ordonnées EH & HL de la courbe $EFeF$ que nous voulons découvrir, par x & y. Figure 96.

Prenant le point M pour hypomoclion fictice, le moment du mouvement ou de ſa réſiſtance ſera $MG \times MC \times P = \overline{a^2 + ac} \times P$; mais ſi nous partageons le poids p en deux parties égales, & que nous les tranſportions en L & en L, le moment de leur mouvement qui étoit pe^2

Figure 96. lorſque le poids étoit en E, ſera $p \times ML^2 = p \times AH^2 + HL^2$ ou ſera égal à $p \times e^2 - 2ex + x^2 + y^2$. Ainſi la tranſpoſition des deux moitiés de p apportera au moment total, le changement $-2epx + px^2 + py^2$; & ce moment ſera enſuite $a^2 + ac \times P - 2epx + px^2 + py^2$. Il faut, comme on ſait, le diviſer par le moment de la peſanteur totale ou plutôt par la quantité du mouvement qui ne ſera plus aP mais $aP - px$, parce que le petit corps p a été rapproché du centre de gravité G, à meſurer le long de la quille, de la quantité $EH = x$. Nous aurons donc $\frac{a^2 + ac \times P - 2epx + px^2 + py^2}{aP - px}$ pour la diſtance MC après le changement produit par la tranſpoſition.

Il eſt encore plus facile de trouver la nouvelle valeur de MG. Le moment de la peſanteur étoit aP; mais il a diminué de px par le tranſport du poids p de E en L & en L. Ainſi après le changement, il eſt $aP - px$, & comme la peſanteur P n'a pas changé, nous aurons $\frac{aP - px}{P}$ pour la nouvelle valeur de GM.

Les changements que reçoivent ces lignes CM, & GM ſont inévitables lorſqu'on change de place le poids p. Cette tranſpoſition fait néceſſairement augmenter ou diminuer les deux diſtances CM & GM. Mais nous aurons rempli notre objet, & le mouvement de rotation ſera abſolument le même, ſi les deux changements ſont exactement égaux, ou ſi en ôtant $GM = \frac{aP - px}{P}$, de $CM = \frac{a^2 + ac \times P - 2epx + px^2 + py^2}{aP - px}$, il nous reſte toujours la même quantité c pour l'intervalle GC. Car il n'importe que les centres G & C changent de place pourvu que l'intervalle qu'il y a entr'eux ſoit toujours le même; l'angle de rotation GCg ne recevra aucune altération. Nous aurons donc $\frac{a^2 + ac \times P - 2epx + px^2 + py^2}{aP - px} - \frac{aP + px}{P} = c$; pour l'équation qui exprime la nature de la courbe EF.

Il n'eſt pas difficile de voir que cette équation ſe réduit à

$\frac{P}{P-p}y^2 = \frac{P}{P-p} \times \overline{2e-c-2a-x} \times x \times x$ qui appartient en général à une ellipſe, & qui ſe réduit au cercle auſſitôt que le poids p eſt extrêmement petit, par rapport au poids total P du Vaiſſeau. Dans ce dernier cas qui doit avoir lieu très-ſouvent, l'équation de la courbe $EFeF$ devient $y^2 = \overline{2e-2a-c-x} \times x$, & il eſt évident qu'elle appartient alors à un cercle dont le diametre Ee eſt $2e-2a-c$, double de $ER = (EM-MR) = e-a-\frac{1}{2}c$. Ainſi ce cercle a pour centre le point R milieu de CG; & il ſuit de-là que lorſque les poids qu'on veut tranſporter ſont très-petits & qu'on les prend en E, il n'importe en quels endroits on les mette, pourvu qu'on les place de part & d'autre de la quille en L & en L, ou en F & en F, &c. toujours à une égale diſtance du point R où ils favoriſeroient, le plus qu'il ſeroit poſſible, l'action de la voile M. Lorſque le poids p qu'on enleve du point E eſt d'une grandeur comparable à P, la courbe $EFeF$ n'eſt plus un cercle mais une ellipſe. Son grand axe Ee eſt à ER, comme $2P$ eſt à $P-p$; & à l'égard du petit axe FF il eſt au grand, comme $\sqrt{P^2-Pp}$ eſt à P. Figure 98.

Il réſulte de tout ce que nous venons de voir que c'eſt toujours au-dedans de l'ellipſe ou du cercle dont la circonférence paſſe par les centres C & G qu'il faut ajouter les nouveaux poids, pour que le Navire reçoive plus aiſément le mouvement de rotation qu'une puiſſance appliquée en M travaille à lui communiquer. Sur la circonférence du cercle qui a CG pour diametre, l'addition des nouveaux poids eſt abſolument indifférente, & en dehors elle eſt nuiſible. Si au lieu d'ajouter de nouveaux poids, on les retranche, ce ſera tout le contraire. La fouſtraction des poids faite en dehors du cercle qui paſſe par les points C & G ſera avantageuſe, & elle ſera nuiſible ſi on les ôte de l'intérieur du cercle dont CG eſt le diametre. Nous parlons de cercle ou d'ellipſe; mais les Lecteurs voyent aſſez qu'il faut concevoir, au lieu de

Figure 96. ces lignes courbes, des ſurfaces cilindriques qui s'étendent verticalement juſqu'au fond du Navire. Il faut imaginer auſſi une ligne verticale ou une eſpece d'axe, qui en paſſant par le point *R*, jouit dans toute ſa longueur de la même propriété que ce point *R* dans lequel réſident le *maximum* & le *minimum*.

De l'effet que produit la tranſpoſition des parties peſantes de la charge à l'égard du Gouvernail.

IL nous reſte à examiner l'effet de la tranſpoſition à l'égard du gouvernail. Pluſieurs des remarques que nous venons de faire y ſont applicables ; mais il y a une attention qu'il faut avoir ici de plus, qui change totalement les réſultats. Il eſt toujours vrai que pour favoriſer l'action du gouvernail, on peut prendre vers la proue les parties peſantes qu'on veut tranſpoſer, mais, au lieu de les mettre vers le milieu de l'eſpace *GC* (*Fig.* 93 & 94), il faut les porter juſques vers la poupe. Cette grande tranſpoſition ne produit preſque point de changement dans la ſituation reſpective des centres de gravité & de converſion, parce que ces poids ſe trouvent à peu-près ſur une de ces ellipſes ou circonférences de cercles dont nous venons de marquer les propriétés. Le mouvement de rotation ſeroit donc toujours le même s'il n'arrivoit aucun autre changement ; mais le Navire s'incline beaucoup plus vers la poupe dont on a fait augmenter la peſanteur par la tranſpoſition des poids, & le gouvernail offrant enſuite beaucoup plus de ſurface au choc de l'eau, il agit avec une force abſolue ſenſiblement plus grande.

Afin de prendre une connoiſſance plus parfaite de toutes ces choſes, nous conſidérerons un Navire de 600 Figure 93. tonneaux de poids total, dont *BA* (*fig.* 93) eſt la longueur ; & nous ſuppoſerons que ſon centre de gravité *G* eſt éloigné de l'extrêmité *B* de ſa poupe de 50 pieds, pendant que l'intervalle *GC* entre le centre de gravité *G*

& le centre de rotation C eſt de 10 pieds. Nous ſuppoſerons de plus qu'on prenne 20 tonneaux vers la proue à 40 pieds de diſtance du centre de gravité, & qu'on les porte de l'autre côté à la même diſtance vers la poupe. Figure 93.

Il eſt très-facile de s'aſſurer par les moyens de calcul déja expliqués que cette tranſpoſition, au lieu de faire diminuer l'intervalle GC, le fera augmenter. Il eſt vrai qu'elle le feroit réellement diminuer ſi on plaçoit au milieu de G & de C les 20 tonneaux pris vers l'avant; car le centre de converſion ſe trouveroit enſuite à $57\frac{164}{193}$ pieds de l'extrêmité B de la poupe, & s'en ſeroit approché de $2\frac{29}{193}$ pieds; au lieu que le centre de gravité ne ſe ſeroit approché du même point B que de $1\frac{1}{6}$ pieds, ſe trouvant enſuite à $48\frac{1}{6}$ pieds de diſtance de B. Mais lorſqu'on fait paſſer les 20 tonneaux pris vers l'avant juſqu'à 40 pieds vers l'arriere, le centre de gravité G s'approche de la poupe de $2\frac{1}{7}$ pieds & le centre de converſion C s'en approche de moins, il ne s'en approche que de $2\frac{15}{71}$ pieds. Ainſi GC devient un peu plus grand; au lieu de n'être que de 10 pieds, il ſera enſuite de $10\frac{88}{213}$ pieds; & le Navire par cette cauſe deviendra moins obéiſſant à ſon gouvernail, à peu-près dans le rapport de 24 à 23; c'eſt-à-dire, que ſi toutes les autres circonſtances étoient exactement les mêmes, les angles de rotation ſeroient enſuite plus petits d'environ une 24me partie.

Les 20 tonneaux tranſpoſés font augmenter l'intervalle GC, parce qu'on les porte trop loin vers la poupe, ou qu'on les éloigne trop du milieu de l'intervalle GC. On les prend à 35 pieds de ce point, & conformément à ce que nous avons vu à la fin de l'article précédent, il ne faudroit les changer de place que de $72\frac{11}{29}$ pieds, pour que GC reſtât toujours de la même grandeur; c'eſt ce que nous trouvons par cette analogie indiquée plus haut; 580 tonneaux $= P - p$ eſt à 1200 tonn. $= 2P$, comme 35 pieds, premiere diſtance du poids p au point R eſt à $72\frac{11}{29}$ pieds qui eſt le grand axe E de l'ellipſe EF (*fig.* 96) ſur la circonférence de laquelle on peut diſtri-

Figure 93. buer le poids p ſans qu'il produiſe de changement à l'intervalle GC. Mais comme nous tranſpoſons ce poids à 80 pieds de ſa premiere place, nous le mettons conſidérablement au dehors de l'ellipſe, & il fait augmenter GC d'environ une 24me partie.

Cependant la tranſpoſition ſe trouve avantageuſe; parce qu'elle produit un autre effet qui corrige avec excès les mauvaiſes ſuites du premier. Elle fait que le Navire étant plus chargé par l'arriere, prend une autre flottaiſon en s'inclinant vers la poupe; ce qui augmente l'impulſion de l'eau ſur le gouvernail, dans le même rapport que la ſurface qu'il expoſe au choc ſe trouve plus grande. Le tranſport des 20 tonneaux fait autant plonger la poupe que le feroit un nouveau poids de 40 tonneaux qu'on mettroit à 40 pieds de diſtance du centre de gravité; car 20 tonneaux ôtés d'un côté & mis enſuite de l'autre font 40 tonneaux de différence, & le moment de ce poids eſt 1600.

Il faut néceſſairement ſe rappeller après cela ce que nous avons dit dans le livre précédent touchant les propriétés du métacentre & les inclinaiſons du Navire produites par le changement du centre de gravité. Le moment 1600 doit être égal à celui de la pouſſée verticale de l'eau, qui travaille à rétablir la ſituation horiſontale du Navire. La pouſſée verticale de l'eau eſt ici de 600 tonneaux, & ſi nous ſuppoſons que ſon bras de levier ſoit x, ſavoir le petit intervalle compris entre la verticale ſur laquelle s'exerce la pouſſée de l'eau & le centre de gravité du navire pendant l'inclinaiſon, nous aurons $1600 = P \times x$ dans le cas de l'équilibre, & $x = 2\frac{2}{3}$ pieds. Ainſi prenant la hauteur du métacentre au deſſus du centre de gravité pour ſinus total, nous aurons $2\frac{2}{3}$ pieds pour le ſinus de l'inclinaiſon du Navire, & nous ſaurons donc de combien la poupe ſe plonge par la tranſpoſition des 20 tonneaux, en faiſant cette analogie : la hauteur du métacentre eſt à $2\frac{2}{3}$ pieds, comme BG ou la demi-longueur du Navire eſt à un quatrieme terme qui ſera l'excès

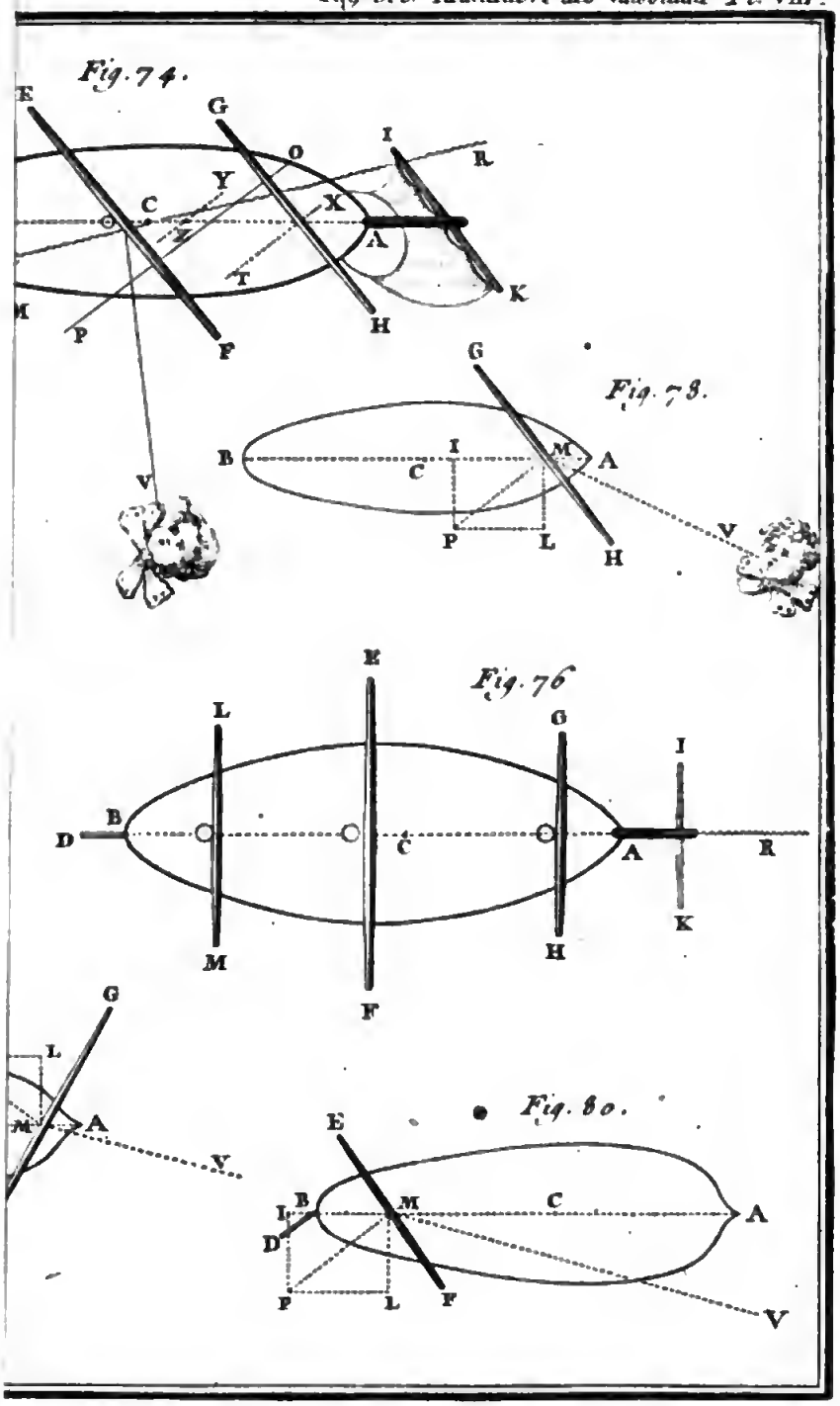


Fig. 74.
E
G
I
O
R
Y
C
X
Z
A
T
K
M
P
F
H
Fig. 78.
G
B
I
C
M
A
V
P
L
H
V
Fig. 76
E
L
G
I
B
D
C
A
R
K
M
H
F
G
L
M
A
V
Fig. 80.
E
B
M
C
A
L
D
P
L
F
V

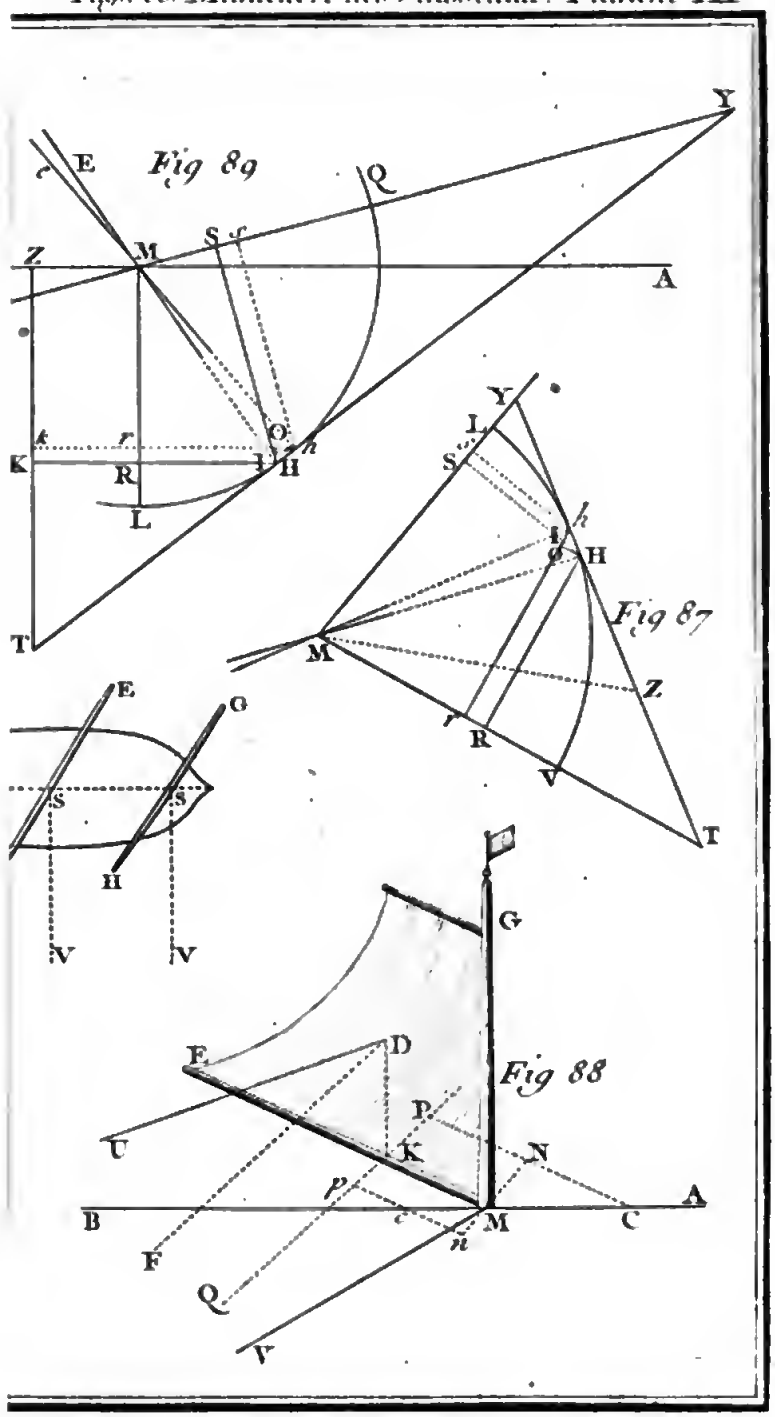


Fig 89
Y
Q
E
Z
M
S
A
K
R
H
L
T
Fig 87
I
h
G
Z
V
E
S
H
V
G
Fig 88
D
P
U
K
N
B
M
C
F
Q
V

91.

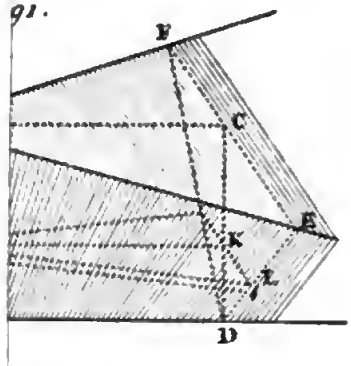


Fig. 92.

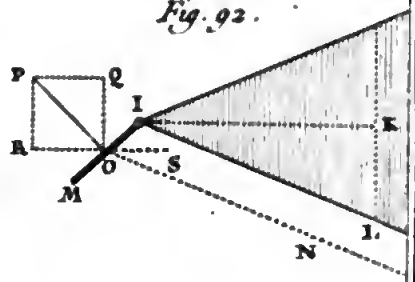


Fig. 94

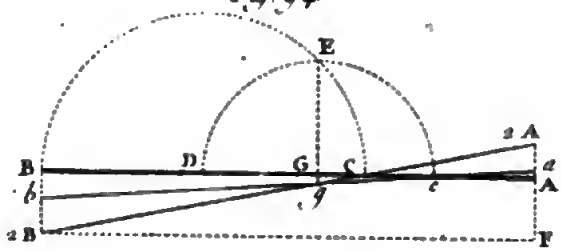
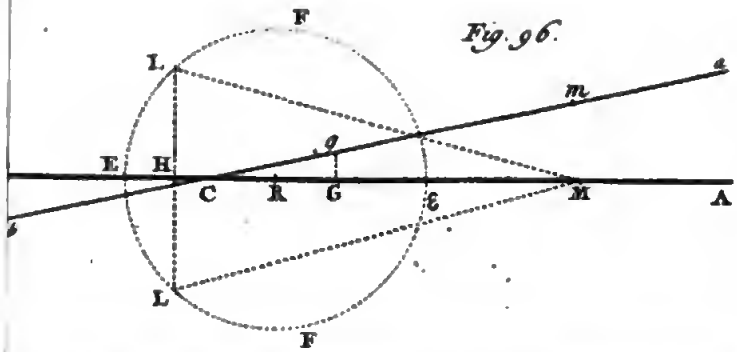


Fig. 96.



Digitized by Google

l'excès de l'enfoncement de la poupe.

On ſe ſouvient combien le métacentre eſt élevé lorſqu'il s'agit des inclinaiſons vers la proue & vers la poupe. Ce point ſera peut-être élevé de 100 pieds. Nous avons donné dans le Livre précédent des moyens aſſez ſimples pour déterminer ſa hauteur au-deſſus du centre de gravité de la carene, & nous avons auſſi indiqué des expériences qui ſont propres à la découvrir. Si on la ſuppoſe donc de 100 pieds, nous aurons cette proportion : 100 pieds ſont à $2\frac{1}{3}$ pieds comme la demi-longueur du Navire 50 ou 55 pieds ſont à environ $1\frac{1}{3}$ pied pour la quantité dont la poupe ſe plonge de plus dans la mer. Il ſuit de-là que le gouvernail, qui n'entroit dans l'eau que de 7 à 8 pieds y entrera après le nouvel enfoncemenr de la poupe, d'environ $1\frac{1}{3}$ pied de plus ; ce qui doit apporter une augmentation ſenſible dans l'impulſion ou l'action du gouvernail. L'augmentation de l'intervalle entre les centres de gravité & de rotation doit retarder d'environ une 24me partie, comme nous l'avons vu, les mouvements d'évolution produits par cet inſtrument. Mais le gouvernail agit avec une force augmentée d'une 6me ou 7me partie & eu égard à tout, le mouvement de rotation ſera accéléré d'une huitieme ou neuvieme partie. Nous devons ajouter que cette augmentation eſt très-conſidérable, & qu'elle eſt capable de faire réuſſir diverſes manœuvres qui euſſent manqué. On apperçoit dans l'action du gouvernail des différences qui doivent être encore plus petites, de même que dans l'action des voiles, lorſqu'il s'agit des mouvements d'évolution. On eſt quelquefois en doute, ſi le Navire en tournant, atteindra un certain terme. Il ſuffit alors très-ſouvent que le mouvement ſoit porté un peu plus loin par la premiere force, pour que le Navire ſoit enſuite ſujet à l'action d'une autre puiſſance, qui, en agiſſant à ſon tour, rend l'effet infaillible.

LIVRE TROISIEME.

De la diſpoſition la plus avantageuſe des voiles pour ſuivre une route avec vîteſſe, ou en ſatisfaiſant à quelqu'autre condition.

LORSQU'ON veut paſſer d'un endroit à un autre, ou qu'on veut ſuivre une route propoſée, il arrive qu'on a le vent contraire auſſi ſouvent qu'on l'a favorable. Il faut ſavoir s'en ſervir dans toutes les rencontres & tirer de ſon effort l'effet le plus avantageux. Mais quelquefois la route n'eſt pas donnée : au lieu de vouloir ſe rendre à un point déterminé, il s'agit de choiſir entre toutes les directions celle qui fait qu'on s'éloigne le plus d'une certaine ligne, &c. Nous allons expliquer toutes ces choſes dans ce troiſieme Livre, & comme cette matiere eſt très-étendue, nous la partagerons en pluſieurs Sections.

PREMIERE SECTION,

Qui contient pluſieurs remarques ou regles générales de Manœuvre, avec la maniere particuliere d'orienter la voile lorſqu'il n'y en a qu'une dans les Navires dont on peut négliger la dérive.

CHAPITRE PREMIER.

De la diſtinction entre les deux directions du vent, la réelle & l'apparente, avec la maniere de diſtinguer en mer les objets qu'on a au vent, & ceux qu'on a ſous le vent.

IL nous a ſuffi juſqu'à préſent d'avoir égard à la ſeule direction du vent indiquée en mer par les girouettes & les pavillons du Navire qui eſt en mouvement; mais il nous faudra très-ſouvent dans la ſuite avoir égard à la différence qu'il y a preſque toujours entre cette direction & la réelle. La premiere eſt toujours connue, au lieu que rien ne manifeſte la ſeconde, & on ne peut réuſſir à la découvrir que par un circuit aſſez long.

Si *VC* (*fig.* 97.) eſt la direction réelle du vent qui fait ſuivre au Navire *AB* la route *CI*, & que pendant que ce Navire parcourt l'eſpace *CI* les molécules d'air, dont le vent eſt compoſé, parcourent l'eſpace *CM*, ces particules d'air s'éloigneront du Vaiſſeau de la quantité *IM* & ſelon la direction *IM*. Ces particules d'air environnoient Figure 97.

Figure 97. le Vaiſſeau lorſqu'il étoit en *C*; mais elles parviendront en *M* lorſque le Navire parviendra en *I*. Ainſi *IM* ſera leur mouvement relatif. Elles n'auront que ce mouvement par rapport au Navire; & les girouettes en prenant une ſituation qui les mette à couvert de toute impulſion, ſe dirigeront ſelon cette ligne, & l'indiqueront comme ſi elle étoit la vraie direction du vent. L'air ſe meut réellement ſelon *VC*; mais ſon action eſt la même que ſi le Navire étoit en repos & que le vent eût *IM* pour direction & pour vîteſſe. Le Pilote trompé ne voit que *IM* & ſes paralleles *uC*; il commet donc ſur la direction du vent une erreur égale à l'angle *VCu*. Il ſe tromperoit auſſi beaucoup s'il croyoit que la fuite du Navire par rapport au vent ne cauſe aucune diminution à l'impulſion, & qu'il en reſſent toute la force.

L'angle *VCu* formé par les deux directions du vent, la réelle & l'apparente, eſt quelquefois très-conſidérable: car la vîteſſe *CI* du Navire eſt une partie ſenſible de celle *CM* du vent. Souvent un Navire fait deux ou trois lieues par heure, & on eſt ſûr que ce ſillage ſe fait preſque toujours avec un vent qui parcourroit au plus 9 ou 10 lieues dans une heure. On en reſſent toute la force lorſqu'on réuſſit à arrêter le Navire. On ſait outre cela par pluſieurs expériences, qu'un vent qui parcourt 50 pieds par ſeconde eſt très-fort, & cependant il ne fait guere que 10 lieues marines dans une heure. Nous avons donc tout lieu de croire que la vîteſſe *CI* du Navire eſt à peu près le quart de la vîteſſe *CM* du vent, & qu'elle en eſt quelquefois le tiers dans les bons voiliers, lorſqu'ils ne prennent pas le vent trop de côté. L'angle *CMI*, ou *VCu* dont on ſe trompe ou dont les deux directions du vent, la réelle & l'apparente, différent l'une de l'autre, eſt alors de 18 ou 20 degrés.

Figures 97 & 98. Le Navire de la figure 97 préſente le flanc gauche ou de bas-bord au vent; mais ſi en changeant de bord, il préſentoit au vent le flanc droit ou de ſtribord, comme dans la figure 98, en courant une route dont l'obliquité

fût la même, quoique dans un ſens contraire, le mouvement du ſillage jetteroit le Marin à l'égard de la direction du vent, dans une illuſion auſſi grande, mais dans le ſens oppoſé. Les girouettes donneroient *IM* ou *nC* pour la direction du vent, quoiqu'elle fût réellement *VM*. On ſe tromperoit par conſéquent toujours de 18 ou 20 degrés; mais comme ce ſeroit d'un autre côté, on ſeroit tenté de croire qu'il ſeroit arrivé un changement de 36 ou 40 degrés dans la direction du vent, quoiqu'elle fût réellement toujours la même. Figures 97 & 98.

Ce n'eſt pas ſimplement le changement de route qui contribue à faire paroître au Marin le vent encore plus variable qu'il n'eſt effectivement, c'eſt l'augmentation ou la diminution de la vîteſſe du ſillage. Si on force de voiles, ſi on en déploye un plus grand nombre ou qu'on les étende davantage, on parcourra un plus grand eſpace *CI* dans le même temps, & il eſt évident que l'angle *M* qui eſt la différence des deux directions du vent deviendra plus grand. Cet angle au contraire diminuera, ſi le Navire ſingle moins vîte, & il ſe réduira même à rien, comme nous l'avons déja inſinué, ſi le Navire ne fait aucun chemin. Car on ſera alors préciſément dans le même cas, que lorſqu'on eſt à terre où les girouettes indiquent toujours la vraie direction du vent auſſi-tôt qu'elles ſont parfaitement mobiles.

Nous devons ajouter que la direction réelle eſt plus proche de la poupe que la direction apparente : car l'erreur cauſée par le ſillage eſt toujours dans le même ſens, & elle fait paroître la direction du vent plus voiſine de la proue. Lorſqu'on ſingle au plus près, on gagne donc au vent toujours un peu moins réellement qu'en apparence, à cauſe de la ſituation de la direction apparente du vent; & par la même raiſon, lorſqu'on croit avoir le vent preſque en poupe, on l'a toujours encore plus en poupe qu'on ne penſe.

Diſtinguer lorſqu'on eſt en mer & qu'on fait route, les objets qu'on a au vent & ceux qui ſont ſous le vent.

NOUS donnerons divers moyens dans le Chapitre ſuivant, de découvrir la direction réelle du vent. Il ſera enſuite facile de diſtinguer entre les objets ceux qui *ſont au vent*, de ceux qui *ſont ſous le vent*; & on y réuſſira avec une exactitude à laquelle on n'a pas dû prétendre ordinairement dans la Marine. La comparaiſon du vent avec un large fleuve eſt ſi naturelle, qu'elle ſe préſente d'elle-même. Pluſieurs Bateaux montent ou deſcendent une riviere; on dit qu'ils ſont au-deſſus ou au-deſſous, les uns par rapport aux autres, lorſqu'ils ſont plus ou moins avancés ſelon le ſens dans lequel le fleuve coule. On tire alors par la penſée une perpendiculaire au fil de l'eau ou au courant, & c'eſt cette perpendiculaire qui ſépare le *deſſus* & le *deſſous*, ou qui ſert de limite entre l'*amont* & l'*aval*, pour parler comme les Mariniers qui navigent ſur les rivieres. On doit faire la même choſe à l'égard du vent; mais il eſt évident, qu'au lieu de tirer la perpendiculaire à la direction apparente, il faut la tirer à la direction réelle ou abſolue.

Figure 99. Ainſi le Navire *AB* de la figure 99 qui eſt pouſſé par le vent *VC* eſt *au vent* par rapport au Navire *E*; & il n'eſt ni *au vent*, ni *ſous le vent* par rapport aux Navires *G* & *F*, mais il eſt *ſous le vent* par rapport au Navire *H*. On ne conſidere point ici la route que ſuit chaque Navire; on n'a égard qu'à la quantité dont il eſt plus ou moins proche de l'origine du vent. Le vent, conformément à ce que nous diſions, eſt comme un fleuve dont *VCM* & une infinité de paralleles ſont les directions: nous tirons par le centre *C* du Vaiſſeau *AB* une perpendiculaire *GF* à ces lignes, & cette perpendiculaire fait à l'égard du Vaiſſeau *AB* la ſéparation de tous les points de la ſurface de la mer qui ſont *au deſſus du vent* & *au*

deſſous. Ces expreſſions ont un ſens exact dans la penſée des Marins. Tout ce qui eſt du côté de l'origine du vent par rapport à *GF* eſt au vent, & tout ce qui eſt de l'autre côté, eſt cenſé plus bas & ſous le vent. Si on excepte le Navire *E* tous les autres de la figure 99 ſont au vent par rapport au cap ou pointe de terre *P*; mais le Navire *E* eſt ſous le vent par rapport à ce même cap. Figure 99.

Cette diſtinction indique une poſition avantageuſe ou déſavantageuſe dont les conſéquences ſont infinies dans la pratique de la Navigation. S'il s'agit d'éviter un Navire ennemi ou de l'attaquer, le deſſus & le deſſous du vent décident ſouvent du ſuccès de l'entrepriſe. De même lorſqu'on navigue proche d'une côte vers laquelle on eſt jetté par le vent, le ſort du Navigateur dépend quelquefois totalement de la ſituation d'un cap qu'il découvre au loin devant lui. Si ce cap eſt ſous le vent, on l'évitera avec facilité; au lieu qu'on a tout à craindre ſi ce cap eſt au vent & qu'on n'ait point de port au deſſous pour ſe retirer. Le Navire *E* ſe trouve dans cette fâcheuſe circonſtance; il ſuit la route *E i:* mais le cap *P* étant trop au vent, le naufrage eſt preſque certain, & il vaudroit ſouvent mieux aller rencontrer la côte par une route perpendiculaire, en choiſiſſant quelque ance ou crique où on allât s'échouer, que de continuer à courir ſelon la direction *E i*.

Nous ne devons pas manquer de conſidérer ici combien nos Marins ſe trompent lorſqu'ils tirent par la penſée la perpendiculaire *gf* au vent apparent *uC* pour juger des objets qu'ils ont au vent & ſous le vent. La direction *uC* eſt variable, dans le temps même que le vent ne ſouffre abſolument aucun changement. Cette direction *uC* ſera différente ſi le Navire ſingle plus ou moins vîte, & elle changera encore davantage, lorſque le Navire changera de bord, ou lorſqu'au lieu de porter l'amure à ſtribord, il la portera à bas-bord. Dans tous ces cas, ſi on ſe regle mal à propos ſur la perpendiculaire *gf* à la direction apparente *uC* ou *IM*, on s'imaginera dans le

Figure 99. Vaiſſeau *AB* que le Navire *G* eſt ſous le vent quoiqu'il n'y ſoit pas ; & on croira de même, en ſe trompant, que le Navire *F* eſt au vent.

Par une erreur également groſſiere, le Vaiſſeau *F* qui fait la route *FK* & qui regarde *KN* ou *u2F* comme la direction réelle du vent, croira qu'il eſt ſous le vent par rapport au Navire *C*. Car en tirant du point *F* une perpendiculaire à *KN*, elle paſſera au-deſſous de *C*. Ainſi dans chacun des deux Navires *C* & *F*, ſi on n'y diſtingue pas la direction apparente du vent, de la direction réelle, on ſe croira réciproquement ſous le vent par rapport à l'autre, quoique la choſe ſoit abſolument impoſſible, puiſqu'un Navire ne peut pas être au vent d'un autre, à moins que celui-ci ne ſoit ſous le vent du premier. Il faut donc toujours ſe reſſouvenir que les girouettes ne donnent en mer que la direction reſpective du vent, la direction ſelon laquelle les particules d'air s'éloignent du Navire qui ſe meut lui-même ; & qu'il eſt à propos de rectifier cette direction apparente du vent, pour avoir la direction réelle.

CHAPITRE II.

Moyens de découvrir la direction réelle du Vent lorſqu'on eſt en mer.

NOUS tirons de quelques-unes des remarques que nous venons de faire, différents moyens de déterminer la grandeur de l'angle *M* que forment l'une avec l'autre les deux directions du vent, la réelle & l'apparente ; ce qui nous mettra ſouvent à portée de juger de la grandeur de ce même angle par eſtimation.

Premier Moyen.

SI après avoir couru une certaine route pendant que les voiles ſont amurées d'un certain côté, on les amure tout-à-coup

tout-à-coup de l'autre, en leur donnant préciſément la même obliquité par rapport à la quille, & en recevant auſſi le vent avec le même angle d'incidence; on n'aura qu'à examiner avec ſoin la direction des girouettes, & on remarquera ſûrement qu'elle a changé. Le Vaiſſeau, en ſe tranſportant vers deux différents côtés par rapport à la direction réelle du vent, altérera par ſon mouvement cette direction en deux divers ſens, & les girouettes indiqueront des directions différentes. Les erreurs ſeront en ſens contraires; ainſi la différence totale ſera double de chaque altération particuliere, & il n'y aura donc qu'à prendre la moitié de cette différence pour ſavoir combien la direction réelle differe de chacune des directions apparentes. Dans la premiere route, le vent paroiſſoit, par exemple, venir du S S O, & dans la ſeconde du S S E; la différence de ces deux directions apparentes indiquées par les girouettes, eſt de 45 degrés. Il faut en conclure que l'erreur a été chaque fois de $22\frac{1}{2}$ degrés, & que le vent venoit réellement du Sud.

Second moyen de déterminer en mer la direction réelle du Vent.

UN autre moyen, mais moins exact que le précédent, de découvrir l'angle que font entr'elles les deux directions du vent, la réelle & l'apparente, c'eſt de laiſſer les voiles orientées de la même maniere, mais d'en augmenter ou d'en diminuer le nombre. Si on ſerre une partie des voiles, & qu'après avoir ſinglé avec la vîteſſe *CI* qui a donné au vent la direction apparente *IM* ou *u*1*C* (*fig.* 100.) on ne marche plus qu'avec la vîteſſe *Ci* qui eſt beaucoup plus petite, la direction apparente ſera enſuite *iM* ou *u*2*C*, & elle fera un angle beaucoup plus petit avec la direction réelle ou abſolue *VM*. Cela ſuppoſé, on obſervera les deux directions apparentes, & on meſurera avec le loch ou par quelqu'autre des moyens que fournit le Pilotage, les vîteſſes *CI* & *Ci* du ſillage. La lieue ma- Figure 100.

Figure 100. rine étant de 2850 toiſes ou de 17100 pieds, on ſaura combien le Navire fait à proportion dans une minute & dans une ſeconde; la différence des deux vîteſſes donnera *iI*; & ſi on trace en petit ſur un carton ou ſur quelqu'autre plan un triangle ſemblable à celui que forment ſur la mer les deux directions apparentes *iM* & *IM* du vent, avec la différence *iI* des vîteſſes du Navire; qu'on tire enſuite la droite *CM*, la figure apprendra le rapport qu'il y a entre la vîteſſe abſolue du vent & celle du Navire, & fera auſſi voir de combien eſt l'écart des deux directions apparentes *IM* & *iM* par rapport à la réelle *CM*.

Comme il ne s'agit ordinairement que d'une détermination approchée ou groſſiere dans toutes ces recherches, & que les angles en *M* ne ſont pas extrêmement grands, on pourra preſque toujours, en les confondant avec leur ſinus, ſuppoſer qu'ils ſont proportionnels aux vîteſſes *CI* & *Ci* du ſillage qui leur ſervent de ſoutendantes. Ainſi il n'y aura qu'à faire cette analogie: la différence *Ii* des deux vîteſſes du ſillage eſt à l'angle obſervé *IMi* ou *u*1*Cu*2 entre les deux directions apparentes du vent, comme une des vîteſſes du Navire, la plus grande *CI* ou la moindre *Ci*, eſt à l'angle *CMI* ou *CMi* formé par la direction apparente du vent & par la direction réelle.

Le Vaiſſeau faiſoit, par exemple, 2 $\frac{1}{2}$ lieues par heure, & le vent apparent étoit le SSE: on ſerre preſque toutes les voiles, on ne fait plus que trois quarts de lieues par heure ſur la même route, & le vent ſe trouve approché en apparence de 15 degrés du Sud. Nous dirons: *Ii* ou 7 quarts de lieue, différence des deux ſillages, eſt à l'angle *IMi* qui eſt de 15 degrés, comme 2 $\frac{1}{2}$ lieues ou 10 quarts de lieues valeur de *CI*, ſont à un peu moins de 21 $\frac{1}{2}$ degrés pour l'angle *CMI* ou pour l'écart de la premiere direction apparente de vent, par rapport à la direction réelle *VM*. Il ſera très-facile de rendre ce calcul plus exact quand on le voudra; mais on pourra s'en diſpenſer ſouvent. Une précaution qu'il eſt bon de prendre, c'eſt de répéter plu-

ſieurs fois les mêmes expériences, afin de reconnoître ſi le vent n'a point changé réellement de direction pendant le cours de l'opération : ce qui arrivera quelquefois, & ce qui pourroit tromper l'obſervateur. Figure 100.

Troiſieme moyen de connoître la direction réelle du Vent.

NOUS avons encore à propoſer un moyen de découvrir la différence entre les deux directions du vent, & il nous paroît qu'on peut y avoir recours dans tous les cas ordinaires, pourvu qu'on ſoit muni d'un anémometre ou de cet inſtrument que nous avons décrit dans le premier Livre *, pour meſurer la force du vent.

* *Voyez le premier Chap. de la troiſieme Section.*

Il n'y aura qu'à ſe placer avec cet inſtrument ſur la poupe ou en quelqu'autre endroit du Navire qui ſoit très-expoſé au vent ; on verra en y préſentant perpendiculairement la petite voile ou ſurface qui eſt d'un quart de pied quarré, de combien de livres, ou plutôt d'onces, eſt l'impulſion ; & ſi on en prend le quatruple, afin d'avoir l'effort ſur un pied quarré entier, la petite Table qui eſt inſérée dans le Chapitre cité, donnera la vîteſſe du vent. Suppoſé que l'impulſion fût d'une livre & un quart, elle ſeroit de 5 livres ſur un pied quarré, & le vent, ſelon la petite Table, parcourroit environ $59\frac{1}{2}$ pieds par ſeconde.

Si on faiſoit cette expérience à terre, on obtiendroit la vîteſſe abſolue du vent ; mais lorſqu'on eſt ſur un Navire, au lieu de découvrir la vîteſſe réelle, on ne trouve que la vîteſſe apparente ou relative, puiſque le vent, au lieu de frapper l'anémometre avec toute ſa force, ne le frappe qu'avec le ſurplus de ſa vîteſſe ſur celle du Navire, ou pour parler plus exactement, il ne frappe l'inſtrument qu'avec la vîteſſe relative ou apparente *IM*. Mais dans le triangle *CIM* (*fig.* 97 *&* 98.) on connoîtra enſuite les deux côtés *CI* & *IM* avec l'angle compris *I*, & il n'y aura qu'à réſoudre le triangle. La vîteſſe du ſillage donnera *CI* ; on aura *IM* par l'uſage de l'anémometre, & quant à l'angle Figures 97 & 98.

Figures 97 & 98. *I* on le connoîtra en comparant la route avec la direction qu'indiquent les girouettes. Ainſi il n'y aura qu'à appliquer le calcul trigonométrique au triangle *CIM*, ou le réſoudre par le moyen d'une figure en le traçant en petit, & on aura non-ſeulement la vraie vîteſſe du vent, mais auſſi ſa direction réelle ou abſolue.

Propoſons-nous pour exemple un Navire qui faſſe 2 lieues = 2 × 17100 pieds par heure, ou $9\frac{1}{2}$ pieds par ſeconde, & ſuppoſons que notre anémometre nous donne 8 onces pour l'impulſion du vent ſur chaque quart de pied quarré de ſurface expoſé perpendiculairement, cette impulſion répond à environ $37\frac{1}{2}$ pieds de vîteſſe. Ainſi *CI* ſera de $9\frac{1}{2}$ pieds & *IM* de $37\frac{1}{2}$ pieds. Si outre cela l'angle que fait la route avec la direction apparente du vent, eſt de 50 degrés, ſupplément de l'angle *CIM*, on trouvera, en réſolvant le triangle *CIM*, que l'angle *M* que font entr'elles les deux directions du vent, la réelle & l'apparente, eſt d'environ $9\frac{1}{2}$ degrés, & que le côté *CM* qui repréſente la vîteſſe réelle du vent eſt de 44 pieds.

CHAPITRE III.

Lemme important & général pour la ſolution des Problêmes de Manœuvre, & moyen d'orienter la voile dans les Navires exempts de dérive, lorſqu'on fait une route donnée avec une ſeule voile.

NOUS avons vu que la route & les deux directions du vent, la réelle & l'apparente, formoient un triangle dont les trois côtés repréſentoient le rapport des trois vîteſſes, la vîteſſe abſolue du vent, celle du ſillage & la vîteſſe apparente du vent. Cette remarque nous conduit à

une autre qui ſera extrêmement importante dans la ſuite. Figure 97.
Toutes les fois qu'il s'agit de rendre la vîteſſe du ſillage la plus grande qu'il eſt poſſible & que la route eſt donnée, on peut regarder comme conſtante la vîteſſe apparente du vent.

Pour nous convaincre de cette vérité qui eſt très-digne d'attention, nous n'avons qu'à ſuppoſer qu'en ſuivant toujours dans la figure 97 la route *CI* qui eſt donnée, on change un peu la diſpoſition des voiles en les orientant plus ou moins obliquement. Si la vîteſſe *CI* augmente, c'eſt une marque qu'on n'avoit pas ſaiſi la diſpoſition la plus avantageuſe. Si au contraire *CI* diminue, il faudra préférer la premiere diſpoſition, mais on pourra encore en préférer une troiſieme en faiſant un changement contraire à celui qu'on a fait. Il eſt donc clair qu'on n'eſt ſûr d'avoir rencontré la diſpoſition la plus parfaite des voiles, que lorſqu'en la changeant infiniment peu on ne produit aucun changement ſur *CI*. Alors *CI* ſera un *maximum*, comme le ſavent les Géometres; c'eſt-à-dire, que cette ligne ſera la plus grande qu'il ſera poſſible. Mais ſi la vîteſſe *CI* du ſillage ne reçoit aucun changement, la vîteſſe & la direction apparente *IM* du vent ne changeront pas non plus, puiſque la route *CI* fait un angle donné avec la direction réelle *CM* du vent.

Reconnoître dans un Navire exempt de dérive ſi la voile eſt bien diſpoſée pour faire une route donnée.

IL ſuit de ce principe que le Problême dont nous comptons nous occuper, ſe rapporte à celui que nous avons réſolu dans le Chapitre VI. de la premiere Section du Livre qui précede. Il faudra ſeulement faire attention que la ligne ſelon laquelle nous voulons que la voile pouſſe davantage le Navire, n'eſt pas, dans le Problême préſent, une perpendiculaire à la quille, mais qu'elle tombe ſur la quille même, puiſque nous ne voulons pas imprimer un mouvement de rotation, mais pouſſer ſelon la direction de

Figure 97. & 98. ſon axe le Navire qui eſt exempt de dérive.

Nous n'avons donc qu'à faire enſorte que l'angle d'incidence apparent ait ſa tangente double de la tangente de l'angle formé par la voile & par la quille ſelon laquelle il eſt néceſſaire que l'action ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible. La vîteſſe du Vaiſſeau ne rend pas ici variables la direction & la vîteſſe apparentes du vent; puiſque l'une & l'autre perdent leur variabilité lorſque la vîteſſe du ſillage eſt un *maximum* ou la plus grande qu'il eſt poſſible. Il eſt vrai que la vîteſſe du vent n'eſt toujours qu'apparente ou relative, mais il n'en eſt pas moins certain que c'eſt avec cette vîteſſe & avec cette direction que le vent frappe la voile. Cette vîteſſe & cette direction ſont comme actuelles; ce qui nous autoriſe à appliquer au cas préſent les recherches contenues dans le Chapitre que nous avons cité.

Ainſi lorſque nous ſommes en mer & que nous faiſons une route CI dans un Navire dont nous pouvons négliger la dérive, nous avons un moyen très-facile de reconnoître ſi notre voile eſt bien orientée. La voile partage l'angle uCI en deux parties; la premiere partie eſt l'angle d'incidence apparent du vent ſur la voile, & la ſeconde eſt l'angle formé par la voile & par la route ou par la quille. Nous n'avons qu'à voir ſi la tangente du premier angle eſt double de celle du ſecond.

Nous pourrons, après avoir meſuré ces deux angles, chercher leur tangente dans les tables, ou les tracer ſur une figure; on pourra auſſi très-ſouvent comparer ces tangentes à vue d'œil; ſi on imagine une perpendiculaire AH abaiſſée de l'extrêmité A de la proue ſur la voile
Figure 101. FE (*fig.* 101) & qu'on la prolonge par la penſée juſqu'à la rencontre L de la direction apparente uC du vent, il faudra que la partie LH de cette perpendiculaire ſoit double de l'autre HA. Quand même on ne ſe conformeroit à cette pratique que groſſiérement, on en retireroit de l'utilité: on ſera maître de l'obſerver plus ou moins rigoureuſement, & on aura toujours une regle, au lieu qu'on n'en avoit pas.

Mais il faut bien remarquer que cette regle qui nous fait connoître ſi nous avons bien diſpoſé la voile après que nous avons achevé de l'orienter, n'eſt pas propre à nous apprendre d'avance la diſpoſition à laquelle nous devons nous arrêter. En effet, on ſe tromperoit quelquefois très-conſidérablement ſi ſur la meſure de l'angle *uCA* on vouloit régler la grandeur préciſe des deux autres angles; car ſi la voile étoit d'abord fort éloignée de la diſpoſition parfaite, la vîteſſe *CI* du ſillage augmenteroit, ce qui feroit changer la vîteſſe & la direction apparente *IM* du vent: ainſi l'angle *uCA* ne ſeroit plus le même, & la détermination fondée ſur la premiere grandeur de cet angle ſeroit manqué. Figure 101.

Calcul & uſages de la premiere Table qui eſt à la fin de ce Traité, avec différentes remarques.

LA limitation de notre regle vient de ce qu'elle n'a d'application immédiate qu'à l'égard de la direction apparente du vent; mais nous pouvons par le moyen d'une Table très-facile à conſtruire, en étendre l'utilité. Si nous ſuppoſons donné l'angle *uCA* de la route & de la direction apparente du vent, nous venons de voir quelles ſont les conditions qui rendent parfaite la diſpoſition de la voile. Nous chercherons ſur ce fondement l'angle d'incidence apparent; attribuant enſuite une certaine vîteſſe apparente au vent, nous calculerons l'impulſion que recevra la voile, & nous en conclurons la vîteſſe *CI* du ſillage. La vîteſſe apparente attribuée au vent ne ſera autre choſe que *IM*; & ſi en réſolvant le triangle *CIM* nous cherchons *CM* & l'angle *ICM*, nous aurons la direction abſolue & la vîteſſe abſolue du vent, qui conviendront aux ſuppoſitions que nous aurons faites. La premiere Table qu'on trouvera à la fin de ce Livre a été calculée de cette ſorte.

Nous avons marqué dans les premieres colonnes les

Figure 101. angles de la voile & de la quille & les angles d'incidence, parce que nous penſons qu'on ſe bornera ſouvent à la ſimple comparaiſon de ces angles. Ce ſont en effet ceux qui ſe correſpondent généralement dans tous les Navires dont on peut négliger la dérive, au lieu que les autres angles de même que les autres conditions de la diſpoſition parfaite, varient ſelon que le Navire eſt bon ou mauvais voilier. Pour rendre néanmoins la Table plus complette, & donner quelque idée de la progreſſion que ſuivent les vîteſſes du Navire & les angles *M* que les deux directions du vent forment l'une avec l'autre, nous avons cru devoir faire entiérement les calculs pour deux Navires de qualités très-différentes quant à la marche.

Lorſqu'on attribue au vent une certaine vîteſſe relative ou apparente ſur *uC*, cette vîteſſe, quoique la même, peut produire plus ou moins d'effet ſur le ſillage, le rendre plus ou moins rapide, à cauſe des divers rapports qu'il y a entre la ſurface des voiles & celle de la proue. Nous avons donc voulu que notre Table ſervît pour deux différents Navires: nous avons toujours réduit à 400 la vîteſſe réelle ou abſolue du vent; mais nous avons ſuppoſé qu'un des Navires ne prenoit que la huitieme partie de cette vîteſſe dans la route directe, au lieu que l'autre en prenoit le quart. Ces différentes ſuppoſitions ont introduit divers rapports entre *CI* & *IM* & ont fait changer l'angle *M*. Notre Table étant calculée, ſi on nous propoſe de ſuivre une certaine route, on nous donnera l'angle qu'elle doit faire avec la direction réelle du vent; nous chercherons cet angle dans la cinquieme colomne ou dans la neuvieme, & nous trouverons dans les autres toutes les quantités que nous avons intérêt de connoître.

Si on jette les yeux ſur la ſuite des nombres que contiennent la ſeptieme & la derniere colonne, on verra que la vîteſſe du ſillage diminue extrêmement dans les routes très-obliques. Toutes les fois que la proue eſt tournée vers le vent, il faut rendre l'angle de la voile & de la quille beaucoup plus petit, l'angle d'incidence doit être auſſi

auſſi moindre. Ainſi l'impulſion du vent eſt beaucoup plus foible ; mais outre cela il y a une moindre partie de cette force qui pouſſe dans le ſens de la quille & qui eſt utile au ſillage, puiſque la plus grande partie de l'effort ſe fait preſque perpendiculairement à la longueur du Navire. Le concours de toutes ces circonſtances eſt cauſe que, lorſque le Navire ſingle *au plus près*, il prend à peine les quatre dixiemes de la vîteſſe qu'il reçoit dans la route directe. Les dernieres diſpoſitions de notre Table marquent ces routes du plus près ; & ſi on rendoit encore plus petit l'angle que fait la route avec la direction du vent, la vîteſſe diminueroit encore par des degrés plus ſubits.

La Table, de même que les principes ſur leſquels elle eſt fondée, a également ſon application lorſque le Navire a pluſieurs voiles, pourvu qu'elles ne s'embarraſſent point les unes les autres, ou que celles de la poupe ne couvrent point en partie celles de la proue. Dans toutes les routes d'une certaine obliquité le vent frappe ſur toutes les voiles : mais dans ce cas c'eſt la même choſe, quant à l'impulſion, que ſi le Navire n'avoit qu'une voile, mais beaucoup plus grande. Ainſi on peut alors avoir recours à notre Table, ou ſe ſervir de la comparaiſon des deux tangentes ſur laquelle nous avons inſiſté. Ce ne ſera plus la même choſe, ſi les voiles de la proue ſont en partie couvertes par les voiles de la poupe : les recherches de manœuvre deviennent alors plus difficiles, & elles demanderont un nouvel examen de notre part.

Au ſurplus, quoiqu'à parler dans la rigueur, il n'y ait point de Vaiſſeau dont on puiſſe négliger la dérive, parce qu'il n'y en a point d'infiniment étroit, nous croyons néanmoins qu'on peut dans certaines rencontres conſidérer pluſieurs Navires comme s'ils ſuivoient exactement dans leurs routes la direction de leur quille. Nos Vaiſſeaux ſont environ quatre fois plus longs que larges ; mais outre cela la ſaillie de leur proue en diminue la ſurface cinq ou ſix fois & même davantage, quant à la réſiſtance

qu'elle éprouve de la part de l'eau. Ainſi c'eſt à peu-près la même choſe que ſi la carene étoit 24 ou 25 fois plus longue que large, & dans cet état nos Navires doivent acquérir ſenſiblement pluſieurs des propriétés du Navire qui ſeroit abſolument exempt de dérive. Cependant nous devons avertir que la dérive ſe manifeſtera toujours dans les routes très-obliques, ou lorſque les voiles feront un angle très-aigu avec la quille; le vent pouſſera alors conſidérablement de côté, & le Vaiſſeau cédant à cet effort latéral, ne ſuivra plus la direction de ſa quille ou de ſon axe, mais s'en écartera ſenſiblement. La premiere de nos Tables ne ſera pas d'uſage alors, mais on pourra s'en ſervir dans toutes les routes qui ne ſeront point extrêmement éloignées de la directe, comme nous le verrons encore mieux dans la ſuite.

CHAPITRE IV.

De la diſpoſition la plus avantageuſe de la voile pour gagner au vent & pour s'éloigner d'une Côte.

Nous avons un problême pour le moins auſſi important à réſoudre que le précédent, quoiqu'il ne ſoit pas d'un uſage ſi fréquent en mer. Quelquefois on veut s'éloigner le plus qu'il eſt poſſible d'une certaine ligne: il ne s'agit pas préciſément de faire beaucoup de chemin, mais il importe qu'on en faſſe beaucoup relativement à une certaine direction.

Figure 102. Le Navire, par exemple, de la figure 102 fait la route *CI* pendant que *VC* eſt la direction réelle ou abſolue du vent, & il s'agit de s'éloigner le plus qu'il eſt poſſible de la ligne droite *ML*. Si ce Navire préſentoit la proue un peu moins au vent; s'il *arrivoit* un peu, il marcheroit beaucoup plus vîte, mais la quantité *IL* dont il s'éloigne

de la droite *M L* pourroit malgré cela être moins grande. Si au contraire le Navire *ferroit* davantage le vent, le progrès *L I* deviendroit plus grand par rapport au ſillage *CI*, mais le ſillage deviendroit beaucoup plus lent & *L I* ſouffriroit peut-être plus de diminution par ce chef, qu'il ne recevroit d'augmentation par l'autre. La droite *M L* eſt une perpendiculaire à la direction abſolue du vent lorſqu'on veut aller au plus près ou gagner au vent le plus qu'il eſt poſſible. Ce n'eſt alors qu'un cas particulier du problême général que nous nous propoſons. Figure 102.

Le Navire *F* de la figure 99 ſingle au *plus près* en ſuivant la route *FK* & en avançant vers l'origine même du vent; il travaille à s'éloigner de la perpendiculaire *FC*. Mais quelquefois la ligne droite dont on veut s'éloigner a une ſituation oblique par rapport à la direction du vent; cette droite ſera, par exemple, une parallele à une côte dont on a des raiſons néceſſaires de s'écarter. Ainſi le problême général que nous avons à réſoudre n'eſt point aſſujetti à une grandeur particuliere de l'angle *VCL* (*fig.* 102).

On verra dans la ſuite qu'on ne peut ſe diſpenſer dans cette rencontre de chercher la direction réelle du vent ou de juger au moins à peu-près de ſa ſituation par quelqu'un des moyens que nous avons donnés; on y eſt obligé, parce que la maxime très-ſimple que nous avons à propoſer dépend entiérement de la connoiſſance de la direction réelle du vent.

Auſſi-tôt qu'on aura découvert la direction *VC*, on ſaura ſi la route qu'on ſuit eſt la plus avantageuſe, en examinant ſi l'angle *ICL* qu'elle fait avec la ligne droite *ML* dont on veut s'éloigner, eſt égal à celui *VCE* que fait la direction réelle du vent avec la voile; ce qui ne diſpenſe pas de bien diſpoſer la voile par rapport au Navire.

Ainſi on ſera obligé de ſatisfaire alors à deux conditions. Lorſque le Navire eſt exempt de dérive, il faut que la tangente de l'angle d'incidence apparent du vent ſoit double de celle de l'angle que la voile fait avec la quille. Cette premiere condition étant remplie, la vîteſſe

Figure 102. *CI* du ſillage ſera un *maximum*. Mais il faut en ſecond lieu que l'angle *VCE* que fait la direction abſolue du vent avec la voile ſoit égal à celui *ICL* que fait la route *CI* avec la ligne droite *ML* dont on veut s'écarter. L'obſervation de cette ſeconde regle qui convient abſolument à tous les Vaiſſeaux, & qui par cette raiſon eſt plus générale que l'autre, achevera de rendre la diſpoſition entiérement parfaite pour rendre le progrès *LI* le plus grand qu'il eſt poſſible.

On reconnoîtra aiſément, lorſque les deux conditions ne ſeront pas remplies, dans quel ſens il faudra changer la diſpoſition de la voile & celle du Vaiſſeau. Mais il ſera bon de faire toujours attention aux deux regles en même temps; car ſi on y penſoit ſéparément, on courroit riſque d'en violer une, pendant qu'on ſeroit tout occupé du ſoin d'obſerver l'autre.

Ce ſera la même choſe ſi on veut ſingler au plus près ou gagner au vent le plus qu'il eſt poſſible, pourvu qu'on ſe ſouvienne que la ligne droite *ML* dont il s'agit alors de s'éloigner en remontant vers l'origine du vent, n'eſt pas perpendiculaire à la direction apparente *uC* du vent, mais à la direction réelle. L'opération ſera même pour l'ordinaire beaucoup plus courte, parce qu'on n'aura pas la liberté de diminuer aſſez l'angle *ACE* que forme la voile avec la quille, & qu'il ſera comme donné.

Il faudroit pouvoir diminuer aſſez cet angle, pour qu'il n'eût que 17 à 18 degrés; mais on ſera preſque toujours obligé dans la pratique de le laiſſer beaucoup trop grand, à cauſe de divers cordages qui gênent le mouvement des vergues ou des voiles en empêchant de les rendre plus obliques par rapport à la quille. Cet angle *ACE* étant comme donné, il faut opter entre l'obſervation de la regle expliquée dans le Chapitre précédent, ou de la regle que nous venons d'indiquer; mais celle-ci eſt préférable à tous égards à la premiere, comme les lecteurs s'en convaincront dans la ſuite. On ôtera donc l'angle *ECI* de 90 degrés, & prenant la moitié du reſte, on aura

chacun des angles *ICL* & *VCE*. Si l'obliquité *ECA* ou *ECI* de la voile à l'égard de la quille, ou plutôt de la route, eſt, par exemple, de 25 degrés, on aura 65 degrés pour la ſomme des deux autres. Ainſi il faudra que la voile faſſe avec la direction réelle du vent un angle de $32\frac{1}{2}$ degrés; & que l'angle de la route avec la ligne droite *ML* ſoit du même nombre de degrés. Figure 102.

Conſtruction & uſage de la ſeconde Table qui eſt à la fin de ce Traité.

CE que nous venons de dire nous paroît très-ſuffiſant pour la pratique; mais après tout, ſi on veut avoir une Table qui indique les diſpoſitions les plus avantageuſes du Navire & de ſa voile, pour s'éloigner d'une ligne droite donnée de poſition, il ſera très-facile de la déduire de la premiere Table.

Si nous ſuppoſons, par exemple, que l'angle *ACE* de la voile & de la quille eſt de 30 degrés, notre premiere Table nous apprend que l'angle d'incidence apparent *uCE* doit être de $49^{d}\,6^{m}$, & ſi le Navire dont il s'agit, prend le quart de la vîteſſe du vent dans la route directe, l'angle *VCu* formé par les deux directions du vent ſera de $10^{d}\,18^{m}$, ce qui rendra l'angle *VCE* de $59^{d}\,24^{m}$. Nous joignons le double de cet angle à l'angle *ECA*, & nous avons $148^{d}\,48^{m}$ pour l'angle *VCL*; c'eſt-à-dire que la diſpoſition de la voile & du Vaiſſeau que nous avons ſuppoſée, eſt la plus avantageuſe pour s'éloigner d'une ligne droite *ML* qui fait avec la direction réelle du vent un angle *VCL* de $148^{d}\,48^{m}$.

La grandeur de cet angle qui ne paſſe pas 180 degrés nous marque que ſi la ligne *ML* dont il eſt queſtion de s'éloigner eſt une parallele à une côte, le vent vient du côté de la mer & non pas du côté de terre. Dans d'autres ſuppoſitions l'angle *VCL* ſe trouvera de plus de 180^{d}, & ce ſera une marque que le vent vient de terre. J'ai conſtruit, par de ſemblables calculs, la ſeconde Table qu'on

Figure 102. verra à la fin de ce Traité, & j'y ai joint auſſi les quantités *IL* dont on s'éloigne de la ligne droite donnée *ML*. Je les ai trouvées en réſolvant le triangle rectangle *ICL*, & j'ai toujours ſuppoſé que la vîteſſe abſolue du vent étoit repréſentée par 400.

Si le Navire dans lequel on navigue eſt du nombre de ceux qui prennent dans la route directe le quart de la vîteſſe abſolue du vent, notre Table apprendra que, pour s'éloigner le plus promptement qu'il eſt poſſible d'une côte par rapport à laquelle le vent qui vient de la mer eſt perpendiculaire, il faut que la voile faſſe avec la quille un angle de $17^{d}\,18^{m}$, & que la route faſſe avec la direction réelle du vent un angle de $53^{d}\,39^{m}$. On trouvera auſſi qu'on s'éloigne de la cote de 24 de ces mêmes parties, dont 400 expriment la vîteſſe abſolue du vent. On ſe conformera à la même détermination ſi on veut ſingler au *plus près*, ou gagner au vent le plus qu'il eſt poſſible : le cas eſt préciſément le même, & le progrès vers l'origine du vent ſera également exprimé par 24, ce qui eſt marqué dans la derniere colonne.

Evaluation de ce qu'on perd en orientant mal la voile lorſqu'on ſingle au plus près.

MAIS, comme nous l'avons dit, on perd à cet égard quelqu'avantage dans la Marine par la raiſon qu'on ne peut pas diminuer aſſez l'angle que les voiles font avec la quille. Nous avons ſuppoſé dans notre ſeconde Table qu'on étoit libre de ne donner que $17^{d}\,18^{m}$ à cet angle ; ainſi puiſqu'on ne peut pas dans la pratique rendre cet angle ſi petit, notre Table indique un degré de perfection dont on approche, mais qu'il n'eſt pas poſſible d'obtenir.

Lorſque l'angle *ECA* eſt de 25 degrés, & que l'angle *VCE* formé par la direction réelle du vent & la voile eſt de $51^{d}\,15^{m}$ ſomme de l'angle d'incidence apparent 43^{d} & de l'angle *VCu* de $8^{d}\,15^{m}$, notre premiere Table nous apprend que la vîteſſe du Navire eſt de 62 parties. Cette

vîteſſe eſt celle du ſillage lorſqu'on obſerve la premiere regle ; mais comme on eſt obligé d'y renoncer lorſqu'on ſingle au plus près, parce qu'on ne peut pas aſſez diminuer l'angle *ACE*, l'angle *VCE* n'eſt plus que de $32\frac{1}{2}$ degrés, de même que l'angle *ACL*, & cette diminution que ſouffre l'angle *VCE* fait diminuer extrêmement la vîteſſe du Navire. Figure 102.

En effet toutes les fois que les voiles conſervent la même ſituation par rapport au Navire, les vîteſſes du ſillage, conformément à un principe ou théorême dont nous démontrerons la certitude dans la ſuite, ſont exactement proportionnelles aux ſinus des angles, non pas d'incidence apparens *uCE*, mais aux ſinus des angles *VCE* formés par la direction réelle du vent & par la voile. Ainſi l'angle *VCE* étant plus petit, la vîteſſe *CI* ſera moindre dans le même rapport que le ſinus de $32\frac{1}{2}$ eſt plus petit que le ſinus de $51^{d}\,15^{m}$; au lieu qu'elle étoit de 62 parties, comme le marque notre premiere Table, elle ne ſera donc plus que d'environ $42\frac{1}{4}$. Mais ſi on cherche après cela le progrès *LI* fait vers l'origine du vent, en ſe ſouvenant que dans le triangle rectangle *CLI*, l'angle en *C* eſt de $32\frac{1}{2}{}^{d}$, on trouvera que ce progrès n'eſt pas tout-à-fait de 23. Ce qui montre qu'on perd un peu plus d'une 24me partie de gain vers le vent à cauſe de la grandeur qu'on eſt obligé de laiſſer à l'angle que font les voiles avec la quille.

Mais on voit qu'il arrive ici la même choſe qu'à l'égard de preſque tous les autres *maximum* ou quantités qu'on ſe propoſe de rendre les plus grandes qu'il eſt poſſible. Pour peu qu'on ſoit attentif à ne pas trop s'écarter des regles, & qu'on obſerve au moins avec quelque ſoin les plus importantes, on retire ſenſiblement tout le fruit qu'on avoit en vue ; parce que les quantités qui deviennent des *maximum* par une certaine diſpoſition, ſont ſenſiblement de la même grandeur dans les environs du point précis où réſide le plus grand avantage. On rend l'angle de la voile & de la quille trop grand de preſque une moitié, & malgré cela

Figure 102. comme on met une égalité parfaite entre les deux angles *ICL* & *VCE*, le progrès *L I* vers le vent ſe trouve preſque le même, on ne perd qu'une aſſez petite partie. Nous ne devons pas manquer d'ajouter que tout ce que nous venons de dire ſur la maniere d'aller au plus près, convient également aux Navires qui n'ont qu'une voile & à ceux qui en ont pluſieurs, parce que, comme nous l'avons déja fait remarquer, les voiles ne ſe couvrent point les unes les autres dans les routes extrêmement obliques.

CHAPITRE V.

De la maniere de donner chaſſe à un Navire en lui coupant le chemin le plus promptement qu'il eſt poſſible.

LA pratique qu'on doit employer lorſqu'on veut s'éloigner d'une côte ſervira auſſi lorſqu'on voudra couper le chemin à un autre Vaiſſeau. Quelquefois de mauvais Manœuvriers, ſans mettre de diſtinction entre les différents cas, dirigent toujours leur proue ſur le Navire auquel ils veulent *donner chaſſe* ou qu'ils veulent atteindre. Comme le Navire qui fuit change de ſituation par rapport à l'autre, ces Manœuvriers changent auſſi leur route, & ils décrivent de cette ſorte une ligne courbe qui leur fait perdre beaucoup de temps, & qui ſe termine très-ſouvent d'une maniere fâcheuſe, en les plaçant derriere le Navire à côté duquel ils vouloient ſe mettre. Cette faute, qui eſt inexcuſable lorſqu'on n'a pas ſu tirer parti des bonnes qualités de ſon propre Vaiſſeau, n'eſt que trop ordinaire.

Au lieu de perdre ſon temps à décrire une ligne courbe qui fait qu'on manque preſque toujours ſa proie, il faut lui couper le chemin, en prenant néanmoins certaines
Figure 103. précautions qui ſont eſſentielles. Si le Navire *B* (*fig.* 103) fait la route *B I* & que le Navire *A* qui eſt au vent faſſe

la

la route *A I* en parcourant les eſpaces *AC*, *CD*, *DE*, &c. dans le même temps que l'autre Navire parcourt les eſpaces *B F*, *FG* & *GH* beaucoup plus petits, ces deux Navires ne ſe rencontreront pas, & le Navire *A* perdra tout ſon avantage. Lorſqu'ils étoient en *A* & en *B*, la ligne *AB* marquoit la direction ou l'aire de vent de l'un à l'autre; mais lorſqu'ils ſont parvenus en *C* & en *F*, leur direction reſpective n'eſt plus la même. Elle eſt encore plus différente lorſque les Navires ſont en *D* & en *G*, & encore davantage en *E* & en *H*. Figure 103.

Les choſes étant dans ce dernier état, on s'apperçoit bien dans le Vaiſſeau *A* arrivé en *E*, qu'on a manqué ſon coup, & qu'on parviendra au point *I* lorſqu'il n'en ſera plus temps; mais on pouvoit prévoir cet accident beaucoup plutôt. Lorſqu'on étoit en *C* & que l'autre Navire étoit en *F*, on n'avoit qu'à examiner avec une bouſſole ſi la direction *CF* étoit parallele à la premiere *AB*, on eût reconnu dès-lors qu'on commençoit déja à perdre ſur l'autre Navire. En un mot, pour que les deux Navires ſe rencontrent lorſqu'ils ſe meuvent d'un mouvement uniforme, il faut qu'ils conſervent dans tous les points de leur route la même direction ou air de vent l'un par rapport à l'autre.

Il eſt très-facile de voir avec la bouſſole ſi cette condition néceſſaire eſt remplie; mais il eſt bien des rencontres où l'on peut ſe ſervir utilement de la même regle quoiqu'on n'ait point de bouſſole. J'ai quelquefois traverſé dans une chaloupe à la voile, des rades où pluſieurs Navires paſſoient d'un endroit à l'autre étant pouſſés d'un bon vent. On ne ſavoit quelquefois dans la chaloupe s'il y avoit du péril ou s'il n'y en avoit pas, & on étoit indécis ſur le parti qu'on avoit à prendre. Dans une pareille incertitude on pourroit faire une manœuvre, lorſqu'il en faudroit faire une autre toute contraire, & on itoit ſe mettre ſous la proue d'un Navire par lequel on ſeroit briſé ou coulé à fond. Nous n'avions point de bouſſole; mais je cherchois au loin quelqu'objet auquel je puſſe

Figure 103. rapporter le Navire que nous voulions éviter : lorſqu'il y avoit des nuages dans le ciel proche de l'horiſon, je m'en ſervois par préférence à cauſe de leur grand éloignement; & comme je n'avois à les obſerver que pendant très-peu de temps leur mouvement ne pouvoit me jetter dans aucune erreur. Si donc le Navire que nous voulions éviter me répondoit toujours au même objet ou au même nuage, j'étois ſûr que nous le rencontrerions, & que ſi nous ne changions promptement de route, nous allions faire naufrage. Lorſque la direction à laquelle le Navire me paroiſſoit, changeoit au contraire continuellement, j'étois certain qu'il n'y avoit rien à craindre & que nous ne le rencontrerions pas.

Le cas eſt ici tout différent; un Navire veut en rencontrer un autre: celui *A* de la fig. 103 a l'avantage du vent ſur le Navire *B*, & il parcourt par ſon ſillage de très-grands eſpaces *AC*, *CD* &c. pendant que le ſecond en parcourt de moindres *BF*, *FG* &c. S'il n'atteint pas ce ſecond Navire ce ſera ſouvent par ſa faute, ce ſera parce qu'il ne fera pas tout ce qui étoit néceſſaire pour s'éloigner le plus promptement qu'il étoit poſſible de la ligne droite *AB*. Pour nous, nous n'aurons toujours qu'à conſulter notre ſeconde table. Si l'angle *VAB* eſt par exemple de 150 degrés, nous n'aurons qu'à chercher les diſpoſitions les plus avantageuſes pour s'écarter d'une ligne droite donnée de poſition *AB* qui fait un angle de 150 degrés avec la direction réelle du vent, & ſuppoſé que notre Navire, dont on peut négliger la dérive, prenne le quart de la vîteſſe du vent dans la route directe, nous trouverons qu'il faut que la voile faſſe avec la quille un angle de $30^{d}\ 19^{m}$, & que l'angle d'incidence apparent ſoit de $49^{d}\ 28^{m}$.

Figure 104. On diſpoſera donc le Navire comme dans la fig. 104. La route *AI* fera alors avec la direction réelle du vent un angle *VAI* de $90^{d}\ 10^{m}$, & comme cet angle ſera plus petit que dans la fig. 103, on ira moins vîte; mais les eſpaces *AC*, *CD* que nous parcourrons, quoique plus

petits, nous éloigneront le plus qu'il ſera poſſible de la droite *AB* & nous donneront par conſéquent le plus grand avantage poſſible ſur le Vaiſſeau *B* que nous pourſuivons. Nous faiſions une mauvaiſe manœuvre en nous conformant à la fig. 103, parce que nous prétendions couper le chemin au Navire *B* dans un point *I* trop peu éloigné; mais en nous reglant ſur notre ſeconde Table nous tirons le plus grand avantage poſſible des bonnes qualités de notre Vaiſſeau; il ſe pourroit même faire que nous en tiraſſions trop, & que nous arrivaſſions au point *I* lorſque l'autre Navire en ſeroit encore fort éloigné. On s'en apercevroit en obſervant de temps en temps avec la bouſſole les directions *CF*, *DG*, *EH* qui doivent être continuellement paralleles; ſi on remarquoit qu'on gagnât trop, il n'y auroit qu'à forcer moins de voile. Figure 104.

La diſpoſition qui eſt indiquée par la ſeconde Table ſatisfait à l'obſervation de deux regles, ou remplit les conditions de deux différents *maximum*. La tangente de l'angle d'incidence apparent eſt double de la tangente de l'angle formé par la voile & par la quille, ce qui fait que le Navire ſingle le plus promptement qu'il eſt poſſible ſur la route *AI*. En ſecond lieu l'angle que fait la direction réelle du vent avec la voile, eſt égal à l'angle *IAB* formé par la route & par la ligne *AB*. Mais ſi notre Table rendoit l'angle de la voile & de la quille trop petit, & qu'on ne pût pas le faire réellement aſſez aigu, il faudroit alors, nous le répétons, ſe contenter d'obſerver la ſeconde regle. Ainſi connoiſſant le moindre angle que la voile peut faire avec la route, on le retrancheroit de l'angle *VAB* que fait la direction réelle du vent avec la droite *AB*; & prenant la moitié du reſte, on auroit en même temps l'angle que la direction réelle du vent doit former avec la voile, & celui que la route *AI* doit faire avec la droite *AB*.

Donner chaſſe à un Vaiſſeau qui eſt au vent.

LORSQU'ON pourſuit un Navire qui eſt au vent, on ne peut jamais l'atteindre à moins qu'on ne marche plus vîte

que lui, & il faut preſque toujours encore faire ſucceſſivement pluſieurs bordées, c'eſt-à-dire, qu'on eſt obligé de virer de bord pour faire diverſes routes. Le Navire *B*, Figure 105. par exemple, de la figure 105 qui eſt au vent du Navire *A* court au plus près en ſuivant la route *BI*. Si nous ſommes dans le Vaiſſeau *A*, & que courant auſſi au plus près du même côté, nous marchions aſſez vîte pour arriver au point *C* en même temps que le Navire *B* au point *F*, la ligne *FC* étant perpendiculaire à la direction réelle du vent, l'autre Navire n'aura plus aucun avantage ſur nous de la part du vent. Nous aurons au contraire ſur lui l'avantage du ſillage que nous devons toujours conſerver. Ainſi virant de bord en *C* en préſentant au vent le flanc de ſtribord au lieu de celui de bas-bord, nous ferons la route *CI* pendant que l'autre Navire auquel nous donnons chaſſe fera la partie *FI* de ſa route, & nous le rencontrerons en *I*. Il ne ſera pas néceſſaire que nous forcions de voile en faiſant la bordée ou route *CI* puiſque nous marchons plus vîte que l'autre Navire; ou plutôt nous ferons bien de continuer à forcer de voile, mais il ne ſera pas néceſſaire que nous courrions tout-à-fait au plus près.

Au lieu de virer de bord en *C* où nous nous trouvons également au vent que l'autre Navire qui eſt parvenu en *F*, nous euſſions pu virer de bord un peu plutôt comme en *c*, & nous fuſſions allé rencontrer l'autre Navire en *i* en tenant également le plus près dans notre ſeconde bordée *ci* que dans notre premiere *Ac*. Mais deux choſes nous empêchent de connoître le point *c* où il faut changer de route; nous ne ſavons pas aſſez parfaitement dans un des Vaiſſeaux combien nous ſommes éloignés de l'autre; & outre cela, quoique nous nous appercevions très-diſtinctement dans le Vaiſſeau *A* que nous marchons plus vîte que le Vaiſſeau *B*, nous ignorons quel eſt le rapport préciſ entre les deux vîteſſes. On perd beaucoup de temps en évolution lorſqu'on vire de bord pluſieurs fois; mais d'un autre côté lorſqu'on fait des bordées fort longues, on s'éloigne quelquefois trop du Navire qu'on pourſuit;

& la nuit qui ſurvient le fait perdre de vue. Figure 105.

Le Navire *A*, au lieu de faire les routes *AC* & *CI* dans l'ordre que les marque la figure, gagnera quelquefois à les faire dans un ordre contraire; c'eſt-à-dire, qu'il fera mieux dans certains cas, de mettre d'abord l'amure à ſtribord ou à droite, & de préſenter ce côté au vent en courant au plus près. Il iroit paſſer derriere le Navire *B*, & il ſeroit à portée de l'atteindre vers *i* ou *I* par une ſeconde bordée ſans être obligé de courir au plus près. On peut tracer une figure dans laquelle on marque la ſituation reſpective des deux Vaiſſeaux par rapport au vent, autant qu'on la connoît; & on appréciera enſuite avec plus de facilité la bonté des différents partis qu'on pourra prendre.

CHAPITRE VI.

Remarques au ſujet du Navire qui fuit. Moyens de déterminer la route qui donne la plus grande de toutes les vîteſſes.

I.

SI le navire *B* (*fig.* 104) continue à ſuivre la route *BI*, il ne peut pas échapper au Navire *A* à moins qu'il n'y ait une très-grande différence entre les diverſes qualités de leur marche. En ſerrant le vent, ou en recevant le vent avec encore plus d'obliquité, le Navire *B* doit naturellement ſingler moins vîte que le Vaiſſeau *A* qui reçoit le vent moins obliquement. Le premier n'a qu'un ſeul moyen d'empêcher le Navire *A* de tirer parti de ſa ſituation; c'eſt de lui préſenter la poupe & de courir ſur le prolongement de *AB*. Le Vaiſſeau *A* ſeroit enſuite obligé de faire la même route, & ils reſteroient toujours également éloignés l'un de l'autre de l'intervale *AB* s'ils marchoient également vîte; la ſeule différence du ſillage Figure 104.

Figure 104. mettroit enſuite de la diſtinction entr'eux.

Ainſi, généralement parlant, le Vaiſſeau *B* lorſqu'il ſuit ne peut rien faire de mieux que d'arriver en courant ſur le prolongement de *AB*, de même qu'il faudroit que le Vaiſſeau *A* courut au plus près, s'il vouloit éviter la pourſuite du Vaiſſeau *B*. Mais lorſque le Vaiſſeau *A* s'enfuit, il peut courir au plus près de deux différents côtés, comme le ſavent tous nos Lecteurs. Il peut préſenter ſa proue plus au vent en offrant toujours le flanc gauche ou de bas-bord au vent; ou bien il peut revirer de bord & courir au plus près de l'autre côté en préſentant ſon flanc droit ou de ſtribord au vent. Il eſt bien clair que cette ſeconde route ſeroit ici beaucoup plus propre à l'éloigner du Vaiſſeau *B*.

II.

LE Navire qui fuit doit faire uſage de toutes les connoiſſances qu'il a des propriétés de ſa marche. Si les deux Vaiſſeaux ſont très-peu éloignés l'un de l'autre, l'intervalle *AB* ne donne guere d'avance au Navire *B* lorſqu'en fuyant il ſuit le prolongement de *AB*. Il pourroit choiſir celle de toutes les routes dans laquelle il ſingle le mieux, & le Navigateur ſeroit en état de ſaiſir tout d'un coup cette diſpoſition s'il avoit eu ſoin de la chercher par des expériences faites à loiſir ſur ſon Vaiſſeau dans des circonſtances moins preſſantes. Cette plus grande de toutes les viteſſes ou ce *maximum maximorum* dépend de la combinaiſon d'une troiſieme regle avec la premiere dont nous avons déja fait un ſi grand uſage. Il faut d'abord, conformément à la premiere, ſi le Navire n'eſt ſujet à aucune dérive & n'a qu'une voile, comme nous le ſuppoſons toujours dans cette premiere Section, que la tangente de l'angle d'incidence apparent du vent ſur la voile, ſoit double de la tangente de l'angle que fait la voile avec la quille; il faut outre cela, comme nous le démontrerons dans la ſuite, que la direction réelle du vent ſoit perpendiculaire à la voile.

Suppoſons que l'angle *ACE* que fait la voile avec la quille dans la figure 101 ſoit fort grand, & que néanmoins la tangente de l'angle d'incidence apparent *uCE*, ſoit double de la tangente de l'angle *ECA*; nous chercherons la direction réelle *VCM* du vent, & ſi nous trouvons qu'elle eſt perpendiculaire à la voile, tout ſera diſpoſé pour courir avec la plus grande de toutes les vîteſſes. Mais ſi l'angle *VCE* ſe trouve aigu, la voile ne ſera pas orientée, ni le Navire diſpoſé pour courir avec la plus grande de toutes les vîteſſes. Car, en rendant l'angle *VCE* plus grand, on fera, comme nous avons eu occaſion de le dire, augmenter la vîteſſe du ſillage dans le même rapport qu'on fera croître le ſinus de l'angle *VCE* que fait la direction réelle du vent avec la voile. Cela eſt vrai pour tous les Navires qui n'ont qu'une voile. Figure 101.

Ainſi dans la derniere ſuppoſition que nous venons de faire, il faut travailler à rendre cet angle plus grand; mais il faut en même temps obſerver toujours la premiere regle qui porte que *HL* ſoit double de *HA*. On ouvrira un peu plus l'angle *ACE* formé par la voile & la quille, & on portera un peu plus la proue ſous le vent. Si après cela *HL* étant double de *AH*, la direction réelle *VC* du vent fait un angle droit avec la voile, il n'y aura plus rien à changer, & on aura trouvé la diſpoſition qui procure la plus grande de toutes les vîteſſes ou qui en donne le *maximum maximorum*.

Les tentatives que nous preſcrivons demanderont ſi peu de temps, qu'on peut les faire en tenant, pour ainſi dire, les manœuvres à la main; mais il ſuffit de les avoir faites une ſeule fois, & de ſe reſſouvenir de la ſituation qu'on a été obligé de donner à la voile, de même que de la grandeur de l'angle d'incidence apparent, pour pouvoir retrouver avec la plus grande facilité la même diſpoſition dans les circonſtances critiques. On éprouvera pour preſque tous les Navires lorſqu'ils n'ont qu'une voile, qu'il faut la ſituer perpendiculairement à la quille, & qu'on doit prendre le vent tout-à-fait en poupe pour leur procurer la

Figure 101. plus grande des vîteſſes ; mais on trouvera auſſi pour d'autres Navires, principalement pour les Frégates qui ſinglent le mieux, que la voile doit être ſituée un peu obliquement quoiqu'il ſoit toujours à propos de la mettre perpendiculairement à l'égard de la direction abſolue du vent.

Au ſurplus, il faut bien obſerver qu'il n'y a de l'avantage à rendre la voile perpendiculaire à la direction abſolue du vent, que lorſque la route n'eſt pas donnée & qu'on a une liberté entiere d'embraſſer la direction qu'on veut. On ne peut pas généralement, lorſque la route *CI* (*fig.* 101.) eſt donnée, mettre la voile dans une ſituation perpendiculaire au vent. Car on ſeroit obligé preſque toujours de diminuer l'angle *ACE* de la voile & de la quille, & on perdroit plus par la petiteſſe de ce dernier angle, qu'on ne gagneroit par la grandeur de l'autre. Mais lorſque la route n'eſt pas preſcrite, & qu'on ne demande qu'une grande rapidité de ſillage, les deux regles, la premiere & la troiſieme, ne s'excluent point l'une l'autre. On peut rendre *HL* double de *HA*, & faire enſorte que la direction abſolue du vent ſoit perpendiculaire à la voile.

CHAPITRE VII.

Que notre troiſieme & notre ſeconde regle, pour choiſir la route qui nous procure la plus grande de toutes les vîteſſes ou qui nous éloigne le plus vîte qu'il eſt poſſible d'une ligne droite donnée de poſition, ſont applicables à tous les Navires : avec quelques autres remarques.

TOUT ce qui appartient à la Géométrie dans les Chapitres précédents recevra un plus grand jour pour pluſieurs lecteurs

lecteurs par l'examen exact que nous allons en faire. Notre premiere regle, celle qui apprend à mettre la relation convenable entre l'angle d'incidence du vent & la ſituation de la voile par rapport à la quille, lorſqu'on fait une route dont la direction eſt preſcrite, tire ſa démonſtration des explications qu'on a vues dans l'autre livre. Mais nous avons indiqué d'autres regles, dont il eſt néceſſaire que nous juſtifiions la bonté. Nous commencerons par établir un Théorême de Manœuvre dont les conſéquences ſont extrêmement étendues, & qui eſt vrai généralement pour tous les Navires auſſi-tôt qu'ils n'ont qu'une voile. Figure 106.

CM dans la fig. 106 eſt la vîteſſe & la direction réelle du vent: le Navire *AB* d'une fig. quelconque, dont *EF* eſt la voile, fait la route *CI* dans le même temps que les particules d'air parcourent *CM*. *Si du point* I *on tire* IK *parallélement à la voile* EF, *ou ce qui revient au même, ſi le Navire étant arrivé en* I *on prolonge le plan de la voile juſqu'à ce qu'il coupe en* K *la direction réelle du vent, on n'a qu'à tracer un cercle qui paſſe par les trois points* C, I *&* K, *la circonférence de ce cercle ſera le* lieu *de tous les points comme* I, i *où le Navire parviendra*, en ſuivant une route quelconque *CI*, *Ci; pourvu que ſa voile ſoit toujours orientée de la même maniere par rapport à la quille.*

La vîteſſe apparente ou relative du vent eſt repréſentée par *IM* lorſque la route eſt *CI*; & comme *IK* eſt parallele à la voile dans la ſituation *EF*, l'angle *MIK* eſt égal à l'angle d'incidence apparent. Pour mieux nous expliquer, le vent ne frappant pas la voile avec ſa vîteſſe abſolue à cauſe du mouvement du Navire, il ne la frappe qu'avec ſa vîteſſe apparente ou reſpective *IM* & avec l'angle d'incidence *MIK*. Ainſi l'impulſion eſt proportionnelle au quarré de la vîteſſe *IM* multiplié par le quarré du ſinus de l'angle *MIK;* mais la proportion que nous fournit le triangle *KIM* entre *IM* & *KM*, & les ſinus des angles *K* & *I*, nous apprend que le produit de *MK* par le ſinus de l'angle *K* eſt égal au produit de *IM* par le ſinus de l'angle *MIK*; & élevant au quarré les deux

Figure 106. produits, nous aurons $(\sin. VKI)^2 \times KM^2 = (\sin. KIM^2) \times IM^2$. Or il ſuit de-là, qu'au lieu d'exprimer l'impulſion actuelle du vent ſur la voile par le quarré de IM multiplié par le quarré du ſinus de l'angle KIM, nous pouvons l'exprimer par le quarré de KM multiplié par le quarré du ſinus de l'angle VKI, ou de ſon égal l'angle VCE que fait la direction abſolue du vent avec la voile.

Nous devons faire attention de plus que l'impulſion du vent eſt en équilibre avec l'impulſion de l'eau ſur la proue, ou qu'elles ſont exactement égales & contraires, puiſque nous conſidérons toujours ici le Navire lorſqu'il eſt déja parvenu à l'uniformité de vîteſſe. Outre cela l'impulſion de l'eau ſur la proue eſt égale ou proportionnelle au quarré de la vîteſſe CI du ſillage. Car dans les différentes routes CI, Ci la dérive eſt toujours la même, puiſque la voile fait toujours le même angle avec la quille; & il ſuit de-là que l'eau frappe toujours ſur les mêmes parties de la carene, & qu'elle les frappe avec la même obliquité.

Ainſi le quarré de la vîteſſe CI du ſillage eſt égal au quarré de KM multiplié par le quarré du ſinus de l'angle VCE. Nommant s le ſinus de l'angle CKI ou VCE, nous aurons continuellement $CI^2 = s^2 \times KM^2$. Le premier terme repréſente l'impulſion de l'eau, & le ſecond exprime l'impulſion du vent; & ſi nous prenons les racines quarrées de part & d'autre, il nous viendra $CI = s \times KM$: c'eſt-à-dire, que la vîteſſe même du ſillage CI ſera continuellement égale ou proportionnelle au produit de KM par le ſinus s de l'angle VCE ou CKI. Le rapport entre ces quantités dépendra de la denſité des deux fluides & de la grandeur des ſurfaces frappées; mais il ſera le même pour toutes les différentes routes.

Les vîteſſes CI du ſillage ont de même un rapport donné & conſtant avec les produits $s \times CK$, car ces produits ſont égaux à celui de CI par le ſinus de l'angle CIK à cauſe du triangle CIK, & tous les angles CIK ſont ici conſtants, puiſqu'ils ſont égaux à celui que la voile fait

avec la route. Mais de ce que la vîteſſe *CI* a continuellement un rapport conſtant avec le produit $s \times KM$, & de ce qu'elle a auſſi un rapport conſtant avec $s \times CK$, il s'enſuit qu'il y a un rapport conſtant de *KM* à *CK*, & qu'ainſi le point *K* partage toujours *CM* dans le même rapport. Le point *K* eſt donc invariable, auſſi-tôt que la voilure eſt la même; & nous devons en conclure que tous les points *I*, *i* &c. ſont ſitués ſur la circonférence d'un cercle. Car ſans cela les angles *CIK* ou *CiK* qui ſont formés par la route & par la voile, & qui ſont appuyés ſur la même corde *CK* ne ſeroient pas de la même grandeur. Figure 106.

Que lorſque la Voile reſte toujours orientée de la même maniere par rapport au Navire, les vîteſſes du ſillage dans les différentes routes, ſont comme les ſinus de l'angle que fait la direction abſolue du Vent avec la Voile.

NOUS inférons du Théorême précédent une loi ou regle dont la connoiſſance nous a déja été très-utile. Les vîteſſes ſont continuellement proportionnelles aux ſinus des angles *VCE* ou *VCe* que fait la direction abſolue du vent avec la voile, pourvû que cette voile ſoit toujours orientée de la même maniere par rapport à la quille. En effet, dans le triangle *CKI* dont le côté *CK* & l'angle *I* ſont conſtants, les vîteſſes *CI* du ſillage ſont proportionnelles au ſinus de l'angle *K* qui eſt égal à l'angle *VCE*. Toutes les autres conditions étant les mêmes, plus on augmente le ſinus de l'angle *VCE*, plus on fait donc augmenter la vîteſſe du ſillage; & pour porter par conſéquent cette vîteſſe au *maximum*, il n'y a qu'à rendre droit l'angle *VCE* que forme la direction abſolue ou réelle du vent avec la voile: la vîteſſe *CI* ne ſera plus enſuite une ſimple corde dans le cercle *CKI*, mais un

diametre. Cela eſt vrai pour tous les Navires qui n'ont qu'une voile, & c'eſt celle de nos regles que nous avons nommée la troiſieme.

Que pour s'éloigner, le plus qu'il eſt poſſible, d'une ligne donnée de poſition, il faut dans tous les Navires, que la route faſſe avec cette ligne un angle égal à celui que forme la direction abſolue du vent avec la voile.

IL eſt auſſi très-facile de démontrer maintenant l'exactitude de la ſeconde regle dont nous avons preſcrit l'obſervation dans les cas où l'on veut s'éloigner le plus promptement qu'il eſt poſſible d'une côte ou d'une ligne droite donnée de poſition. *CM* dans la figure 107 eſt la direction abſolue du vent. Le cercle *CKLI* eſt le lieu de tous les points auquel parvient le Navire avec la même voilure; & *CL* eſt la ligne droite dont il s'agit de s'éloigner. Il eſt évident que le point *I* où doit ſe terminer la route eſt au milieu de l'arc *CIL* dont *CL* eſt la corde. La circonférence du cercle eſt en effet parallele en *I* à la corde *CL* & tous les points de part & d'autre de *I* où le Navire peut ſe rendre dans le même temps ſont moins éloignés de *CL*. Mais on ne peut choiſir le point *I* qu'en rendant l'angle *LCI* égal à l'angle *CKI* qui eſt égal à l'angle *VCE*.

Figure 107.

Du changement de la vîteſſe du ſillage par l'augmentation ou la diminution de l'étendue des voiles.

NOUS avons ſuppoſé juſques à préſent que la voile conſervoit toujours ſa même étendue : mais ſi on l'augmentoit ou ſi on la diminuoit, la vîteſſe du ſillage changeroit ſelon un rapport aſſez compliqué. En général, pour

avoir la grandeur de l'impulſion du vent, il faut multiplier (*fig.* 106 & 107) l'étendue de la voile par le quarré de *IM* vîteſſe apparente du vent, & par le quarré du ſinus de l'angle *KIM* ou de l'angle *uCE*, ou bien il faut multiplier l'étendue de la voile par le quarré de *KM* & par le quarré du ſinus de l'angle *VCE* ou de l'angle *CKI*. Mais lorſqu'on augmente ou qu'on diminue l'étendue de la voile, la vîteſſe du ſillage ſouffre du changement; le cercle *CKI*, dont les cordes *CI* marquent les vîteſſes du Navire, devient plus grand ou plus petit; & *KM*, dont il faut multiplier le quarré par l'étendue de la voile, reçoit un changement tout contraire. Figures 106 & 107.

Nous voulons, par exemple, que le Navire, au lieu de ne prendre dans la route directe que le quart de la vîteſſe abſolue du vent, en prenne le tiers; c'eſt-à-dire, que ſi la vîteſſe abſolue du vent eſt diviſée en 12 parties & que le Navire prenne 3 de ces parties dans ſon ſillage, nous voulons qu'il en prenne 4. Cette plus grande rapidité de la marche fera augmenter la réſiſtance de l'eau contre la proue ſelon les quarrés des vîteſſes ou dans le rapport de 9 à 16. Ainſi il faudra, pour cette ſeule raiſon, augmenter l'étendue de la voile ſelon ce rapport. Mais il eſt évident qu'on ne doit pas ſe borner à cette ſeule augmentation, puiſque le vent n'a plus la même vîteſſe par rapport au Navire, & qu'il frappe les voiles avec moins de force.

La vîteſſe reſpective du vent étoit de 9 parties dans le premier cas, au lieu qu'elle n'eſt plus que de 8 dans le ſecond, puiſqu'il y a 4 parties à rabattre pour le ſillage, des 12 parties qui expriment la vîteſſe abſolue du vent. Il ſuit de-là que l'impulſion du vent doit être moindre dans le rapport de 81 à 64; & pour réparer cette diminution il faut encore augmenter l'étendue de la voile ſelon ce dernier rapport, c'eſt-à-dire, comme 64 à 81, après avoir déja augmenté cette étendue dans le rapport de 9 à 16. Tout compté, il faut donc l'augmenter dans le rapport de 4 à 9; & cela pour produire dans le ſillage une

Figures 105 & 107. augmentation ſeulement d'un degré ſur trois, lorſque le vent ſe meut avec 12 degrés. Ainſi on voit qu'il faut augmenter très-conſidérablement la ſurface des voiles, pour produire ſur la marche du Navire des effets aſſez peu conſidérables.

CHAPITRE VIII.

Solutions directes des Problêmes de Manœuvre pour les Navires qui ſont exempts de dérive.

LES recherches précédentes nous fourniſſent les moyens de réſoudre d'une maniere directe les Problêmes que nous nous ſommes contentés de réſoudre d'une maniere moins géométrique. Les ſolutions directes ne peuvent pas manquer d'ajouter quelque nouveau degré de perfection à l'art Nautique ; elles nous ouvriront au moins de nouvelles voies pour parvenir à la conſtruction ou à la vérification des Tables dont nous ſouhaiterions que les Marins ſe ſerviſſent, & elles nous donneront occaſion en même temps de nous occuper de pluſieurs queſtions utiles & curieuſes.

PRE'PARATIONS.

NOUS nommerons a la vîteſſe réelle ou abſolue du
Figure 108. vent CM (*fig.* 108) ; u ſera la vîteſſe CI du ſillage qu'il s'agit dans quelques-unes des recherches ſuivantes de rendre la plus rapide qu'il eſt poſſible ; k indiquera combien de fois la vîteſſe abſolue du vent eſt plus grande que celle du Navire dans la route directe. Pour nous expliquer autrement, le Navire dont il s'agit marche avec la vîteſſe $\frac{1}{k}a$, ou il reçoit la partie k^{me} de la vîteſſe réelle du vent, lorſqu'il a le vent exactement en poupe. Nous prendrons n pour le ſinus total, nous indiquerons par q le

ſinus de l'angle inconnu ACE que la voile fait avec la quille, & p ſera le ſinus de l'angle VCE de la direction abſolue du vent avec la voile, ou le ſinus de l'angle CKI, parce que IK eſt parallele à la voile. Figure 108.

La vîteſſe apparente du vent eſt repréſentée par IM; & l'impulſion que reçoit la voile eſt proportionnelle au quarré de cette ligne multipliée par le quarré du ſinus d'incidence apparent uCE ou MIK. Mais, comme nous l'avons vu, au lieu de prendre le produit du quarré de MI par le quarré du ſinus de MIK, nous pouvons prendre le quarré de MK multiplié par le ſinus p de l'angle CKI ou VCE. Je trouve dans le triangle CKI, le côté CK par cette analogie; p ſinus de l'angle K eſt à $CI = u$, comme q ſinus de l'angle CIK égal à l'angle ACE eſt à $CK = \frac{qu}{p}$, & ôtant CK de $CM = a$, il nous vient $KM = a - \frac{qu}{p}$ que nous n'avons donc qu'à élever au quarré, pour le multiplier par le ſinus p de l'angle K; & nous aurons $\left(a - \frac{qu}{p}\right)^2 \times p^2$ pour l'impulſion abſolue du vent ſur la voile.

Cette impulſion s'exerce ſur la perpendiculaire CP à la voile, & il n'y en a qu'une partie qui nous eſt utile, celle qui pouſſe le Navire dans le ſens de la route ou de la quille. Dans le triangle rectangle CPQ, l'angle P eſt égal à l'angle ACE & q eſt ſon ſinus. Ainſi, pour avoir l'impulſion relative du vent qui ſert au ſillage, nous n'avons qu'à faire cette analogie: le ſinus total n eſt à l'impulſion abſolue $\overline{a - \frac{qu}{p}}^2 \times p^2$ qui s'exerce ſelon CP, comme le ſinus q de l'angle P eſt à $\overline{a - \frac{qu}{p}}^2 \times \frac{p^2 q}{n}$ pour l'impulſion relative du vent ſelon la longueur du Navire.

D'une autre part l'impulſion de l'eau ſur la proue eſt proportionnelle au quarré de la vîteſſe u du ſillage; & ſi nous prenons i pour déſigner ce que la denſité de l'eau & la figure de la proue apportent de changement à cette impulſion, nous l'exprimerons par iu^2; & lorſque le mouve-

Figure 108. ment eſt uniforme & qu'il y a équilibre entre l'impulſion du vent & la réſiſtance de l'eau, nous aurons l'équation $\overline{a - \frac{qu}{p}}^{2} \times \frac{p^2 q}{n} = iu^2$. Nous prenons la racine quarrée de chaque membre; ce qui nous donne $a - \frac{qu}{p} \times p\sqrt{\frac{q}{n}} = u\sqrt{i}$; & nous en déduiſons $u = \frac{apq^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{ni + q^{\frac{1}{2}}}}$.

Cette expreſſion de la vîteſſe u convient aux routes de toutes les obliquités; mais ſi nous y introduiſons le ſinus total n à la place des ſinus q & p, il nous viendra $\frac{an}{\sqrt{i+n}}$ pour la vîteſſe particuliere qu'a le Navire dans la route directe; & comme nous ſavons que cette vîteſſe eſt égale à $\frac{1}{k}a$, nous aurons $\frac{1}{k}a = \frac{an}{\sqrt{i+n}}$ dont nous déduirons $\sqrt{i} = \sqrt{k-1} \times n$. Nous pourrons après cela introduire dans notre expreſſion générale de u cette valeur de $\sqrt{i}$; & nous aurons $u = \frac{apq^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{k-1} \times n^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{1}{2}}}$, *formule* qui nous exprime toujours de la maniere la plus générale les vîteſſes du Navire pour tous les divers angles que la voile peut faire avec la quille & avec la direction réelle du vent.

Choiſir la route oblique qu'il faut ſuivre pour marcher avec la plus grande des vîteſſes poſſibles.

NOUS avons déja inſinué que ce n'étoit pas toujours dans la route directe que le Navire marchoit le plus vîte. Nous allons actuellement déterminer l'obliquité qu'il faut prendre pour que la vîteſſe devienne la plus grande de toutes, ou qu'elle parvienne au *maximum maximorum*. Le problême eſt très-facile. Il faut, comme nous l'avons démontré dans l'autre Chapitre, que nous commencions à mettre le ſinus total n à la place du ſinus p de l'angle VCE. Car nous avons reconnu qu'on remplit une

des

des conditions du *maximum* en faiſant en ſorte que la direction réelle VC du vent ſoit perpendiculaire à la voile. Il nous viendra $u = \frac{an\sqrt{q}}{\overline{k-1} \times n^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{1}{2}}}$, qu'il ne nous reſte donc plus qu'à faire croître, autant qu'il eſt poſſible, par la variation de q. La différentielle de cette quantité eſt $\frac{\overline{k-1} \times \frac{1}{2} an^{\frac{1}{2}} - an q^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{q} \times \overline{k-1} \times n^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{1}{2}}} \times dq$; & en l'égalant à zéro on en déduit $q = \frac{\overline{k-1}^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}} \times n$. Figure 108.

Ainſi nous aurons la valeur de q qui rend u un *maximum maximorum*, & cette plus grande vîteſſe ſera $u = \frac{1}{3} a \times \frac{2}{\overline{k-1}}\Big|^{\frac{2}{3}}$; ce que nous trouvons en introduiſant la valeur de q dans notre expreſſion générale de la vîteſſe u.

Le problême eſt de cette ſorte entiérement réſolu. Car la petite formule qui nous indique la valeur la plus avantageuſe $\frac{\overline{k-1}}{2}\Big|^{\frac{2}{3}} \times n$ du ſinus q de l'angle ACE de la voile & de la quille, nous donne en même temps le coſinus de l'obliquité de la route ou de l'angle MCI que la route doit faire avec la direction réelle du vent. Ces deux angles ſont complément l'un de l'autre, puiſque la voile doit faire un angle droit avec la direction réelle du vent comme dans la figure 109.

On reconnoît auſſi, en comparant les deux petites équations $q = \left(\frac{k-1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \times n$, & $u = \frac{1}{3} a \times \left(\frac{2}{k-1}\right)^{\frac{2}{3}}$ que plus le ſinus q de l'angle ACE eſt petit par rapport au ſinus total n, plus la vîteſſe CI, lorſqu'elle eſt parvenue au *maximum maximorum* eſt grande par rapport au tiers $\frac{1}{3} a$ de la vîteſſe du vent. On voit effectivement que le ſinus q de l'angle ACE eſt égal au ſinus total n diviſé par la quantité $\left(\frac{2}{k-1}\right)^{\frac{2}{3}}$; en même temps que la plus grande vîteſſe CI n'eſt autre choſe que le tiers $\frac{1}{3} a$ de la vîteſſe abſolue du vent multipliée par la même quantité $\left(\frac{2}{k-1}\right)^{\frac{2}{3}}$.

Figure 109. Si le Navire prenoit la moitié de la vîteſſe réelle du vent dans la route directe, k exprimeroit le nombre 2 & nous aurions alors $q = (\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} \times n = \frac{1}{4^{\frac{1}{3}}} \times n$. Nous n'aurions donc qu'à retrancher du logarithme du ſinus total le tiers du logarithme de 4, & il nous viendroit le logarithme ſinus de l'angle ACE qui procure la plus grande de toutes les vîteſſes. On le trouveroit d'environ $39^d\ 3^m$; & après avoir rempli cette condition, il faudroit rendre l'obliquité de la route de $50^d\ 57^m$, afin que la voile fût ſituée perpendiculairement à la direction réelle du vent. Alors la vîteſſe du Navire ſeroit à peu-près $\frac{63}{100}\ a$, au lieu qu'elle étoit $\frac{50}{100}\ a$ dans la route directe. Il y auroit donc beaucoup à gagner ſur la rapidité du ſillage en prenant la route oblique preſcrite par notre ſolution. La vîteſſe ſeroit plus grande que dans la route directe à peu-près dans le rapport de 63 à 50.

On peut faire à cette occaſion une remarque qui tient encore beaucoup plus du paradoxe. La vîteſſe $u = \frac{1}{3}a \times (\frac{2}{k-1})^{\frac{2}{3}}$ du Navire peut ſe trouver plus grande que la vîteſſe abſolue a du vent; il ſuffit pour cela que $\frac{1}{3} \times (\frac{2}{k-1})^{\frac{2}{3}} > 1$; & c'eſt ce qui arrivera ſi $\frac{1}{\sqrt{27}} \times \frac{2}{k-1} > 1$ ou ſi $k < \frac{2}{\sqrt{27}} + 1$ ou (en réduiſant la racine de 27 en parties décimales) ſi k eſt moindre que 1.385. Nous voulons dire qu'il y aura une certaine route oblique dans laquelle le Navire prendra plus de vîteſſe que n'en a le vent même, pourvu que le Navire prenne dans la route directe une vîteſſe aſſez grande, & qui ſurpaſſe 1000, ſi celle du vent eſt exprimée par 1385.

Suppoſons donc, pour éclaircir ceci par un exemple; $k = 1.\frac{250}{1000}$ ou $= 1\frac{1}{4}$; & prenons 400 pour la vîteſſe abſolue du vent, comme nous l'avons déja fait ci-devant: la vîteſſe du Navire dans la route directe ſera exprimée par 320, ce qui ne renferme aucune impoſſibilité, puiſque le vent agira encore contre la voile avec une vîteſſe reſ-

pective qui ſera 80. Mais ſi nous introduiſons $1\frac{1}{4}$ à la place de k dans nos deux petites formules $q = (\frac{k-1}{2})^{\frac{2}{3}} \times n$ & $u = (\frac{2}{k-1})^{\frac{1}{3}} \times a$ qui appartiennent à la route oblique CI de la plus grande vîteſſe, nous apprendrons que $q = \frac{1}{4}n$; ce qui nous donnera $14^{d}\ 29^{m}$ pour l'angle de la voile avec la quille & $75^{d}\ 31^{m}$ pour l'angle MCI. Nous verrons en même temps que la vîteſſe CI ſera $\frac{4}{3}a$; c'eſt-à-dire, que la vîteſſe abſolue du vent étant exprimée par 400, celle du Navire qui étoit 320 dans la toute directe, ſera $533\frac{1}{3}$ dans la route oblique CI, de ſorte qu'elle ſera beaucoup plus grande que la vîteſſe abſolue du vent. Figure 109

Si le Navire n'a pas une voilure ſi avantageuſe, & qu'il faſſe moins de chemin dans la route directe; ſi k qui exprime toujours combien de fois la vîteſſe abſolue du vent contient la vîteſſe du Navire pour la route directe, ſurpaſſe 1.385, la propriété extraotdinaire, dont nous parlons, n'aura plus lieu. Le Navire ceſſera de prendre dans la route dont nous venons de déterminer l'obliquité, plus de vîteſſe que n'en a le vent. Il ne prendra pas même autant de vîteſſe que dans la route directe, ſuppoſé que k ſoit plus grand que 3 ou que la vîteſſe abſolue du vent contienne plus de 3 fois la vîteſſe du ſillage dans la route directe. Le nombre k étant plus grand que 3, on trouveta pour le ſinus q une valeut imaginaire $(\frac{k-1}{2})^{\frac{2}{3}} \times n$ puiſqu'elle ſera alors plus grande que le ſinus total; ce qui montte qu'il n'y a point de route oblique qui porte alors au *maximum* la vîteſſe du ſillage. Tout dépend donc de donner beaucoup de vîteſſe au Navire dans la route directe. Le Navire prend-il une partie de la vîteſſe du vent plus grande que la 1.385^{me}, le Navire ſinglera plus vîte que le vent dans certaines routes obliques. La vîteſſe du Navire dans la route directe eſt-elle au contraire moindre, mais plus grande que le tiers de la vîteſſe du vent, le Navire ne ſinglera plus ſi vîte dans la route oblique qui lui procure la plus grande vîteſſe; mais il marcheta

Figure 109. néanmoins plus vîte que dans la route directe. Enfin le Navire marche-t-il encore plus lentement, & ne fait-il pas même le tiers de l'eſpace que parcourt le vent, alors il n'y aura point de route oblique qui rende ſa vîteſſe un *maximum.*

Mais il ſe préſente ici une nouvelle queſtion très-curieuſe au ſujet de ces Navires qui iroient plus vîte que le vent, ou de ceux mêmes qui acquierrent réellement une plus grande vîteſſe dans une certaine route oblique que dans la directe. Lorſque l'occaſion ſe préſente de faire cette derniere route, doit-on l'abandonner pour en faire deux obliques conſécutives l'une vers la droite & l'autre vers la gauche ? Ces deux routes obliques à la ſuite l'une de l'autre ſeront équivalentes à la directe quant au rumb de vent ; mais ne fait-on pas alors réellement plus de chemin en ligne droite, lorſque la vîteſſe dans les deux routes obliques ſe trouve beaucoup plus grande que
Figure 110. dans la directe ? La fig. 110 nous repréſente les deux routes également obliques *CI* & *IN* à la ſuite l'une de l'autre. On retombe en *N* à la fin de la ſeconde, préciſément ſur la même ligne du vent *VCH*; mais il s'agit de ſavoir ſi ces deux routes obliques nous ont portés plus ou moins loin en *N* que ſi nous avions ſuivi la route directe *CH.*

Qu'il n'eſt jamais avantageux de ſubſtituer deux routes obliques conſécutives à la place de la route directe dans les Navires qui n'ont qu'une voile.

Nous pouvons réduire la queſtion à des termes qui la rendront très-facile à décider. Nous conſidérerons
Figure 109. une ſeule route *CI* (*fig.* 109) & après avoir élevé du point *H*, où ſe termine la route directe *CH*, une perpendiculaire *HL* à la direction réelle du vent, nous examinons ſi la route oblique *CI* qui rend la vîteſſe du ſil-

lage la plus grande qu'il eſt poſſible, porte le Navire au-delà de HL ou le laiſſe en deçà. Si le Navire parvenoit par ſa route oblique juſqu'à HL il ſeroit alors indifférent de prendre la route directe ou d'embraſſer ſucceſſivement deux routes obliques; mais ce ne ſeroit pas la même choſe & on gagneroit, ſi le point I, où ſe termine la route oblique, ſe trouvoit au-delà de HL; car l'autre route oblique produiſant un égal effet, les deux routes jointes enſemble feroient faire plus de chemin ſelon la direction réelle du vent, que ſi on avoit ſuivi cette derniere ligne. Enfin, ſi le point I eſt toujours en-deçà de HL, les deux routes obliques ne ſeront jamais équivalentes à la route directe; & il faudra ſe contenter d'avoir recours à la ſolution que nous venons de donner, dans les ſeules rencontres extraordinaires où il s'agira de s'éloigner du point C le plus promptement qu'il ſera poſſible, ſans qu'il importe du choix de la direction. Figure 109.

Pour donner l'excluſion à ceux d'entre ces trois cas qui ne ſont pas poſſibles, nous n'avons qu'à chercher le progrès relatif CK du Navire ſelon la direction réelle du vent lorſqu'on fait la route CI. La voile étant perpendiculaire à la direction réelle du vent, eſt parallele à KI & l'angle CIK aura $q = (\frac{k-1}{2})^{\frac{2}{3}} \times n$ pour ſinus. Nous trouverons donc CK par cette analogie, le ſinus total n eſt à $CI = \frac{1}{3}\ a \times (\frac{2}{k-1})^{\frac{1}{3}}$ comme le ſinus $q = (\frac{k-1}{2})^{\frac{2}{3}} \times n$ eſt à $CK = \frac{1}{3}\ a$; ce qui nous apprend que le progrès relatif CK ſelon la direction réelle du vent eſt toujours égal au tiers de la vîteſſe réelle CM du vent, lorſque le Navire ſuit la route oblique CI qui lui procure la plus grande des vîteſſes; propriété qui eſt très-digne d'attention.

Mais nous avons reconnu que CI ne devient un *maximum maximorum* que lorſque $k < 3$ ou que la vîteſſe CH reçue par le Navire dans la route directe, eſt plus grande que le tiers de la vîteſſe CM du vent. Il ſuit de là que dans le cas ſingulier dont il s'agit, la plus grande vîteſſe

Figure 109. *CI* porte bien le Navire en dehors du cercle *HOQ* dont *CH* eſt le rayon, mais qu'elle ne le porte jamais au-delà de *HL* qui en eſt la tangente. Le Navire reſte toujours en deçà de cette ligne, puiſqu'il ne parvient jamais qu'à quelque point de la perpendiculaire *KI* qui part du tiers de *CM*.

Les remarques précédentes nous montrent qu'on ne doit point préférer les routes obliques de la plus grande vîteſſe à la route directe, lorſque cette derniere route nous conduit au lieu auquel nous voulons nous rendre. Nous prouverions aiſément la même choſe à l'égard de toutes les autres routes obliques. Mais nous répandrons plus de lumiere ſur ce ſujet en indiquant ici la raiſon phyſique dont dépendent les eſpeces de paradoxes que le calcul nous a fait découvrir.

L'impulſion du vent ſur la voile, lorſque le Navire ſuit la route directe *CH*, ne ſe fait qu'avec la vîteſſe reſpective *HM* : toute la vîteſſe *CH* du Navire eſt à retrancher de celle du vent. Mais lorſque le Navire ſuit la route oblique *CI*, la vîteſſe de ſon ſillage, quoique plus grande, ne cauſe pas une ſi grande diminution à la vîteſſe du vent. L'impulſion ſe fait avec la vîteſſe *IM* & avec l'angle d'incidence *VCE*, ou bien avec la vîteſſe *KM* & l'angle droit *VCE* pris pour angle d'incidence. Ainſi l'impulſion du vent eſt plus forte pendant que le Navire paſſe de *C* en *I*, que lorſqu'il paſſe de *C* en *H* dans la route directe, & il n'eſt pas étonnant après cela que le ſillage ſoit auſſi plus rapide. Cependant la plus grande vîteſſe *CI* ne doit jamais porter le Navire au-delà de *HL* ; car le ſillage feroit enſuite perdre au vent une partie beaucoup plus grande de ſa vîteſſe, & l'impulſion du vent qui en ſeroit diminuée ne ſe trouveroit plus capable d'entretenir la vîteſſe *CI* du ſillage, ni même une vîteſſe égale à *CH*.

CHAPITRE IX.

Suite du Chapitre précédent : Trouver d'une maniere directe la diſpoſition la plus avantageuſe du Navire & de la voile pour s'éloigner d'une ligne droite donnée de poſition.

NOUS allons eſſayer de donner une ſolution directe de cet autre Problême dont nous nous ſommes déja occupés dans le Chapitre IV. La direction réelle du vent eſt repréſentée par VCM dans la figure 108, & CL eſt la ligne droite dont on veut s'éloigner le plus promptement qu'il eſt poſſible. Si nous continuons à nommer n le ſinus total, q le ſinus de l'angle ACE, p le ſinus de l'angle VCE, a la vîteſſe abſolue CM du vent, & k le nombre de fois dont la vîteſſe du Navire eſt plus petite que celle du vent dans la route directe, nous aurons comme ci-devant pour CI, $u = \frac{ap\sqrt{q}}{\sqrt{k-1} \times n^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{1}{2}}}$; & ſi nous nous reſſouvenons que la route doit faire avec la ligne CL dont on veut s'éloigner un angle égal à l'angle VCE dont p eſt le ſinus, nous pourrons par une ſimple proportion trouver la quantité LI dont on s'éloigne de la ligne propoſée; le ſinus total n eſt à $CI = \frac{ap\sqrt{q}}{\sqrt{k-1} \times n^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{1}{2}}}$ comme le ſinus p de l'angle ICL eſt à $LI = \frac{ap^2\sqrt{q}}{\sqrt{k-1} \times n^{\frac{1}{2}} + nq^{\frac{1}{2}}}$. En rendant ainſi l'angle ICL égal à l'angle VCE, nous rempliſſons une des conditions du *maximum maximorum*; & pour ſatisfaire aux autres ou pour déterminer les angles ACE & VCE, nous prenons la différentielle de la quantité LI, & il nous vient

Figure 108.

Figure 108.

$$\frac{\overline{2k-2}\times an^{\frac{1}{2}}pdpVq+2anq^{\frac{1}{2}}pdp+\overline{\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}}\times\frac{an^{\frac{1}{2}}p^{2}dq}{Vq}-anp^{2}qdq}{(\overline{k-1}\times n^{\frac{1}{2}}+nq^{\frac{1}{2}})^{2}\ \overline{}}$$

qui étant égalée à zéro, nous donne $\overline{2k-2}\times n^{\frac{1}{2}}qdp+2q^{\frac{1}{2}}dp+\overline{\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}}\times n^{\frac{1}{2}}pdq-pq^{\frac{1}{2}}dq=0$.

Nous n'avons plus après cela, comme on le voit, qu'à chercher la relation qu'il y a entre les différentielles dp & dq, afin de les réduire à une seule, & de pouvoir la faire disparoître. Le changement dp du sinus p répond au petit arc $\frac{ndp}{V(n^{2}-p^{2})}$ qui mesure le changement de l'angle; & si nous le doublons, nous aurons le changement infiniment petit que reçoivent conjointement les deux angles VCE & ACL qui sont égaux. Mais ce changement $\frac{2ndp}{V(n^{2}-p^{2})}$ doit être égal à la diminution ou l'augmentation $\frac{ndq}{V(n^{2}-q^{2})}$ que doit souffrir en même temps l'angle ACE, puisque les trois angles forment ensemble l'angle VCL qui est donné, c'est-à-dire que nous aurons $+\frac{2ndp}{V(n^{2}-p^{2})}=-\frac{ndq}{V(n^{2}-q^{2})}$ & $dq=-\frac{2dpV(n^{2}-q^{2})}{V(n^{2}-p^{2})}$. Nous introduisons donc cette valeur de dq dans l'équation que nous a donné la différentielle de LI égalée à zéro, & il nous viendra après quelques légeres réductions $\overline{2k-2}\times\frac{n^{\frac{1}{2}}q}{V(n^{2}-q^{2})}+\frac{2q^{\frac{1}{2}}}{V(n^{2}-q^{2})}-\overline{k+1}\times\frac{n^{\frac{1}{2}}p}{V(n^{2}-p^{2})}+\frac{2pq^{\frac{1}{2}}}{V(n^{2}-p^{2})}=0$ qui est délivrée de différentielles & qui nous marque la relation qu'il y a entre les sinus p & q des trois angles dans lesquels il faut partager l'angle total VCL.

La difficulté est maintenant réduite à un Problême de pure Géométrie; il s'agit de diviser un angle donné en trois angles partiaux dont les sinus aient la relation que marque notre équation. Il est vrai qu'il n'y a pas beaucoup d'apparence qu'on puisse parvenir à une solution commode

mode pour la pratique. Si nous formons un seul angle des deux VCE & ACL dont p est le sinus, nous aurons $\frac{2p\sqrt{n^2-p^2}}{n}$ pour le sinus de leur somme, & $\frac{n^2-2p^2}{n}$ pour le co-sinus. Retranchant ensuite cette somme de l'angle total VCL dont nous marquerons le sinus par la lettre b, nous aurons, en nous conformant toujours aux regles connues de la Trigonométrie, $\frac{n^2b-2bp^2-2p\sqrt{n^2-p^2}\sqrt{n^2-b^2}}{n^2}$ pour le sinus q de l'angle ACE. Il n'y auroit donc qu'à introduire cette expression dans notre équation générale trouvée ci-dessus $\overline{2k-2}\times\frac{n^{\frac{1}{2}}q}{\sqrt{n^2-q^2}}+\frac{2q^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{n^2-q^2}}-\overline{k+1}\times\frac{n^{\frac{1}{2}}p}{\sqrt{n^2-p^2}}+\frac{2pq^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{n^2-p^2}}=0$, & on la changeroit en une autre qui ne contiendroit plus que la seule inconnue p. Figure 108.

Déterminer la situation la plus avantageuse du Navire & de sa voile pour gagner au vent le plus qu'il est possible.

MAIS si le calcul paroît trop long lorsqu'on traite le Problême dans toute sa généralité, ou en attribuant à l'angle donné VCL toutes les diverses grandeurs qu'il peut avoir, la difficulté s'évanouira presque entiérement si on se borne à chercher la disposition la plus avantageuse pour gagner au vent. Alors l'angle VCL sera droit, on aura $b=n$, & dans ce cas particulier l'expression $\frac{n^2b-2bp^2-2p\sqrt{n^2-p^2}\sqrt{n^2-q^2}}{n^2}$ de q, se réduira à $\frac{n^2-2p^2}{n}$; introduisant ensuite cette expression dans notre équation générale, & substituant en même temps $\frac{2p\sqrt{n^2-p^2}}{n}$ à la place de $\sqrt{n^2-q^2}$, on aura $\frac{\overline{k-1}\times n^{\frac{1}{2}}\times\overline{n^2-2p^2}}{p\sqrt{n^2-p^2}}+\frac{\overline{n^2-2p^2}^{\frac{3}{2}}}{n^{\frac{1}{2}}p\sqrt{n^2-p^2}}-\frac{\overline{k+1}\times n^{\frac{1}{2}}p}{\sqrt{n^2-p^2}}+\frac{2p\times\overline{n^2-2p^2}^{\frac{1}{2}}}{n^{\frac{1}{2}}\sqrt{n^2-p^2}}=0$ qui se réduit à $\overline{k-1}\times$

Figure 108. $n^3 \times \overline{n^2 - 2p^2} + n^2 \times \overline{n^2 - 2p^2}^{\frac{3}{2}} - \overline{k+1} \times n^3 p^2 = 0$, & à $\overline{k-1} \times n^3 - \overline{3k+3} \times np^2 + \overline{n^2 - 2p^2}^{\frac{3}{2}} = 0$, qui eſt d'une aſſez grande ſimplicité.

Enfin ſi on chaſſe le ſigne radical, il nous viendra l'équation $8p^6 + \overline{9k^2 - 18k - 3} \times n^2 p^4 + \overline{12k - 6k^2} \times n^4 p^2 + \overline{k^2 - 2k} \times n^6 = 0$, qui n'eſt réellement que du troiſieme degré & qui réſoud le Problême. Lorſqu'on aura trouvé p^2 dans cette équation, on ſaura l'angle que la voile doit faire avec la direction réelle du vent; on aura auſſi l'autre angle ICL; & le complément de leur ſomme donnera l'angle ACE que la voile doit former avec la quille.

Nous ſuppoſons pour exemple que le Navire prend dans la route directe le tiers de la vîteſſe abſolue du vent: k déſigne alors 3; & notre équation générale deviendra $8p^6 + 24n^2p^4 - 18n^4p^2 + 3n^6 = 0$. Nous contentant d'une premiere approximation en cherchant p^2, nous le trouverons égal aux ſept dix-huitiemes du quarré n^2 du ſinus total; ce qui nous donne environ $38^d\,35^m$ pour les angles VCE & LCI; & il s'enſuivroit de-là que l'angle ACE de la voile & de la quille devroit être de $12^d\,50^m$. En général plus le Navire ſingle vîte, plus ce dernier angle doit être petit. S'il étoit poſſible que le ſillage devînt égal à la vîteſſe même du vent dans la route directe, k ſeroit alors égal à l'unité, & notre équation générale ſe changeroit en $8p^6 - 12n^2p^4 + 6n^4p^2 - n^6 = 0$, dans laquelle on trouve $p^2 = \frac{1}{2}n^2$. Ainſi il faudroit rendre les angles VCE & LCI chacun de 45 degrés, & l'angle de la voile & de la quille ſe réduiroit à rien.

Un autre cas moins métaphyſique, c'eſt lorſque le Navire eſt d'un ſillage ſi tardif qu'il ne prend qu'une partie inſenſible de la vîteſſe abſolue du vent dans la route directe. Alors k devient comme infinie, & notre équation générale $8p^6 + \overline{9k^2 - 18k - 3} \times n^2 p^4 + \overline{12k - 6k^2} \times n^4 p^2 + \overline{k^2 - 2k} \times n^6 = 0$ ſe change en $9n^2p^4 - 6n^4p^2$

$+n^6 = 0$ de laquelle on tire $p^2 = \frac{1}{3}n^2$. On trouve après cela par le ſecours des Tables trigonométriques que la direction réelle du vent doit faire avec la voile un angle de $35^d\ 16^m$, ce qui eſt auſſi la grandeur de l'angle LCI, & alors l'angle de la voile & de la quille doit être de $19^d\ 28^m$. Cette détermination s'accorde parfaitement avec la ſolution que pluſieurs Géometres nous ont donnée de ce cas unique & particulier. C'eſt-là l'angle le plus grand dans la ſpéculation que la voile doive former avec la quille pour gagner au vent: nous, ajoutons dans la ſpéculation; car nous avons fait remarquer qu'on étoit obligé dans la pratique, de rendre preſque toujours cet angle ſenſiblement plus grand. Figure 108.

SECONDE SECTION.

De la diſpoſition la plus avantageuſe de la Voile dans les Navires, dont on ne peut pas négliger la dérive.

CHAPITRE PREMIER.

De la maniere d'obſerver ſur un Vaiſſeau la quantité de la dérive.

NOUS avons déja eu occaſion d'expliquer dans le Livre précédent comment la dérive étoit produite par la ſituation oblique des voiles. L'impulſion qu'elles reçoivent de la part du vent ne ſe faiſant pas exactement dans le ſens de la quille; le Navire eſt pouſſé de côté, & malgré la grande facilité qu'il trouve à ſe mouvoir dans l'eau ſelon la direction de ſa longueur, il marche d'une maniere oblique en ſuivant une ligne qui fait un angle de pluſieurs degrés avec ſon axe ou le prolongement de ſa quille. On peut négliger cet angle à cauſe de ſa petiteſſe, lorſque les voiles ſont ſituées preſque perpendiculairement à la longueur du Navire. Mais cet angle augmente très-conſidérablement lorſqu'on ſingle au plus près, & il faut alors y faire une expreſſe attention, pour ne ſe tromper ni dans les regles de la Manœuvre, ni dans celles du Pilotage. Cet angle de dérive n'eſt jamais nul à moins que les voiles ne ſoient tout-à-fait perpendiculaires à la quille: il augmente à meſure qu'on place les voiles plus obliquement, & il devient à la fin ſi ſenſible qu'il n'eſt pas poſſible aux Marins de ne pas l'appercevoir.

Le Navire, en frappant l'eau par ſa proue avec force,

lui imprime une agitation particuliere qu'elle conſerve long-temps; il la pouſſe vers les côtés, elle vient avec précipitation remplir l'eſpece de vuide que le Navire laiſſe derriere lui; & en tourbillonnant elle forme derriere la poupe dans tous les endroits où le Vaiſſeau a paſſé, une trace qui indique la direction du ſillage ou du chemin qu'on a déja fait. Cette trace ne s'efface que lorſque l'eau a perdu ſon mouvement particulier, & il faut pour cela un temps aſſez conſidérable; on la voit juſqu'à une très-grande diſtance, & quelquefois on l'apperçoit juſqu'à perte de vue. Figure 111.

Cette trace qu'on nomme ordinairement la *houache* eſt repréſentée par *CH* dans la fig. 111. Le Navire ſuit la direction *CI* qui fait avec la quille l'angle de la dérive *ACI*. La ligne *CI* n'eſt pas viſible ſur la ſurface de la mer; cette trace marquée dans notre figure n'exiſte pas encore; mais la *houache* *CH* dont elle eſt le prolongement eſt marquée d'une maniere très ſenſible. Ainſi il n'y a qu'à meſurer avec une bouſſole ou quelqu'autre inſtrument l'angle *BCH*, & on aura la dérive qui appartient à la diſpoſition de la voile *DE*.

Suppoſé qu'on augmente l'obliquité de la voile ou qu'on diminue l'angle *ECA* de la voile & de la quille, le Navire ſera encore plus pouſſé de côté & l'angle de la dérive augmentera. Cette augmentation ſera indiquée auſſi par la *houache* qui changera de ſituation & qui ſera un plus grand angle *BCH* avec la quille ou ſon prolongement. Il eſt impoſſible de meſurer cet angle pendant la nuit & peut-être encore dans d'autres circonſtances; mais nous croyons qu'il ſuffit toujours d'obſerver ces dérives dans chaque Navire pour quelques diſpoſitions différentes de voile. C'en ſera aſſez pour pouvoir reconnoître la loi qu'elles ſuivent, & choiſir entre les diverſes tables qu'on trouvera à la fin de ce traité, celles qui conviennent le mieux au Navire dans lequel on navige.

La plupart des Auteurs qui ont écrit ſur ce ſujet, nous ont propoſé un autre moyen. Ils ont ſuppoſé qu'on étoit

Figure 111. à la vue d'une terre vers laquelle on marchoit, &. ils ont recommandé d'examiner, entre tous les objets qu'on avoit devant ſoi, ceux qui paroiſſoient toujours reſter au même rumb ou air de vent. Il eſt évident que lorſqu'on ſuit la ligne *CI*, les objets qu'on voit au loin ſur la côte, & qui ſont exactement ſur cette ligne ne changent pas de rumb de vent, ou qu'ils paroiſſent reſter toujours dans la même direction. Tous les autres objets au contraire paroiſſent ſe mouvoir; ils répondent continuellement à des rumbs de vent différents. Ainſi ces divers objets fourniſſent le moyen de reconnoître la vraie route que ſuit le Navire, & il ſuffira de la comparer avec la direction de ſa quille pour avoir la grandeur de la dérive.

On peut ſans doute ſe ſervir de ce moyen dans pluſieurs rencontres; mais comme on ne peut l'employer que proche de terre, il eſt à craindre que la mer n'ait elle-même quelque mouvement. Proche des côtes elle eſt preſque toujours ſujette à ſe mouvoir ſelon une direction parallele à la terre. Le vent en excitant les ondes pouſſe les eaux ſelon ſa propre direction; mais tous les mouvements communiqués ſe décompoſent, & il en naît un mouvement parallelle à la terre, après que toute la partie du mouvement qui agit dans le ſens perpendiculaire s'eſt anéantie. C'eſt pour cette raiſon que les courants ſont ſi ordinaires proche des terres, & que les eaux de la mer avancent preſque toujours dans un ſens ou dans l'oppoſé, mais toujours parallelement à la côte. Joignez encore à ce mouvement ceux du flux & reflux, & on conviendra que lorſqu'on obſerve l'angle de la dérive, ou qu'on travaille à le meſurer, il faut pouſſer l'attention extrêmement loin pour ne pas confondre avec l'obliquité de la route cauſée par la ſituation particuliere des voiles, l'obliquité que peut produire le mouvement même de la mer.

Il nous paroît plus ſimple & plus ſûr d'obſerver en pleine mer, comme nous l'avons propoſé d'abord, la direction de la houache ou de cette trace que le Navire laiſſe derriere lui. Si le Navire eſt expoſé à l'action d'un courant

dont le mouvement ſe communique aux eaux de la mer, juſqu'à une aſſez grande profondeur, la trace dont nous parlons ſera tranſportée par le courant de même que le Vaiſſeau. Mais ſa direction ſera toujours la même ; l'angle formé par le prolongement de la quille & par la houache n'étant altéré en rien, indiquera toujours la quantité de la dérive proprement dite.

CHAPITRE II.

De la diſtinction de la dérive proprement dite, & de l'obliquité cauſée à la route par le mouvement de la Mer.

SUPPOSONS pour plus d'éclairciſſement, que pendant que le Navire de la figure 112 parcourt par l'action du vent ſur la voile *ED*, la route *CI*, le courant le tranſporte de côté de la quantité *CN*, & le faſſe parvenir en *M* lorſqu'on ſe croyoit arrivé en *I*. Au milieu de cette route le Navire aura parcouru par rapport à la ſurface de la mer, l'eſpace *CP* qui eſt la moitié de *CI*, & le courant ne l'aura auſſi tranſporté de côté, que de la quantité *PR*, moitié de *CN* ou de *IM*. Ainſi pendant qu'on croira ſuivre la direction *CI* qui eſt le prolongement de la houache ou de la trace *CH* que le Navire laiſſe derriere lui, on ſuivra réellement *CM* qui eſt la diagonale du parallélogramme *CNMI*. Figure 112.

Mais les particules d'eau dont on étoit environné en *C* parviendront en *Q* lorſque le Navire parviendra en *R*, & elles parviendront en *N* lorſque le Navire ſe trouvera en *M*. Il ſuit de-là que *NM* parallele & égale à *CI* ſera le mouvement du Navire par rapport à la mer, & il n'eſt pas moins évident que la direction de ce mouvement ſera toujours indiquée par la houache ou par l'eſpece de ſillon que le Navire laiſſe derriere lui. Ce ſillon étoit en *CH*

Figure 112. lorſque le Navire étoit en *C*; mais lorſque le Navire parviendra en *R*, la houache qui n'a pas moins été tranſportée de côté, ſe trouvera ſur *RQ*, & lorſque le Navire parviendra en *M* la houache ſe trouvera ſur *MN*. Ainſi la dérive proprement dite ou l'angle *ACI* qui répond à la ſituation oblique de la voile, ſera préciſément la même que ſi la mer n'avoit aucun mouvement de tranſport.

Nous avons ſoin de ſpécifier la dérive proprement dite. Car on regarde ſouvent l'angle *ACM* comme un angle de dérive, quoique ce dernier dépende quelquefois beaucoup plus de la force du courant, que de la ſituation oblique de la voile. Si le courant s'anéantit totalement, l'angle *ACM* ſe réduit à l'angle de dérive proprement dit *ACI*. On voit avec la même évidence que ſi le courant a plus ou moins de force, ou que s'il change de direction, l'angle *ACM* deviendra plus grand ou plus petit, quoique la voile faſſe toujours le même angle *ECA* avec la quille. Les Pilotes ont un très-grand intérêt de connoître l'angle *ACM*, puiſqu'ils ſont obligés de ſavoir quelle eſt la route qu'ils ſuivent réellement ou abſolument. Mais ici où il s'agit de manœuvre, nous ne reconnoiſſons pour angle de dérive que l'angle *ACI*; & pour le déterminer nous n'avons, comme il eſt évident, qu'à meſurer l'angle que forme le prolongement de la quille avec l'eſpece de ſillon que le Navire trace dans la mer.

Que le mouvement de la Mer ſe communique plus ou moins aux Navires de différentes grandeurs.

CETTE regle ſouffre néanmoins pluſieurs exceptions; & il eſt abſolument néceſſaire que les Marins ſoient en état de diſtinguer les cas dans leſquels on ne peut pas s'en ſervir avec ſureté.

Il y a, ſelon toutes les apparences, beaucoup de courants qui ne ſont que ſuperficiels, & qui ne s'étendent qu'à quelques pieds de profondeur. Le vent pour peu qu'il ſoit

ſoit fort, excite des vagues qui avancent toutes dans le même ſens, & ces vagues doivent imprimer du mouvement à tout le reſte de la ſurface. Si le même vent regne fort long-temps, le mouvement de l'eau pourra ſe communiquer de proche en proche en-deſſous; mais ſi le vent regne ſeulement quelques jours, le mouvement n'aura pas le temps de ſe communiquer en bas, & il ſe terminera peu au-deſſous de la ſurface. Les Marins diſent alors qu'il y *a de la mer;* & cette *mer* n'eſt guere autre choſe qu'un vrai courant dont la profondeur n'eſt pas conſidérable. Figures 112. & 113.

Mais ſi deux Navires de grandeurs très inégales naviguent de compagnie, lorſque le mouvement de la mer ne s'étend qu'à très-peu de profondeur, il eſt certain qu'ils pourront être ſujets à des effets très-différents. Nous les ſuppoſons de figures ſemblables, & nous ſuppoſons auſſi que leurs voiles ſont orientées exactement de la même maniere. Ainſi, les deux Navires doivent dériver de la même quantité; mais le petit qui n'enfonce que peu dans l'eau ſera expoſé à toute l'action de la mer ou du courant, il ſera frappé par les vagues avec force; & s'il n'en prend pas tout le mouvement, il prendra au moins celui de l'eau qui eſt immédiatement audeſſous de ces vagues, comme dans la figure 112.

Le Navire de la figure 113 qui eſt beaucoup plus grand, & qui ayant beaucoup plus de profondeur, plonge dans l'eau tranquille par la partie inférieure de ſa carene, ne prendra au contraire qu'une partie *Cn* ou *Im* du mouvement *CN*, & il paroîtra donc dériver moins que l'autre Navire, ou aller moins de côté en ſuivant réellement la route *Cm* par l'action combinée du vent & du courant ſuperficiel *CN*. On voit aſſez que ce ſecond Navire ne doit pas prendre toute la vîteſſe du courant; car l'eau tranquille d'en bas, dans laquelle s'introduit la partie inférieure de ſa carene, s'oppoſe au mouvement de tranſport ſelon *CN*.

La houache ou le ſillon *CH* que ce plus grand Navire trace dans la mer doit prendre auſſi une autre direction,

Figures 112 & 113. & ce ſillon peut induire en erreur; car il n'indique alors ni la dérive proprement dite, ni la route réelle ou abſolue *Cm* que ſuit le Vaiſſeau. Le mouvement *IM*, ou *Cn* que le Navire reçoit du courant, étant beaucoup plus petit que *CN*, la ligne *Nm* n'eſt point parallele à *CI*. Cependant *Nm* marque le mouvement du Navire par rapport à la ſurface de la mer. Le Navire paſſe de *C* en *m* pendant que les parties de l'eau qui l'environnoient en *C* paſſent en *N*. Ainſi ils s'éloignent réciproquement de la quantité *Nm* & ſelon la direction *Nm*, & la houache doit être parallele à cette ligne; de ſorte qu'elle a, par rapport à la quille, une ſituation toute contraire à la ſituation qu'elle a dans la figure 112.

Dans cette autre figure la houache *CH* eſt du côté droit de la poupe, & ſi on la prolonge par la penſée, elle apprendra au Navigateur, que ſon Navire dérive du côté gauche ou de bas-bord. Dans la figure 113, au contraire, la houache *CH* ſe jette du côté gauche de la poupe, & cela n'empêche pas que le Navire, en ſuivant la route *CI* ou *Cm*, ſi on a égard à tout, ne dérive auſſi du côté gauche ou du côté de bas-bord. On ſe tromperoit donc extrêmement ſi on ſuppoſoit toujours, ſans autre examen, que la houache indique la dérive. Elle l'indique dans la figure 112, mais non pas dans la figure 113. Nous croyons pourtant que le cas repréſenté par cette derniere figure arrive très-fréquemment. Les vagues & toute la ſurface de la mer prennent un mouvement *CN* qui ſe fait preſque toujours ſelon la direction même du vent; mais comme ce mouvement ne s'étend ſouvent qu'à quelques pieds de profondeur, il ne doit produire que peu d'effet ſur un grand Vaiſſeau, dont toute la partie inférieure plonge dans l'eau tranquille, au lieu que le petit Navire eſt expoſé à toute l'action des vagues & de la ſurface de l'eau qui eſt en mouvement. Il en prend toute la vîteſſe comme dans la figure 112; ce qui fait que ſa houache *CH* qui eſt parallele à *NM* eſt directement oppoſée à *CI*.

Cette différence doit ſe manifeſter principalement lorſque deux Navires, l'un grand & l'autre petit, marchent à côté l'un de l'autre; & c'eſt ce qui eſt juſtifié par l'expérience. Le petit Navire embraſſe ſouvent une route plus oblique par rapport à ſa quille, quoique les voiles étant orientées de la même maniere, les deux Navires duſſent dériver de la même quantité. L'inégalité n'a pas cependant toujours lieu, & la dérive redevient quelquefois abſolument la même. Les deux Navires dérivent de la même quantité lorſque le mouvement de la mer ſe communique juſqu'à une aſſez grande profondeur, pour envelopper la carene du grand comme celle du petit. Les deux ſe trouvent alors dans le cas repréſenté par la figure 112, & la houache *CH* indique pour l'un & pour l'autre par ſon obliquité à l'égard de la quille, la dérive proprement dite. Figures 112 & 113.

Reconnoître ſi la dérive proprement dite eſt exactement indiquée par la houache.

MAIS comment diſtinguer en mer ces différents cas? On n'y réuſſira apparemment qu'en découvrant par le moyen de quelqu'inſtrument, ſi le mouvement de l'eau eſt exactement le même en bas à une certaine profondeur, qu'à la ſurface. J'ai propoſé de faire au loch ou à l'inſtrument dont les Pilotes ſe ſervent pour meſurer leur ſillage, quelques changements qui pourroient avoir leur utilité dans cette rencontre. Mais il ſuffira peut-être de faire deſcendre ſimplement dans l'eau quelque poids attaché à une corde, comme nous allons l'expliquer.

On ſe placera vers la poupe pour faire cette expérience. On ne fera d'abord plonger que très-peu dans l'eau le poids ou plomb qui ſera ſphérique, ou qui aura quelqu'autre figure réguliere, & qui ſera retenu par une corde ou *ligne* ordinaire. Ce poids ſera pouſſé avec d'autant plus de force, que le Navire ſinglera plus vîte; & la corde, en s'inclinant, indiquera préciſément la même direction que la houache,

Figures 112 & 113. puiſque le poids qu'elle ſoutiendra, ſera frappé ſelon des directions paralleles aux lignes *MN* ou *mN* ſelon leſquelles le Navire s'éloigne des parties de l'eau qui l'environnoient lorſqu'il étoit en *C*. En lâchant après cela un peu la corde, on permettra au plomb de deſcendre plus bas, & on verra ſi la corde indique toujours la même direction, ou ſi elle reſte toujours parallele à la houache. Suppoſé qu'en faiſant deſcendre aſſez le plomb, pour qu'il ſe trouve un peu plus bas que la quille, le même paralléliſme ſubſiſte toujours, ce ſera une marque que l'eau eſt en repos comme dans la figure 111, ou que toute celle qui environne le Vaiſſeau a exactement le même mouvement comme dans la figure 112. Ainſi la houache indiquera alors la vraie dérive pour la diſpoſition actuelle des voiles, & on aura l'angle *ACI* pour celui de la dérive, comme ſi la mer étoit parfaitement tranquille.

Nous nous imaginons que l'expérience réuſſira plus rarement pour les grands Vaiſſeaux que pour les petits, parce qu'il leur eſt plus ordinaire, lorſque la mer a quelque mouvement, de n'en prendre qu'une partie. Les vagues excitées par la mer les frappent preſque ſans ceſſe par en haut, & ſi elles leur donnent une partie *Cn* de leur vîteſſe *CN*, elles ne la leur donnent pas toute. Mais il ſuffira de profiter des occaſions favorables ; & pourvu qu'on réuſſiſſe à obſerver la dérive proprement dite pour une ou deux routes ou pour une ou deux diſpoſitions différentes de voiles, on en conclura aſſez aiſément la dérive pour toutes les autres diſpoſitions.

On apprend, par exemple, que lorſque la voile fait un angle de $25\frac{1}{2}$ degrés avec la quille, la dérive eſt de 10 degrés, & le Navire dans lequel on eſt, differe ſenſiblement des Flutes Hollandoiſes. On cherchera ces deux angles dans la cinquieme Table, qui eſt à la fin de ce Livre, & on reconnoîtra que la premiere & la 4me colonne conviennent au Navire dans lequel on navigue. S'il s'agit enſuite d'une autre diſpoſition, ſi la voile fait avec la quille un angle de $34\frac{1}{2}$ dégrés, on verra dans les mêmes colonnes que la dérive eſt de $6\frac{1}{2}$ degrés.

CHAPITRE III.

De la relation qu'il y a entre l'angle de la dérive & l'impulſion de l'eau, & avec l'angle formé par la voile & par la quille.

QUOIQUE les Navires aient un très-grand nombre de différentes figures, & qu'on faſſe entrer dans leur conſtruction une infinité de diverſes lignes courbes tant géométriques que méchaniques, nous ſommes perſuadés qu'il n'eſt pas néceſſaire de pouſſer l'examen de ces figures extrêmement loin, pour connoître d'une maniere ſuffiſante leur propriété par rapport à la dérive. Il eſt vrai que cette déviation de la route à l'égard de la quille, dépend de la figure de la carene; mais elle en dépend aſſez peu, puiſqu'une infinité de formes différentes ſont ſujettes exactement à la même dérive, & qu'au lieu de conſidérer chaque figure en particulier, on peut en ſubſtituer d'autres à la place; ſuppoſer, par exemple, que la proue eſt angulaire & terminée par deux lignes droites ou par deux plans inclinés. Cette comparaiſon ſera parfaitement exacte, ſi on a bien choiſi la figure angulaire, & que le fluide ne frappe toujours que les mêmes parties de la proue dans les routes obliques. C'eſt ce qui ſuit des recherches que j'ai publiées ſur ce ſujet en divers endroits, comme dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, dans le Traité du Navire, & dans le Traité de la Mâture des Vaiſſeaux donné en 1727.

Nos Navires n'ont pas la forme de parallélipipede rectangle; leur proue ſe termine toujours en pointe, & elle a une ſaillie conſidérable; mais rien n'empêche de comparer la carene de pluſieurs Navires à un parallélipipede rectangle, pourvu qu'on diminue d'autant plus la largeur de ce ſolide, que la proue du Navire ſouffre moins de

réſiſtance de la part de l'eau. Il ne faut pas former les dimenſions du parallélipipede rectangle ſur celles de la carene, mais on le rendra quatre à cinq fois plus étroit, & davantage, s'il eſt néceſſaire, pour lui donner une forme ſenſiblement équivalente à celle du Navire quant aux dérives. Nous ajouterons à la fin des Chapitres VIII. & IX. quelques remarques qui aideront à rendre cette comparaiſon plus parfaite, & qui feront connoître en même temps les cas dans leſquels il ſera néceſſaire d'avoir recours à quelqu'autre figure.

De la dérive des Navires qu'on peut rapporter aux parallélipipedes rectangles.

Il eſt très-facile de trouver la relation qu'ont les dérives avec la diſpoſition de la voile dans les Navires qui ſont comparables à des parallélipipedes rectangles. Si le Navire
Figure 114. rectangulaire $GDEF$ de la figure 114 ſuit la route CI, les deux ſurfaces GD & DE ſeront frappées par l'eau avec différentes obliquités; l'angle d'incidence de l'eau ſur le flanc GD ſera égal à l'angle ACI, & la ſurface DE qui tient lieu de proue ſera frappée avec une incidence égale à l'angle AIC. Ainſi, ſi nous prenons CI pour ſinus total, nous aurons AI pour le ſinus d'incidence ſur le flanc de la carene, & AC ſera le ſinus d'incidence ſur la partie antérieure DE. Que nous prenions toute autre ligne que CI pour ſinus total, les deux lignes AC & AI nous marqueront toujours le rapport qu'ont entr'eux les deux ſinus d'incidence de l'eau ſur les deux parties de la carene expoſées au choc. Nous n'avons donc qu'à multiplier leur quarré AI^2 & AC^2 par l'étendue des ſurfaces frappées, ſavoir par DE qui eſt double de AD & par DG qui eſt double de AC, & nous aurons les deux impulſions, $2AD \times AC^2$ & $2AC \times AI^2$, l'une ſur DE qui s'exerce dans le ſens direct de la quille, & l'autre ſur GD qui s'exerce dans le ſens latéral perpendiculaire.

Connoiſſant le rapport entre ces deux impulſions, nous

n'avons qu'à les repréſenter par les lignes CH & CK, & la diagonale CL du rectangle $HCKL$ nous donnera l'impulſion abſolue, ou nous marquera l'effort commun qui réſulte de l'action de l'eau ſur la carene entiere, ſur la proue & ſur le flanc. L'eau pouſſant le Navire ſelon CL, il faut que la voile NM ſoit poſée perpendiculairement à cette direction, afin que les impulſions du vent & de l'eau puiſſent ſe trouver continuellement en équilibre & ſe détruire par leur oppoſition exacte, pendant que le Navire ſe meut d'un mouvement uniforme. Ainſi le triangle rectangle CAP dont l'hypothénuſe CP eſt perpendiculaire à la voile, doit être ſemblable au triangle CHL; ou ce qui revient au même, CP eſt le prolongement de LC, & il doit y avoir même rapport de AC à AP, que de l'impulſion directe $2AD \times AC^2$ à l'impulſion latérale $2AC \times AI^2$. Figure 114.

Mais pour que cette proportion $AP : AC :: 2AC \times AI^2 : 2AD \times AC^2$ ſubſiſte, il faut que le produit $AP \times 2AD \times AC^2$ ſoit égal au produit $2AC^2 \times AI^2$; & pour que ces deux produits ſoient égaux, il faut, ſi on les diviſe l'un & l'autre par $2AC^2$, que $AP \times AD = AI^2$ & que $AP = \frac{AI^2}{AD}$. On voit donc que AP doit être une troiſieme proportionnelle à AD & à AI; ce qui nous met également en état de trouver la ſituation de la voile, lorſque l'angle ACI de la dérive eſt donné, ou de trouver l'angle ACI de la dérive pour chaque ſituation de la voile MN.

Les lignes AD, AI & AP qui doivent être en proportion continue, ſont en même raiſon que les tangentes des angles ACD, ACI, & ACP. Quant à l'angle ACD, il eſt conſtant, c'eſt celui que fait la diagonale FD du rectangle avec ſon axe AB qui ſert de quille. Cet angle eſt d'environ $3^d\ 35^m$ lorſque le Navire eſt équivalent en fait de dérive à un rectangle 16 fois plus long que large. Il n'y aura donc, pour trouver dans ce Navire la dérive qui répond à une diſpoſition de voile propoſée, qu'à chercher toujours une moyenne proportionnelle

Figure 114. géométrique, entre la tangente de $3^d\ 35^m$, & la tangente du complément ACP de l'angle que fait la voile avec la quille; & on aura la tangente de la dérive correſpondante ACI.

Si la voile fait, par exemple, avec la quille un angle ACN de 30^d, l'angle ACP ſera de 60^d; & ſi on ajoute le logarithme tangente de ce dernier angle avec le logarithme tangente de $3^d\ 35^m$, & qu'on prenne la moitié de la ſomme pour tenir lieu d'extraction de racine quarrée, il viendra le logarithme tangente d'environ $18^d\ 14^m$ pour l'angle de la dérive ACI. Je ne me ſuis pas contenté de faire pluſieurs calculs ſemblables pour le même parallélipede ou pour le même rectangle. Dans l'intention de rendre plus étendu l'uſage des Tables qu'on trouvera à la fin de cet ouvrage, j'ai appliqué la même méthode à un rectangle huit fois plus long que large.

Lorſque la voile eſt perpendiculaire à CA, le Navire n'a point de dérive, il avance ſelon la direction perpendiculaire à la voile; mais en conſidérant la dérive dans ce dernier ſens, le Navire n'en aura pas non plus, ſi ſa voile eſt ſituée perpendiculairement à la diagonale FD: car le ſillage ſe fera encore alors ſelon la perpendiculaire à la voile; le Navire avancera exactement ſelon ſa diagonale même CD, puiſqu'alors les trois points D, I & P ſe confondront & tomberont en D. Ainſi le Navire rectangulaire a, pour ainſi dire, trois quilles différentes, la vraie BA & les deux diagonales du rectangle. Nous allons maintenant évaluer l'impulſion que la carene reçoit de la part de l'eau dans chaque route; & nous ſuppoſerons d'abord que le Navire marche ſelon la direction d'une de ſes diagonales.

De l'impulſion de l'eau ſur la carene des Navires, qu'on peut rapporter aux parallélipipedes rectangles.

LORSQUE le mouvement ſe fait exactement ſelon la diagonale

diagonale FD la face DE eſt frappée avec une incidence égale à l'angle CDE. Ainſi on peut exprimer l'impulſion ſur DE par le produit de DE, multipliée par le quarré du ſinus de l'angle CDE. Cette impulſion eſt l'abſolue ou la totale ſur DE, qui s'exerce ſelon AC; mais il faut la décompoſer ou la diminuer dans le même rapport que RE eſt plus petite que DE, pour avoir l'impulſion qui s'exerce ſelon la diagonale DC. Nous n'avons donc qu'à multiplier le quarré du ſinus de l'angle CDE, non pas par DE, mais par ER. Figure 114.

Outre cela, lorſque le ſillage ſe fait ſuivant la diagonale CD, le flanc DG eſt frappé avec l'incidence CDG, ce qui nous donne pour l'impulſion abſolue ſur DG, le produit de GD par le quarré du ſinus de l'angle CDG; mais comme nous voulons moins obtenir cette impulſion abſolue, que la partie qui s'exerce ſur la diagonale DC, & que cette partie eſt plus petite que l'impulſion abſolue dans le même rapport que GS eſt moindre que DG, il faut multiplier le quarré du ſinus de l'angle CDG par GS & non pas par GD.

Ainſi des deux impulſions relatives qui forment l'effort ſelon la diagonale DC, l'une eſt égale au produit de RE par le quarré du ſinus de l'angle CDE, & l'autre eſt égale au produit de GS ou de RE par le quarré du ſinus de l'angle CDG. Par conſéquent toute l'impulſion eſt égale au produit de RE ou de GS par la ſomme des quarrés des ſinus des angles CDE & CDG; & comme ces deux angles ſont complément l'un de l'autre, & que la ſomme des quarrés de leur ſinus eſt égale au quarré du ſinus total, il s'enſuit que l'impulſion que ſouffre la carene à cauſe de ſon mouvement ſelon CD, eſt égale au produit de RE par le quarré du ſinus total.

Nous ne cherchons pas dans ce cas l'impulſion latérale perpendiculaire à CD; elle doit être nulle, puiſque la direction PC de l'impulſion totale tombe alors exactement ſur DC. Il nous ſeroit très-facile de prouver qu'en général cette force latérale perpendiculaire à la diagonale

Figure 114. eſt égale à DF multipliée par l'excès du quarré du ſinus de l'angle ACI de la dérive ſur le quarré du ſinus de l'angle conſtant ACD. D'où il ſuit que lorſque les angles ACI & ACD ſont égaux, l'impulſion latérale perpendiculaire à la diagonale eſt nulle.

Cherchons actuellement la force avec laquelle le Navire eſt pouſſé ſelon ſa diagonale lorſqu'il ſuit une direction quelconque CI différente de CD. Alors DE ſera frappée avec une incidence AIC, & l'impulſion que recevra ce côté, ſera égale au quarré du ſinus de l'angle AIC multiplié par DE ou plutôt multiplié par RE, puiſque nous voulons toujours avoir la partie de l'impulſion qui s'exerce ſelon la diagonale DC. De même le flanc GD ſera frappé avec l'angle d'incidence ACI; & pour avoir la partie de l'impulſion qui s'exercera ſelon la diagonale, il faut multiplier le quarré du ſinus de l'angle ACI par GS ou par ſon égale RE. Mais comme les angles AIC & ACI ſont également complément l'un de l'autre, que lorſque le Navire marchoit ſur le prolongement de CD, il s'enſuit que l'impulſion que ſouffre ſelon la diagonale le Navire rectangulaire, lorſqu'il marche ſelon la direction CI, eſt encore le produit du quarré du ſinus total par RE.

Ainſi, quelque route que ſuive ce Navire, pourvu qu'il marche avec la même viteſſe, il eſt toujours pouſſé par le choc de l'eau exactement avec la même force ſelon ſa diagonale. Qu'il marche ſelon CD, ſelon CA ou ſelon CI, la reſiſtance de l'eau dans le ſens de DC ſera toujours exactement égale au produit que nous venons de marquer. Mais cette force ſelon DC étant conſtante, nous pouvons la repréſenter par cette ligne même; & puiſque nous avons prouvé plus haut que la direction de l'impulſion abſolue eſt PC, il faut néceſſairement, ſi on éleve au point D une perpendiculaire DX à la diagonale DC, que la partie interceptée DZ. exprime la force qui agit perpendiculairement à la diagonale, & qu'en même temps CZ exprime la grandeur de l'impulſion totale ou compoſée.

Nous croyons devoir réſumer en peu de mots les

vérités importantes que nous venons d'établir dans ce Chapitre. La ſituation de la voile *MN* étant donnée, nous lui élevons une perpendiculaire *CP* pour avoir la direction ſelon laquelle s'exerce l'impulſion du vent. Il faut que l'impulſion de l'eau ſur la proue tombe ſur une direction abſolument contraire *PC*; & pour avoir la route *CI* que ſuit alors le Navire, nous n'aurons ſur le prolongement de *ED* qu'à faire *AI*, moyenne proportionnelle géométrique entre *AD* & *AP*. De plus, nous venons de voir que ſi on éleve au point *D* une perpendiculaire *TX* à la diagonale *FD*, les lignes *CP* qui marquent les directions de l'impulſion totale de l'eau, exprimeront auſſi par leurs parties interceptées *CZ* la grandeur de ces impulſions, pourvu qu'on ſuppoſe que la vîteſſe du ſillage eſt toujours la même. On peut tirer une autre ligne *TY* perpendiculaire à l'autre diagonale *EG*, & elle aura la même propriété pour les dérives qui ſe feront vers la droite. Figure 114.

Il réſulte de tout ce que nous venons de dire, que le Navire rectangulaire n'éprouve jamais moins de réſiſtance de la part de l'eau, que lorſqu'il marche ſelon l'une ou l'autre de ſes diagonales. L'impulſion de l'eau eſt alors exprimée par *CD* ou *CE*, au lieu qu'elle l'eſt par *CZ* lorſque le Navire ſuit la route *CI*, & elle eſt repréſentée par *CT* lorſque le ſillage ſe fait exactement ſelon la direction de la quille *BA*.

CHAPITRE IV.

Trouver dans les Navires qu'on peut comparer à des parallélipipedes rectangles, la diſpoſition la plus avantageuſe de la voile pour faire une route donnée.

QUOIQU'IL nous ſoit très-facile de réſoudre ce problême généralement, nous en entreprendrons ici la

Figure 114. ſolution d'une maniere particuliere, & pour ainſi dire ; groſſiere, en faveur de quelques Lecteurs. Cependant la méthode que nous ſuivrons ſera générale ; on verra dans la ſuite qu'on peut l'employer avec le même ſuccès, lorſqu'on veut parvenir à une détermination abſolument exacte.

Nous conſidérerons un Navire qui ſe rapporte à un parallélipipede rectangle ſeize fois plus long que large, & nous ſuppoſerons pour exemple, que la voile faſſe avec la quille un angle NCA de 40 degrés. Nous allons chercher dans cette ſuppoſition quelle ſituation la voile doit avoir par rapport au vent. C'eſt, à proprement parler, réſoudre le problême inverſe de celui que nous propoſions. Au lieu de partir de la connoiſſance de la route que nous devions regarder comme donnée, par rapport au vent, pour découvrir enſuite la diſpoſition de la voile, nous ſuppoſons, au contraire, une certaine ſituation de voile par rapport au Navire, & nous cherchons pour quel vent cette diſpoſition a le plus d'avantage. Mais l'utilité de cette recherche eſt la même dans la pratique ; on apprend également par ſon moyen la relation qu'on doit mettre entre les angles d'incidence, & ceux de la voile avec la quille. D'ailleurs, il faut abſolument renfermer ces relations dans des tables pour la commodité des Marins ; & il n'importe dans quel ordre on calcule les différentes colonnes d'une table.

Figure 115. La voile MN (*fig.* 115.) faiſant un angle de 40 degrés avec la quille, l'angle ACP que fait la perpendiculaire à la voile avec la quille ſera de 50 ; & ſi nous cherchons une moyenne proportionnelle géométrique entre la tangente de ce dernier angle, & celle de l'angle ACD qui eſt de $3^d\,35^m$, nous trouverons celle de l'angle ACI de la dérive, qui eſt de $15^d\,17^m$. Si après cela nous prenons CD pour l'impulſion que recevroit la carene de la part de l'eau en ſe mouvant ſelon la diagonale CD, & que nous attribuions à cette demi-diagonale 100000 parties, nous n'avons, conformément à ce que nous avons établi

dans la derniere partie du Chapitre précédent, qu'à chercher dans les Tables trigonométriques la sécante de l'angle DCZ qui est de $46^d\ 25^m$, & nous aurons 145052 pour CZ ou pour l'impulsion absolue de l'eau lorsque le Navire suit la route CI. Figure 115.

Nous changeons après cela la voile de situation ; nous lui faisons faire un angle ACn un peu plus petit ou plus grand avec la quille, & nous travaillerons à rendre ces deux dispositions absolument équivalentes. Il est évident qu'elles nous indiqueront alors un *maximum* ; car aussi-tôt que l'avantage est le même, quoiqu'on prenne deux dispositions différentes, c'est une marque qu'elles sont de part & d'autre du point le plus avantageux ; & si elles sont très-voisines l'une de l'autre, on ne pourra pas se tromper en choisissant le *maximum*. Cependant, lorsqu'on change la voile de situation, le Navire dérive plus ou moins, & la carene reçoit une impulsion absolue plus ou moins grande. Ainsi la vîtesse du sillage changeroit, & les deux dispositions de la voile cesseroient d'être équivalentes si on n'opposoit à l'effort absolu de l'eau qui se trouve plus grand ou plus petit, une impulsion différente de la part du vent. Mais c'est précisément ce qui nous fournira le moyen de régler l'angle d'incidence VCN du vent qui convient à chaque disposition de voile.

Ayant à changer l'angle ACN qui est de 40 degrés ; nous le diminuerons de 10^m. L'angle ACp formé par la perpendiculaire Cp à la voile & par la quille sera ensuite de $50^d\ 10^m$, l'angle de la dérive ACi ne sera pas non plus le même qu'auparavant ; on le trouvera, en cherchant comme à l'ordinaire, une moyenne proportionnelle géométrique entre AD & Ap ou entre les tangentes de $3^d\ 35^m$ & de $50^d\ 10^m$, & on apprendra que la dérive est de $15^d\ 19^m$. Ainsi elle se trouve augmentée du petit angle ICi qui est de 2 minutes, ou plutôt de $2\frac{1}{2}$ minutes, comme on l'apprend en faisant le calcul avec un peu plus de soin.

D'un autre côté l'angle DCz est actuellement de 46^d

Figure 115. 35 m, au lieu qu'il étoit dans l'autre ſuppoſition de 46ª 25 m. La ſécante CZ qui exprime la grandeur de l'impulſion, ſera donc de 145497 ; de ſorte qu'elle ſera plus grande que dans le premier cas, de la petite quantité $Oz = 445$. Si la vîteſſe du Navire étoit plus ou moins grande, cette différence en introduiroit une nouvelle dans l'impulſion ; mais nous avons vu dans le Chapitre III de la Section précédente, que nous devons non-ſeulement regarder ici la vîteſſe du Navire comme conſtante, mais auſſi la vîteſſe apparente du vent, de même que ſa direction. Ainſi la ſeconde diſpoſition de la voile, en faiſant dériver davantage le Navire, fera réellement augmenter l'impulſion de l'eau de 445 parties ſur 145052 ; & ſi nous voulons donc que ces deux différentes diſpoſitions ſoient équivalentes, il faut que cette différence d'impulſion ſoit réparée par la diverſe incidence ſeule VCN du vent ſur la voile.

Si on ne réuſſiſſoit pas à rendre les deux diſpoſitions parfaitement équivalentes, il faudroit néceſſairement en préférer une, & on ſeroit peut-être obligé de changer encore la ſituation de la voile dans le même ſens, & d'aller chercher de plus loin en plus loin la diſpoſition la plus parfaite. Mais ſi les deux diſpoſitions produiſent le même effet, quant à la marche du Navire, c'eſt une marque, nous le répétons, qu'elles ſont voiſines de la diſpoſition la plus parfaite. La ſeconde fait augmenter la dérive de $2\frac{1}{2}$ minutes ; & puiſque très-proche du cas qui donne le *maximum*, la direction apparente du vent fait toujours le même angle avec la route, comme nous l'avons montré dans le Chapitre cité plus haut, nous devons ſuppoſer que le vent, au lieu d'avoir pour direction apparente la ligne VC, ſe meut ſur uC qui differe de l'autre ligne de $2\frac{1}{2}$ minutes.

Dans la réalité ce n'eſt pas la direction apparente du vent qui change de place : nous donnerions à notre Navire une autre ſituation, afin que la route Ci fît toujours avec le vent le même angle. Mais comme nous craignons

de rendre notre figure trop confuſe, nous avons attribué au vent par la penſée un changement, qui n'appartenoit qu'au Navire. En un mot l'angle VCu eſt de $2\frac{1}{2}$ minutes, de même que l'angle ICi, afin que l'angle uCi ou VCI ſoit toujours le même ; & comme l'angle NCn eſt de 10 minutes, il s'enſuit que l'angle d'incidence apparent du vent que nous ne connoiſſons pas encore, eſt plus grand de $7\frac{1}{2}$ minutes dans la ſeconde diſpoſition que dans la premiere. Ainſi c'eſt dans cette augmentation de $7\frac{1}{2}$ minutes qu'il faut chercher de la part du vent une augmentation d'impulſion qui contrebalance l'excès $Oz = 445$ ſur 145052 dont le choc de l'eau eſt plus fort dans le ſecond cas que dans le premier, quoique le Navire ſingle avec la même vîteſſe. Figure 115.

L'impulſion du vent augmente ici ſimplement comme le quarré du ſinus d'incidence, puiſque la vîteſſe apparente du vent eſt comme conſtante ; on ſait d'ailleurs que les quarrés augmentent deux fois plus à proportion que leurs racines. Il ne faut donc pas qu'un de nos ſinus d'incidence ſoit plus grand que l'autre de 445 parties par rapport à 145052, mais ſeulement de $222\frac{1}{2}$ parties. Les quarrés des ſinus d'incidence ſeront enſuite proportionnels aux deux impulſions CZ & Cz : il y aura équilibre entre les efforts du vent & de l'eau, ce qui rendra les deux diſpoſitions MN & mn de la voile abſolument équivalentes. Cela ſuppoſé, la queſtion ſe réduit à trouver ſimplement deux angles uCn, VCN dont l'un ſurpaſſe l'autre de $7\frac{1}{2}$ min. & dont la différence des deux ſinus ſoit au plus petit de ces ſinus comme $222\frac{1}{2}$ eſt à 145052. Or ce problême peut ſe réſoudre avec la plus grande facilité.

Nous voulons que deux angles different l'un de l'autre de $7\frac{1}{2}$ minutes, & que la différence entre leur ſinus ſoit au plus petit de ces ſinus comme $222\frac{1}{2}$ eſt à 145052. Nous n'avons qu'à former un angle VCu (*fig.* 116.) qui ſoit de $7\frac{1}{2}$ minutes, nous ferons ſes deux côtés dans le rapport de 145052 à $145052 + 222\frac{1}{2}$. Réſolvant enſuite le triangle CVu, nous chercherons les deux angles V & u, & Figure 116.

nous aurons les angles requis. L'angle *V* marquera la grandeur qu'on doit donner à l'angle d'incidence apparent du vent.

Figure 117. Nous pouvons encore (*fig.* 117.) tracer un arc de cercle *uVN* d'une grandeur indéterminée ; faire le petit arc *uV* des $7\frac{1}{2}$ minutes, dont un des angles inconnus *uCN* doit surpaſſer l'autre *VCN*, & au lieu de mettre le rapport de $222\frac{1}{2}$ à 145052 entre la différence *Hu* des deux ſinus *VK* & *uk*, & le plus petit de ces ſinus, nous le mettons entre le petit arc *uV* conſidéré comme ligne droite & la tangente *VL*. Ainſi pour avoir l'angle *VCN* qui indique l'incidence apparente du vent ſur la voile, nous n'aurons qu'à faire cette ſeule analogie ; $222\frac{1}{2}$ eſt à 145052 comme *uV* ou comme la tangente de $7\frac{1}{2}$ minutes eſt à *VL*, tangente de l'angle d'incidence qu'on vouloit découvrir. On trouvera cet angle de $54^{d}43^{m}$, ce qui ne differe preſque pas du réſultat que fournit le calcul rigoureux que nous expliquerons dans la ſuite.

Si on compare la troiſieme Table que nous a fourni ce dernier calcul, avec la premiere Table qui eſt deſtinée aux Navires exempts de dérive, on verra qu'il y a peu de différences entre les diſpoſitions les plus avantageuſes pour ces Vaiſſeaux, toutes les fois que la voile fait un fort grand angle avec la quille. Lorſque cet angle eſt au-deſſous de 45 degrés, ce n'eſt plus la même choſe ; la différence devient ſenſible, & elle ſe trouve très-grande lorſqu'on ſingle *au plus près*, & que la voile ne fait, par exemple, qu'un angle de 25 degrés avec la longueur du Navire. J'ai ajouté dans la quatrieme Table les vîteſſes du ſillage avec les différences des deux directions du vent, la réelle & l'apparente pour le parallélipipede rectangle ſeize fois plus long que large ; mais j'ai cru, à l'égard des autres figures, pouvoir me borner au calcul des dérives & des deux angles que forment la voile avec la quille & avec la direcion apparente du vent, parce que ces trois angles ſont les ſeuls dont on a ordinairement beſoin dans la pratique, & que d'ailleurs ils ne ſont ſujets à aucun changement, quoiqu'on

qu'on étende les voiles & qu'on en diminue l'étendue, pourvu qu'elles reſtent dans la même ſituation. Figure 112.

Enfin, lorſqu'on voudra ſuivre une direction donnée, & c'eſt le problême dont l'application eſt preſque continuelle dans la Navigation, il n'y aura qu'à voir ſi l'angle de la voile avec la quille & celui de la voile avec la direction apparente du vent ſont tels que nos Tables les indiquent. Nous pouvons dire préciſément la même choſe de la cinquieme Table qui eſt calculée pour les Navires dont la carene ſe rapporte à des ſolides terminés par des ſurfaces courbes.

CHAPITRE V.

Que les pratiques expliquées dans le Chapitre précédent ſont également bonnes lorſque le Navire eſt emporté par un courant dont la profondeur eſt conſidérable.

LES regles précédentes ſont exactes lorſqu'on navigue dans une mer qui jouit d'un parfait repos, & elles le ſont encore lorſque la mer en mouvement forme un courant profond qui communique toute ſa vîteſſe au Navire. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à faire attention, qu'à l'égard du Vaiſſeau, la direction & la vîteſſe abſolues du vent ſont altérées par le mouvement du courant, mais que c'eſt préciſément la même choſe que ſi la mer n'avoit aucun mouvement, & que le vent eût une autre direction réelle & une autre vîteſſe réelle.

Le Navire de la figure 112 paſſe de *C* en *M* dans le même temps que les molécules d'eau dont il eſt environné paſſent de *C* en *N*. Ainſi il ne ſe meut, par rapport à l'eau, que de la quantité *NM* égale à *CI* qui eſt préciſément la même que s'il n'y avoit pas de courant, &

Figure 112. que le vent n'eût que NZ pour vîteſſe réelle. Au lieu de conſidérer la vîteſſe abſolue CZ du vent, & de faire attention au courant; nous n'avons donc qu'à ſuppoſer que la mer eſt parfaitement en repos, que le vent ſe meut ſelon NZ, & que le Navire en partant du point N parcourt NM; ce qui donnera au vent la direction apparente MZ. Enfin, ſi on rend CI ou NM un *maximum*, CM en deviendra auſſi un, puiſque la vîteſſe CN ou IM du courant eſt donnée.

Il ſuit de-là que nous devons toujours opérer, en fait de manœuvre, comme s'il n'y avoit point de courant. La plupart de nos regles dépendent de la ſeule inſpection de la direction MZ du vent apparent, & ce vent apparent eſt toujours pour nous le vent actuel, ſans qu'il nous importe de ſavoir par quels changements il a paſſé. Nous avons quelquefois beſoin de connoître la direction réelle du vent; mais il eſt facile de s'aſſurer que nous devons alors nous arrêter à NZ, & que nous ſommes diſpenſés d'examiner ſi cette direction eſt elle-même le réſultat d'une autre direction abſolue CZ & du mouvement de la mer, ou ſi elle eſt la premiere direction. Ce ſera auſſi NZ que nous trouverons, en nous ſervant ſur mer des moyens expliqués dans le ſecond Chapitre de la Section précédente.

Il eſt fâcheux que nous ne puiſſions pas dire la même choſe des cas intermédiaires, c'eſt-à-dire, de ceux dans leſquels le courant eſt preſque ſuperficiel ou n'a pas aſſez de profondeur pour envelopper toute la carene du Vaiſſeau. Nos regles ſont bonnes dans les deux cas extrêmes, ſavoir lorſque la mer eſt abſolument en repos, & en ſecond lieu lorſque le mouvement de la mer eſt parfaitement le même en bas qu'en haut. C'eſt beaucoup que nos regles de manœuvre ſoient également applicables dans ces deux cas, & on peut en conclure avec beaucoup de vraiſemblance que les mêmes regles doivent ſervir encore dans les cas moyens, ou lorſque le courant agit ſur le haut de la carene, & qu'il n'agit pas ſur le bas. Cette

assertion n'est pas néanmoins absolument certaine, & nous ne pouvons marquer jusqu'à quel point elle l'est, qu'en nous livrant à de nouvelles recherches, que nous allons entreprendre, en nous proposant le problême suivant.

CHAPITRE VI.

La direction & la vîtesse qu'a la mer très-proche de sa surface étant données pendant que l'eau inférieure dans laquelle plonge le bas de la carene est tranquille, reconnoître si on a réussi à orienter la voile de la maniere la plus avantageuse pour la route qu'on suit.

NOUS considérons de rechef le Navire qui se rapporte à un parallélipipede rectangle; mais il suffiroit de supposer, à l'égard des autres figures, des recherches préliminaires semblables à celles que contient le troisieme Chapitre, pour que la méthode que nous expliquerons se trouvât générale. Soit donc un Navire rectangulaire *GE* (*fig.* 118); nous le ferons seize fois plus long que large; Figure 118.
nous supposerons de plus que ce Navire se meuve selon la direction *Cm* avec l'obliquité *ACi*, par rapport à l'eau tranquille dans laquelle pénetre le bas de sa carene.

Ce n'est que la partie inférieure de la mer que nous supposons en repos, & ce ne sont aussi que les eaux d'en bas, que le Navire va frapper selon *Cm*. La mer vers la surface est en mouvement, elle a *Cn* pour direction, & ce mouvement, nous supposons qu'il est le même jusqu'à la moitié de la profondeur du Navire.

Il n'est pas naturel que l'eau en mouvement & celle qui est en repos soient separées par un plan mathématique.

Figure 118. Le courant a vraiſemblablement ſa plus grande vîteſſe tout-à-fait en haut, & à meſure qu'on conſidere des points plus bas, ſa vîteſſe va en diminuant juſqu'à ce qu'elle ſe réduiſe à rien. Mais la ſuppoſition que nous faiſons ici eſt également propre à nous inſtruire ſur l'effet du courant. Le Navire, en parcourant *Cm* pendant que les eaux de la ſurface ſe meuvent ſelon *Cn*, ſe meut par rapport aux eaux de la ſurface ſelon *nm*. Notre Navire eſt donc comme ſujet à l'action de trois fluides : le vent frappe ſa voile *rs*; les eaux d'en bas qui ſont en repos frappent ſa carene ſelon des paralleles à *mC*, & les eaux d'en haut qui ſont en mouvement frappent la moitié ſupérieure de ſa carene, ſelon des paralleles à *qC* ou *mn*.

Trouver la ſituation de la Voile pour une dérive & une route données.

Comme le Navire eſt déja cenſé en mouvement; que ſa voile eſt déja orientée, & que nous voulons ſimplement ſavoir ſi les diſpoſitions qu'on a déja faites ſont les plus avantageuſes qu'il eſt poſſible; nous connoiſſons *Cm* de même que le rapport de cette ligne à *Cn* qui eſt la vîteſſe du courant ſuperficiel. Suppoſons que *Cm* ſoit huit fois plus grande que *Cn*, que l'angle de dérive *ACi* eſt de $15^{d}\ 17^{m}$, & que l'angle *mCn* que fait la route avec la direction du courant, eſt de $58^{d}\ 50^{m}$; la réſolution du triangle *Cnm* nous apprendra que l'angle *nmC* eſt de $6^{d}\ 32^{m}$, & que le côté *nm* eſt de 753, ſi on en attribue 800 à *Cm*. Ainſi nous connoiſſons les deux différentes vîteſſes avec leſquelles le haut & le bas de la carene ſont frappés, & nous ſavons auſſi les directions ſelon leſquelles ſe fait le choc. Toute la moitié inférieure de la carene eſt frappée avec la vîteſſe $Cm = 800$ ſelon des directions paralleles à *mC* qui font un angle de $15^{d}\ 17^{m}$. avec la quille *BA*. Et dans le même temps la moitié ſupérieure de la carene eſt frappée avec la vîteſſe

$nm = 753$ ſelon des directions paralleles à mn, & à qC, qui ſont des angles de $6^d\ 32^m$ avec les autres directions, & des angles par conſéquent de $8^d\ 45^m$. avec la quille. Figure 118.

L'eau inférieure, en rencontrant la carene ſelon la direction mC, la pouſſe ſelon pC qui fait avec la quille AB un angle de 50^d. C'eſt ce qu'on trouve en cherchant une troiſieme proportionnelle géométrique à la tangente de l'angle ACD & à celle de l'angle ACi; il vient la tangente de l'angle ACp. On trouve de la même maniere ſelon quelle direction la moitié ſupérieure de la carene eſt pouſſée. Cette moitié eſt frappée ſelon qC ou $i2C$ qui fait avec la quille un angle de $8^d\ 45^m$, & de ce choc il réſulte une impulſion dont la direction $p2C$ fait avec la quille un angle $ACp2$ de $20^d\ 43^m$.

Quant à la grandeur de chaque impulſion nous avons vu que la partie qui s'exerce ſelon la diagonale DF n'eſt point ſujette à changer par l'obliquité du choc. Ainſi le haut & le bas de la carene ſeroient pouſſés exactement avec la même force relative ſelon DF, ſi le choc ſe faiſoit avec les mêmes vîteſſes. Mais le bas eſt frappé avec la vîteſſe $mC = 800$ & le haut avec la vîteſſe $qC = 753$. Les impulſions ſelon la diagonale ſont donc différentes; elles ſont comme les quarrés de ces vîteſſes, & on peut les exprimer par 640 & 567, qui ne ſont autre choſe que ces quarrés qu'on a également diviſés par 1000. Nous aurons donc 1207 pour la ſomme de ces forces relatives. Nous introduirions d'autres différences entre ces deux impulſions relatives, ſi l'eau tranquille ne ſubmergeoit pas exactement toute la moitié inférieure de la carene. Mais les deux parties de carene que nous avons à conſidérer étant égales, les deux impulſions relatives de l'eau ſelon la diagonale, ne ſont différentes qu'à cauſe de la différence des vîteſſes.

Les impulſions relatives latérales perpendiculaires à la diagonale ſont repréſentées par Dz & par $Dz2$ qui ſont les tangentes des angles DCz & $DCz2$ lorſqu'on prend CD ou chaque impulſion directe pour ſinus total.

Figure 118. Ces angles ſont de $46^d\ 25^m$ & de $17^d\ 8^m$, puiſqu'ils ſont les angles ACz & $ACz2$ après qu'on en a retranché l'angle ACD qui eſt de $3^d\ 35^m$. Pour trouver la premiere impulſion latérale, celle que ſouffre la moitié inférieure de la carene, je fais cette analogie; le ſinus total CD eſt à 640 impulſion relative directe ſelon la diagonale comme Dz tangente de $46^d\ 25^m$ eſt à 672. Nous aurons de même l'autre impulſion latérale, celle que ſouffre la moitié ſupérieure de la carene en faiſant cette autre proportion: le ſinus total eſt à l'impulſion directe 567 ſelon la diagonale, comme $Dz2$ tangente de $17^d\ 8^m$ eſt à 175; & ſi on l'ajoute avec l'autre 672, on aura 847 pour l'impulſion latérale perpendiculaire à la diagonale, que ſouffre la carene entiere, pendant qu'elle eſt pouſſée ſelon la diagonale même avec la force 1207.

Il faut maintenant que nous compoſions ces deux impulſions relatives pour avoir l'impulſion abſolue que reçoit la carene dans ſes deux moitiés, l'inférieure & la ſupérieure. Je porte ſur la diagonale prolongée l'impulſion directe 1207, repréſentée par CH, & faiſant la perpendiculaire Ck égale à l'impulſion relative latérale 847, j'acheve le rectangle $HCkl$, & ſa diagonale Cl me donne l'impulſion abſolue. La réſolution du triangle rectangle CHl m'apprend enſuite que cette impulſion eſt de 1475, ou plus exactement de $1474\frac{77}{100}$, & que l'angle lCH eſt de $35^d\ 4^m$. Ainſi l'angle lCB eſt de $38^d\ 39^m$; & puiſque la voile doit être perpendiculaire à la direction abſolue du choc de l'eau, il faut qu'elle faſſe avec la quille un angle sCA de $51^d\ 21^m$.

Trouver la grandeur que doit avoir l'angle d'incidence apparent du vent.

Sachant que la voile doit faire avec la quille un angle de $51^d\ 21^m$, nous paſſons à la recherche de l'angle d'incidence du vent le plus avantageux; & pour le découvrir nous nous ſervirons de la méthode dont nous avons

déja fait uſage dans le Chapitre IV. Nous ferons ſubir par la penſée quelque petit changement à toutes les diſpoſitions précédentes, & ſur le changement que ſouffrira l'impulſion totale Cl de l'eau, nous réglerons la grandeur de l'angle d'incidence VCS du vent ſur la voile. Figure 118.

Nous augmenterons donc les angles de dérive, par exemple, de 5 minutes : au lieu que le premier ACi étoit de $15^d\,17'$, nous le ferons de $15^d\,22^m$, & le ſecond $ACi2$; au lieu qu'il étoit de $8^d\,45^m$, nous le ferons de $8^d\,50^m$. Il faut ſe reſſouvenir ici de la remarque déja faite ci-devant, que nous ne faiſons changer de place les directions mC & qC, que pour nous épargner l'embarras de changer dans nos figures la ſituation du Navire; mais notre fiction ne nous fait tomber en aucune erreur, parce que nous avons l'attention de changer auſſi de la même quantité la direction Cn du courant & la direction apparente uC du vent. Nous attribuons à toutes ces lignes un égal changement afin qu'elles ſoient exactement dans le même cas que ſi elles n'avoient pas ſouffert d'altération, & qu'elles fiſſent toujours conſtamment entr'elles les mêmes angles, comme cela doit arriver lorſqu'on eſt infiniment près de la diſpoſition la plus parfaite de la voile & du Navire.

De ce que l'eau ne frappe plus les deux moitiés de la carene avec la même obliquité, les directions pC & $p2C$ des impulſions abſolues doivent changer. En rendant AP troiſieme proportionnelle à AD & à AI, on trouvera que l'angle ACZ eſt de $50^d\,20'\frac{1}{10}$, qui n'étoit auparavant que de 50^d. On aura de la même maniere $21^d\,5\frac{1}{10}{}^m$ pour l'angle $ACZ2$ qui étoit auparavant de $20^d\,43^m$. Nous retrancherons de ces angles ACZ & $ACZ2$, l'angle ACD qui eſt de $3^d\,35^m$, & il nous reſtera $46^d\,45\frac{1}{10}{}^m$ pour l'angle DCZ, & $17^d\,30\frac{1}{10}{}^m$ pour l'angle $DCZ2$.

Les impulſions relatives directes ſelon la diagonale DC ne ſouffrent aucune altération malgré ces changements; mais chaque impulſion latérale perpendiculaire à cette diagonale ſe trouve augmentée dans le même rapport que

les tangentes DZ & $DZ2$ ſont plus grandes que les tangentes Dz & $Dz2$. La premiere impulſion latérale 672 ſe trouve de cette ſorte plus grande de $\frac{792}{100}$; & la ſeconde 175 ſe trouve augmentée de $\frac{198}{100}$. Joignant ces deux augmentations, il nous vient $\frac{1297}{100}$ pour la valeur de kK ou de lL; & réſolvant le triangle HCL, on trouve que l'angle HCL eſt d'environ $35^{d}\,26\frac{6}{10}^{m}$, & que CL eſt de $1481\frac{70}{100}$ parties. De ſorte que l'angle HCL eſt plus grand d'environ $22\frac{7}{10}$ minutes, qu'il n'étoit auparavant, & l'impulſion abſolue CL ſe trouve augmentée d'environ $6\frac{918}{1000}$ ſur $1474\frac{77}{100}$ parties.

La nouvelle ſituation que prend la direction abſolue CL oblige de diminuer de $22\frac{7}{10}$ minutes l'angle que la voile fait avec la quille, puiſque la voile RS doit être perpendiculaire à la direction CL de l'impulſion de l'eau. D'un autre côté le changement de 5^{m} que nous avons fait aux routes Ci & $Ci2$ en entraîne un égal dans la direction apparente du vent, puiſque l'angle de la route & de la direction apparente du vent doit reſter le même, malgré les changements que nous avons faits. Il ſuit de là que l'angle d'incidence apparent VCS qui appartient à la ſeconde diſpoſition de la voile eſt plus grand de $17\frac{7}{10}$ min. que l'angle d'incidence apparent uCs qui répond à la premiere diſpoſition. Ainſi la queſtion ſe réduit pour nous à trouver deux angles qui different l'un de l'autre de $17\frac{7}{10}^{m}$ & dont les quarrés des ſinus ſoient proportionnels aux deux impulſions abſolues $1474\frac{77}{100}$ & $1481\frac{70}{100}$ de l'eau. Si nous réuſſiſſons à établir cette proportion, les deux diſpoſitions ſeront abſolument équivalentes, & nous ſerons ſûrs d'avoir trouvé le point du *maximum* que nous avions pour objet. Mais au lieu d'introduire entre les quarrés des deux ſinus le rapport de $1474\frac{77}{100}$ à $1481\frac{70}{100}$, nous n'avons qu'à mettre celui de $1474\frac{77}{100}$ à $6\frac{918}{1000}$, ou du premier quarré à la quantité dont le ſecond eſt plus grand. Nous pouvons encore, au lieu des quarrés, employer les ſinus mêmes, pourvu que nous mettions entre le premier ſinus & ſon défaut au ſecond, le rapport qu'il y a de 1475, non

pas

pas à $6.\frac{218}{1000}$, mais à ſa moitié $3\frac{464}{1055}$. En un mot ſi nous regardons dans la figure 117 les deux lignes VK & uk comme deux ſinus qui appartiennent à deux arcs qui different de $17\frac{7}{10}^{m}$, il faut qu'il y ait de uH à VK le rapport de 3.464 à 1474.77; mais nous n'avons pour cela qu'à introduire le même rapport entre uV & VL; & comme uV eſt ſi petit, qu'on peut le conſidérer comme une ligne droite, nous aurons cette proportion; 3.464 eſt à 1474.77 comme la tangente de uV, c'eſt-à-dire de $17\frac{7}{10}^{m}$, eſt à la tangente VL de l'angle d'incidence apparent du vent ſur la voile pour la diſpoſition la plus avantageuſe. On trouve cet angle de $65^{d}\,28^{m}$ par cette proportion. Figure 117.

Que les regles de Manœuvre expliquées dans les Chapitres précédents ſont ſenſiblement bonnes, quoiqu'on navigue dans un courant ſuperficiel.

RIEN n'empêcheroit d'appliquer la même méthode à un aſſez grand nombre de différents cas, & de recueillir les réſultats pour en former des Tables. Le calcul ſeroit d'autant plus long qu'il faudroit non-ſeulement le faire pour différentes obliquités de routes, mais auſſi pour différentes hypotheſes de courants. Le mouvement de la mer peut être plus ou moins rapide, & il peut s'étendre à des profondeurs plus ou moins grandes. Ajoutez à cela que ſa direction peut varier à l'infini, quoiqu'elle ſoit ſouvent conforme à celle du vent. On ſeroit encore expoſé à une autre difficulté; car comment feroit-on en mer pour découvrir toutes ces particularités qui ſerviroient de données lorſqu'on voudroit avoir recours aux Tables? Mais heureuſement nous ſommes diſpenſés d'entreprendre ce travail pénible; nous le conjecturions à la fin du Chapitre précédent, en nous fondant ſur des raiſons très-vraiſemblables, & cette conjecture ſe trouve juſtifiée par le calcul

Figure 118. que nous venons de faire. Nous avons ſuppoſé un courant très-fort, & néanmoins nous trouvons que la relation entre les angles que fait la voile avec la quille & avec la direction apparente du vent, eſt ſenſiblement la même que s'il n'y avoit point de courant.

Nous avons vu que l'angle formé par la voile & par la quille devoit être de $51^{d}\,21'$, & l'angle d'incidence apparent du vent de $65^{d}\,28'$. Mais ce dernier angle differe ſi peu de ce qu'on trouve en conſidérant la mer dans un parfait repos, qu'on peut négliger la différence; il faudroit tout au plus rendre l'angle d'incidence apparent du vent plus grand de quelques minutes.

Au reſte il n'eſt pas difficile d'appercevoir la raiſon de cette conformité ſenſible. Lorſqu'un Vaiſſeau navigue dans un courant qui ne parvient que juſqu'à une partie de la profondeur de la carene, il eſt frappé par l'eau ſelon deux différentes directions QC & MC, & l'effort de l'eau s'exerce auſſi ſelon deux différentes lignes PC & P_2C. S'il n'y avoit qu'une ſeule impulſion, il faudroit néceſſairement lui oppoſer l'effort du vent ſur la voile, & placer la voile perpendiculairement à ſa direction; mais comme il y a deux impulſions, & que nous ne voulons pas y oppoſer deux différentes voiles, nous avons cherché la direction compoſée CL, qui eſt moyenne entre les deux autres, ou les prolongements de PC & de P_2C; & nous avons par conſéquent donné une ſituation moyenne à notre voile RS. Mais nous avons pris de même une eſpece de milieu entre les deux impulſions ZC & Z_2C, en cherchant la loi que ſuit dans ſon changement l'impulſion compoſée ou totale. Notre calcul a donc dû nous donner auſſi un angle d'incidence du vent à peu-près moyen entre les deux différents angles d'incidence qui conviendroient aux ſituations des deux voiles, ſi on en employoit deux. Voilà pourquoi l'angle d'incidence apparent du vent continue à ſe rapporter à l'angle que fait la voile avec la quille conformément à nos Tables. Ainſi, ſans avoir égard à la complication de mouvements ou de forces que nous

venons de conſidérer, il ſuffira toujours dans la pratique de meſurer l'angle de la voile avec la quille, & de voir enſuite ſi l'angle d'incidence du vent apparent eſt tel que l'indiquent nos regles.

CHAPITRE VII.

Solutions exactes & générales des problêmes qu'on vient de réſoudre par approximation.

LES Lecteurs qui ſont un peu verſés dans la Géométrie, voient bien que nous rendrons rigoureuſes les ſolutions que nous venons de donner; ſi, au lieu de faire changer de quantités ſenſibles les diſpoſitions entre leſquelles il s'agit de choiſir, nous n'y introduiſons que ces différences qu'on nomme infiniment petites. Après avoir ſuppoſé dans la figure 115, que la voile faiſoit ſucceſſivement avec la quille deux angles différents de 10 minutes, nous avons cherché combien l'angle de la dérive *ACI* changeoit, & quelle augmentation ou diminution recevoit en même temps l'impulſion *CZ*: il nous ſuffit maintenant de faire préciſément les mêmes calculs pour des changements infiniment petits. Figure 115.

L'angle de la dérive *ACI* étant comme donné, nous pouvons diſtinguer les parties de la carene qui ſont frappées, & nous ſavons avec quelle inclinaiſon ſe fait le choc. Nous compoſons enſemble toutes ces impulſions afin d'avoir leur effort total ou commun; & pour les compoſer plus aiſément, nous commençons par les décompoſer ſelon deux diverſes déterminations perpendiculaires l'une à l'autre. Nous les décompoſons, par exemple, ſelon la quille & ſelon le ſens latéral perpendiculaire à la longueur du Navire, & nous ajoutons enſemble toutes les forces qui agiſſent dans le même ſens, celles qui s'exercent dans le ſens de la quille, & celles qui s'exercent

Figure 115. dans le ſens horiſontal perpendiculaire : formant enſuite un rectangle, ſa diagonale nous marquera l'effort compoſé & ſa direction.

Nous pouvons renvoyer ſur cela à ce que nous en avons dit dans le Traité de la Mâture, ou dans celui du Navire. Les quantités dont nous venons de parler, étant calculées, nous les faiſons varier, & nous cherchons leur différentielle. Nommant i l'impulſion abſolue de l'eau, nous aurons ſa variation di qui répond au changement infiniment petit que nous faiſons ſubir à l'angle de la dérive & à l'angle que la voile fait avec la quille. Nous voyons auſſi combien l'angle PCp, ou l'angle NCn qui eſt le changement de ſituation de la voile, eſt plus grand que le petit changement ICi que ſouffre la dérive. Nous marquons par k ce rapport. C'eſt-à-dire, que l'angle NCn ou l'angle PCp eſt égal au petit angle ICi multiplié par le nombre k.

Cela ſuppoſé, nous connoiſſons la variation que doit ſouffrir l'angle d'incidence apparent du vent ſur la voile, quoique nous ignorions la grandeur de cet angle. Nous le faiſons augmenter par un côté, en mettant la voile MN dans la ſituation mn. L'angle d'incidence ſe trouve plus grand du petit angle NCn, qui eſt égal à PCp. Mais d'un autre côté, cet angle eſt diminué de l'angle VCu qui eſt égal à ICi; puiſque la direction du vent apparent doit toujours faire le même angle avec la route CI ou Ci. Ainſi l'augmentation infiniment petite de l'angle d'incidence eſt égale à $PCp - ICi = PCp - \frac{PCp}{k} = \frac{k-1}{k} \times PCp$; ou ſi nous rapportons cette petite augmentation à l'angle ICi, elle eſt égale à $PCp - ICi = k \times ICi - ICi = \overline{k-1} \times ICi$.

Ces deux expreſſions $\frac{k-1}{k} \times PCp$ ou $\overline{k-1} \times ICi$ du changement infiniment petit de l'angle d'incidence apparent nous marquent également la grandeur du petit angle VCu dans la figure 117, pendant que VCN eſt l'angle d'incidence même dont nous ignorons la grandeur.

Les angles VCN & uCN répondent aux deux différentes dispositions de la voile que nous voulons rendre parfaitement équivalentes, & il faut pour cela que les quarrés des sinus d'incidence VK & uk soient proportionnels aux deux différentes impulsions de l'eau, ou qu'il y ait même rapport de chacune de ces quantités à sa différentielle. C'est-à-dire, qu'il faut que i soit à di comme le quarré de VK est à la différentielle de ce quarré, ou comme le sinus VK est au double de Hu, ou comme VL est au double de Vu. Figures 117 & 115.

L'angle VCu mesuré par Vu étant égal à $\frac{k-1}{k} \times PCp$ ou à $\overline{k-1} \times ICi$ pris dans l'autre figure, ou égal à $PCp - ICi$; si nous nommons t la tangente VL de l'incidence apparente du vent sur la voile, nous aurons cette analogie : di est à i comme $\frac{2k-2}{K} \times PCp$ ou $\overline{2k-2} \times ICi$ ou $2PCp - 2ICi$ est à $VL = t$. Cette proportion nous fournit pour la tangente de l'angle d'incidence apparent du vent le plus avantageux dans une route donnée, $t = \frac{2k-2}{k} \times \frac{i}{di} \times PCp$ ou $t = \overline{2k-2} \times \frac{i}{di} \times ICi$ ou $t = \frac{2i}{di} \times \overline{PCp - ICi}$.

Ces trois expressions nous apprennent en valeurs absolument connues, la tangente de l'incidence apparente du vent sur la voile ; & il est évident qu'elles se réduiront toujours assez aisément à des termes finis, puisque le changement infiniment petit di que souffre l'impulsion i dépend du changement que souffre la dérive ou que souffre l'angle PCp. On aura donc la relation de l'un à l'autre, & ils se feront disparoître réciproquement dans la valeur de t.

Application de la méthode précédente aux Navires dont la carene peut ſe rapporter à des parallélipipedes rectangles.

NOMMANT a la demi-longueur du Navire rectangulaire $GDEF$ (*fig.* 115) & b ſa demi-largeur AD, nous déſignerons par x la ligne AP qui eſt cotangente de l'angle que la voile fait avec la quille, lorſqu'on prend AC pour ſinus total; nous aurons $\sqrt{bx}$ pour la tangente AI de l'angle de la dérive; & ſi par le moyen des tangentes AP & AI & de leurs différentielles dx & $\frac{1}{2}dx\sqrt{\frac{b}{x}}$, nous cherchons les valeurs des angles PCp & ICi ou les petits arcs de cercle qui les meſurent, nous aurons $\frac{a^2dx}{a^2+x^2}$ pour l'angle PCp & $\frac{\frac{1}{2}a^2dx\sqrt{\frac{b}{x}}}{a^2+bx}$ pour l'angle ICi; ce qui nous mettroit en état de trouver la valeur du nombre k ſi nous en avions abſolument beſoin. Figure 115.

Quant à l'impulſion abſolue i de l'eau ſur toute la carene, nous avons vu qu'elle eſt proportionnelle à CZ lorſque la vîteſſe du ſillage eſt conſtante. Cette ligne CZ eſt la ſecante de l'angle DCZ lorſqu'on prend CD pour ſinus total, & elle ſera donc toujours au moins proportionnelle à la ſecante de cet angle, lorſqu'on prendra toute autre grandeur pour ſinus total. La tangente de l'angle ACD eſt b, & celle de l'angle variable ACP eſt x; je cherche par les regles de la Trigonométrie la tangente de l'angle PCD, différence des deux précédents, j'ai $\frac{a^2\times\overline{x-b}}{a^2+bx}$: car il eſt démontré que la tangente de la différence de deux arcs eſt égale au produit du quarré du ſinus total multiplié par la différence des tangentes des deux arcs & diviſé par la ſomme du quarré du ſinus total & du produit des deux tangentes données. Mais $\frac{a^2\times\overline{x-b}}{a^2+bx}$ étant la tangente de l'angle DCP, nous aurons

$\frac{a^4+2a^3bx+a^2b^2x^2+a^4x-2a^3bx+a^4b^2}{a^4+2a^2bx+b^2x^2}$ pour le quarré de la ſecante qui ſe réduiſant à $\frac{a^2\times\overline{a^2+b^2}\times\overline{a^2+x^2}}{a^4+2a^2bx+b^2x^2}$ donne pour la ſecante même, $\frac{a\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{a^2+x^2}}{a^2+bx}$; & puiſque l'impulſion abſolue de l'eau lui eſt proportionnelle, nous pouvons ſupprimer les facteurs conſtants, & nous avons donc d'une égalité de rapport, $i=\frac{\sqrt{a^2+x^2}}{a^2+bx}$ dont nous tirerons $di=\frac{a^2dx\times\overline{x-b}}{\sqrt{a^2+x^2}\times\overline{a^2+bx}^2}$. Figure 115.

Ainſi nous avons maintenant en une ſeule variable toutes les quantités qui entrent dans notre formule générale $t=\frac{2i}{di}\times\overline{PCp-ICi}$. Si nous les y introduiſons effectivement, nous trouverons $t=\frac{\sqrt{a^2+x^2}}{a^2+bx}\times\frac{\sqrt{a^2+x^2}\times\overline{a^2+bx}^2}{a^2dx\times\overline{x-b}}$ $\times\frac{2a^2dx}{a^2+x^2}-\frac{a^2dx\sqrt{\frac{b}{x}}}{a^2+bx}$ qui ſe réduit à $t=\frac{\overline{a^2+x^2}\times\overline{b^2+bx}}{a^2\times\overline{x-b}}\times$ $\frac{2a^2\times\overline{a^2+bx}-a^2\sqrt{\frac{b}{x}}\times\overline{a^2+x^2}}{a^2+x^2\times\overline{a^2+bx}}$ & à $t=\frac{2a^2+2bx-a^2\sqrt{\frac{b}{x}}-x^2\sqrt{\frac{b}{x}}}{x-b}$, *formule* qui n'exige qu'un calcul très-ſimple pour déterminer tous les divers angles d'incidence apparents VCN qui répondent à toutes les ſituations ACN de la voile par rapport à la quille.

Mais quelques remarques qui ſe préſentent aſſez naturellement nous mettent en état d'abréger encore le calcul précédent. Si dans la figure 119 nous ajoutons à l'angle ACN que fait la voile avec la quille, l'angle NCh égal à l'angle conſtant ACD formé par la diagonale FD & la quille BA, la ligne totale Ph ſera la valeur de $\frac{a^2+x^2}{x-b}$; car les triangles DPC & CPh ſeront ſemblables; & on aura la proportion continue :: $PD=x-b : PC=\sqrt{a^2+x^2} : Ph=\frac{a^2+x^2}{x-b}$.

D'une autre part, ſi de Ph, on retranche $AP=x$,

Figure 119. il reſtera $Ah = \frac{a^2+x^2}{x-b} - x = \frac{a^2+bx}{x-b}$. Or il ſuit de là que la tangente $t = \frac{2a^2+2bx-a^2\sqrt{\frac{b}{x}}-x^2\sqrt{\frac{b}{x}}}{x-b} = \frac{2a^2+2bx}{x-b} - \sqrt{\frac{b}{x}} \times \frac{a^2+x^2}{x-b} = 2Ah - Ph\sqrt{\frac{AD}{AP}}$; ce qui nous donne une maniere très-ſimple de ſupputer les tangentes t des angles d'incidence apparents pour chaque ſituation de voile.

Ayant ajouté à l'angle que la voile fait avec la quille, l'angle conſtant ACD, on en prendra la tangente pour avoir Ah; on ajoutera cette tangente Ah avec celle AP du complément de l'angle que la voile fait avec la quille; on multipliera la ſomme par $\sqrt{\frac{AD}{AP}}$, & retranchant ce produit du double de Ah, on aura la tangente t qu'on vouloit découvrir. Si le Navire eſt infiniment étroit, AD deviendra nulle, de même que l'angle ACD, & la formule $t = 2Ah - Ph\sqrt{\frac{AD}{AP}}$ ſe réduira à $t = 2AH$; ce qui s'accorde avec ce que nous ſavions déja, que lorſque le Navire eſt infiniment étroit ou qu'il eſt exempt de dérive, la tangente de l'angle d'incidence apparent du vent doit être double de la tangente de l'angle formé par la voile & par la quille.

CHAPITRE VIII.

De la relation qu'il y a entre la ſituation de la voile & la dérive dans les figures de carenes plus compoſées.

AFIN de moins groſſir cet Ouvrage, nous prendrons pour Lemmes, & nous regarderons comme démontrés quelques Théorêmes que nous avons établis ailleurs. Si la proue du Navire de la figure 114, au lieu d'être terminée

minée par une ſurface plane DE, eſt terminée par une ſurface courbe quelconque, & que prenant a pour le ſinus total, nous nommions m la tangente de l'angle ACI de la dérive ou de l'obliquité avec laquelle cette proue va rencontrer l'eau, l'impulſion de l'eau dans le ſens direct parallele à la quille ou à l'axe de la proue, aura toujours cette forme $\frac{a^2A+Bm^2}{a^2+m^2}$, & l'impulſion latérale perpendiculaire à la quille prendra cette autre $\frac{2aBm}{a^2+m^2}$; pourvu que l'eau frappe continuellement ſur toutes les parties de la ſurface de la proue, & que les deux moitiés de la ſurface ſoient égales de part & d'autre de la quille qui ſert d'axe. Figure 114.

Il n'importe que la ſurface frappée ſoit géométrique ou méchanique; elle peut même être fort irréguliere : les lettres A & B déſigneront des intégrales qui dépendent de la nature de la ſurface & qui ne changeront point par l'obliquité de la route. Mais il ne ſuffit pas à l'égard de l'impulſion latérale perpendiculaire à la quille, de conſidérer la proue ſeule. Tout le flanc du Navire qui n'ajoute rien à l'impulſion directe eſt pouſſé de côté; & comme il faut joindre cette partie de l'impulſion à l'autre, nous devons prendre $\frac{2aBm+Cm^2}{a^2+m^2}$ pour exprimer l'impulſion latérale entiere, pendant que $\frac{a^2A+Bm^2}{a^2+m^2}$ repréſentera toujours l'impulſion directe.

Cela ſuppoſé, nous n'avons qu'à trouver la force totale qui réſulte de ces deux impulſions relatives, & les compoſer par le moyen du rectangle $HCKL$, dont la diagonale CL marquera l'impulſion totale, pendant que les deux côtés du rectangle repréſenteront les deux impulſions relatives. Cette diagonale CL, comme nous l'avons vu, doit tomber ſur le prolongement de la perpendiculaire CP à la voile, puiſque les impulſions du vent & de l'eau doivent être toujours exactement contraires. Ainſi prenant n pour la tangente de l'angle PCA, nous aurons cette proportion; l'impulſion directe de l'eau, $CH = \frac{a^2A+Bm^2}{a^2+m^2}$ eſt au ſinus total a comme l'impulſion latérale

Figure 114. HL ou $CK = \frac{2aBm + Cm^2}{a^2 + m^2}$ eſt à la tangente n de l'angle PCA. Nous aurons donc l'équation $n = \frac{2a^2Bm + aCm^2}{a^2A + Bm^2}$ qui nous marque de la maniere la plus générale qu'il eſt poſſible, la relarion qu'il y a entre la tangenre m de l'angle ACI de la dérive & la co-tangente n de l'angle NCA formé par la voile & par la quille.

Cette équation $n = \frac{2a^2Bm + aCm^2}{a^2A + Bm^2}$ ſe réduit à $n = \frac{2a^2m + \frac{aCm^2}{B}}{\frac{a^2A}{B} + m^2}$; & ſi on met à la place des rapports $\frac{C}{B}$ & $\frac{A}{B}$ les conſtantes E & F, elle ſe changera en $n = \frac{2a^2m + aEm^2}{a^2F + m^2}$ & en $n = \frac{2a^2 + aEm}{\frac{a^2F}{m} + m}$ qu'on trouvera peut-être plus commode pour le calcul. Nous en déduiſons outre cela cette formule $m = \frac{-a^2 + a\sqrt{a^2 + aEFn - n^2F}}{aE - n}$ qui ſervira à trouver l'angle de la dérive, lorſqu'on connoîtra la co-tangente n de l'angle de la voile avec la quille. Cette derniere formule doit être plus d'uſage en mer que l'autre, puiſque l'angle que fait la voile avec la quille eſt plus ſouvent donné, que ne l'eſt l'angle de la dérive.

Mais, pour pouvoir employer ces formules, il faudroit avoir déja déterminé les conſtantes E & F qui ſont différentes pour chaque Navire. Si on étoit obligé d'examiner en dérail la figure de la carene pour en conclure ces grandeurs, l'opération ſeroit toujours très-longue ; & le plus ſouvent les circonſtances dans leſquelles on ſe rrouveroit la rendroient abſolument impoſſible. Je crois qu'il n'y a qu'une façon commode de lever ces difficultés, c'eſt d'obſerver, lorſqu'on eſt en mer, la dérive pour deux différentes diſpoſirions de voile ; & ſi on introduit ſucceſſivement dans la formule $n = \frac{2a^2 + aEm}{\frac{a^2F}{m} + m}$ les valeurs correſpondan-

tes de n & de m, on ſera en état de déterminer les grandeurs E & F, & on aura enſuite tout ce qu'il faudra pour découvrir par le calcul les dérives qui appartiennent à toutes les ſituations de voile, ou de trouver les ſituations de voile dont dépendent toutes les dérives. Figure 114.

Suppoſons que la voile faiſant avec la quille un angle dont n ſoit la co-tangente, on ait obſervé exactement la dérive, & que m en ſoit la tangente; nous ſuppoſons de plus, qu'ayant donné une autre diſpoſition à la voile, & ν marquant la co-tangente de l'angle qu'elle faiſoit avec la quille, μ ait été la tangente de la dérive obſervée dans ce ſecond cas, la premiere expérience nous donnera l'équation $n = \frac{2a^2 + aEm}{\frac{a^2F}{m} + m}$, & la ſeconde l'équation $\nu = \frac{2a^2 + aE\mu}{\frac{a^2F}{\mu} + \mu}$; mais il n'en faut pas davantage pour pouvoir déterminer les conſtantes E & F. Nous trouverons en les dégageant, $E = \frac{\frac{2\mu}{\nu} - \frac{\mu^2}{a^2} - \frac{2m}{n} + \frac{m^2}{a^2}}{\frac{m^2}{an} - \frac{\mu^2}{a\nu}}$ & $F = \frac{2\mu m^2 - 2m\mu^2}{m^2\nu - \mu^2 n}$. Ainſi on connoîtra par le moyen des deux expériences preſcrites les valeurs de E & de F, & on ceſſera d'être arrêté dans l'uſage de nos formules générales, $n = \frac{2a^2 + aEm}{\frac{a^2F}{m} + m}$ & $m = \frac{-a^2 + a\sqrt{a^2 + aEFn - Fn^2}}{aE - n}$.

On pourroit encore ſuivre un autre chemin pour accommoder ces recherches aux beſoins de la pratique, & nous l'euſſions ſuivi, ſi les autres moyens qui ſe ſont préſentés à nous, ne nous euſſent paru auſſi bons. Nous euſſions, dans la figure 114, ſubſtitué, à la place de la proue plane DE, une proue angulaire formée d'un angle droit, par exemple. Cette figure de carene eût été extrêmement facile à traiter: la proue angulaire rectiligne eût ſeule été expoſée à l'impulſion relative directe dans le

Figure 114. ſens de la quille ; mais il eût fallu joindre à l'impulſion relative latérale, l'impulſion que reçoit le côté GD dans les routes obliques ; nous euſſions enſuite attribué ſucceſſivement diverſes grandeurs à l'angle de dérive ACI, & nous euſſions cherché la direction compoſée PC de l'impulſion de l'eau pour en conclure la ſituation de la voile.

Ainſi, nous euſſions eu une ſuite d'angles correſpondants de dérive & de ſituations particulieres de voiles. Nous euſſions après cela fait la même choſe pour une proue formée par un angle aigu rectiligne de 70 degrés, de 50, de 40 &c. & recueillant tous ces réſultats dans une table formée de pluſieurs colonnes, nous n'euſſions plus eu en mer, qu'à voir laquelle des colonnes convenoit à chaque Navire. La Table n'eût été conſtruite que ſur des figures rectilignes ; mais j'ai démontré ailleurs que ſon uſage ſe fût étendu à toutes les figures imaginables, pourvu que l'eau n'en frappât toujours que les mêmes parties, malgré l'obliquité des routes.

Remarques ſur l'uſage trop limité des figures précédentes, pour repréſenter la carene des Vaiſſeaux.

NOUS revenons aux formules précédentes ; elles nous donneroient toutes les quantités qu'il faudroit introduire dans l'équation générale $t = \frac{ai}{di} \times \overline{PCp - ICi}$ de l'autre Chapitre, pour avoir la tangente t de l'angle d'incidence apparent du vent qui convient à chaque diſpoſition de voile. Mais nous avouons ingénuement que ce calcul qui n'a d'autre difficulté que ſa longueur, nous a effrayés. Nous avons remarqué d'ailleurs, que ſi la forme quadrangulaire eſt un peu moins propre que ces autres figures à repréſenter les carenes de pluſieurs Vaiſſeaux, on peut cependant s'y borner très-ſouvent dans la pratique. La forme quadrangulaire peut s'attribuer généralement à tous les Bâtiments qui approchent beaucoup de la conſtruction

des Flûtes Hollandoiſes. Il eſt vrai qu'elle ne repréſente pas également bien la carene des autres Navires, de ceux qui ſont très-fins par deſſous, quoiqu'on ſoit attentif à diminuer la largeur du parallélipipede rectangle fictice, pour tenir lieu de la proue plus tranchante de ces Navires. Mais les autres figures que nous venons de ſpécifier ſe trouveroient également en défaut. Elles donneroient toujours des dérives trop grandes lorſque la voile fait un angle conſidérablement aigu avec la quille.

L'avantage qu'ont les Navires qui différent beaucoup de la forme des Flûtes Hollandoiſes, de n'être ſujets qu'à peu de dérive dans les routes obliques, vient de ce qu'en dérivant vers un certain côté, l'eau frappe une nouvelle partie de leur carene vers la poupe, & ceſſe de frapper au contraire une grande partie de leur proue vers le côté oppoſé. Ces changements ſont cauſe que l'impulſion relative latérale devient beaucoup plus forte, & que le Navire eſt ſoutenu davantage contre la dérive.

On le reconnoîtra aiſément en jettant les yeux ſur les Navires des figures 120 & 121. La route étant CI, l'eau frappe la carene ſelon une infinité de paralleles à IC; mais une grande partie de la proue du côté oppoſé à la dérive, eſt exempte d'impulſion, & au contraire, l'eau frappe tout le côté AQ ou AO, juſqu'à un point Q (*fig.* 120) ou O (*fig.* 121) très-voiſin de l'extrêmité de la poupe. Plus l'arc AG ſe trouve petit, plus l'impulſion directe CR de l'eau dans le ſens de la route eſt diminuée, en même temps que l'impulſion latérale CS eſt augmentée, & elle l'eſt encore par la grandeur de MQ ou de MO. La direction CL de l'impulſion totale ou abſolue, doit donc faire un plus grand angle avec la longueur du Navire; & puiſque la voile doit être perpendiculaire à cette direction, elle fera un plus petit angle avec la quille. Ainſi la même dérive doit répondre à une ſituation plus oblique de la voile; ou ce qui revient au même, la dérive doit être plus petite pour la même diſpoſition de voile. Figures 120 & 121.

CHAPITRE IX.

De la relation qu'il y a entre la ſituation de la voile & l'angle de la dérive dans les Navires, dont on peut comparer la carene à une figure mixtiligne formée d'arcs de cercles & de lignes droites.

IL faut conclure des remarques précédentes, que pour repréſenter plus exactement la plupart des Navires, on doit ſe ſervir de courbes qui ne forment aucune arrête ou aucun angle ſenſible dans ces endroits où la proue & la poupe ſe confondent avec le reſte de la carene. Cette condition eſt néceſſaire, afin que les directions du fluide étant tangentes à la naiſſance de la courbure dans la route directe même, les changements dont nous venons de parler, touchant les parties frappées de la ſurface, commencent à avoir lieu dans les routes même le moins obliques. Nous nous ſervirons toujours au reſte de l'expédient que nous avons déja employé : nous ne formerons pas ſur les dimenſions mêmes du Navire, la figure que nous lui ſubſtituerons; mais nous rétrécirons cette figure fictice, nous l'allongerons, ou nous changerons quelqu'une de ſes parties, juſqu'à ce qu'elle ſoit ſenſiblement équivalente à la carene en fait de dérives.

Figure 120. Nous conſidérons d'abord la figure 120, qui eſt formée d'un rectangle *KMFN* aux deux extrêmités duquel il y a deux parties ajoutées *MAF* & *KBN*, pour ſervir de proue & de poupe, leſquelles ſont chacune terminée par deux arcs de cercle. Le centre de l'arc *MA* eſt en *E*, & le centre de l'arc *FA* eſt en *D*. La partie *MAF* eſt la proue, & nous avons ſuppoſé que la poupe *KBN* lui étoit parfaitement égale. Tout étant indéterminé dans

cette figure, on pourroit néanmoins, pour la rendre équivalente aux Vaiſſeaux de conſtructions plus différentes, donner aux arcs circulaires, qui forment la proue & la poupe, des rayons plus ou moins grands & inégaux entr'eux pour la poupe & pour la proue : on pourroit auſſi allonger ou raccourcir le rectangle intermédiaire NM, l'élargir ou le rétrécir. Après que tout ſera réglé, il ne ſera pas difficile lorſque la route CI ſera donnée, ou l'angle de la dérive ACI, qu'elle fait avec la quille, de trouver la direction CL de l'impulſion totale de l'eau, & par conſéquent la ſituation de la voile. Figure 120.

Il eſt naturel de prendre les rayons des arcs de cercle de la proue & de la poupe pour ſinus total, lorſqu'ils ſont égaux comme nous le ſuppoſerons déſormais. Si du centre D on abaiſſe la perpendiculaire DG ſur la route, cette perpendiculaire viendra marquer le point G où ſe termine l'arc AG frappé par le fluide, & on aura l'arc FG pour la meſure de l'angle ACI de la dérive. Tout le flanc MK eſt frappé avec une incidence égale à cet angle. Ainſi il n'y a qu'à prendre le ſinus de l'arc FG, & multiplier ſon quarré par la longueur du flanc KM, pour avoir la force avec laquelle il eſt pouſſé ſelon la perpendiculaire TC. Je repréſente cette force par CV, & enſuite je la décompoſe par le moyen du rectangle $VYCX$, en CY & en CX, pour avoir la force relative qui s'exerce dans le ſens de la route & dans le ſens latéral perpendiculaire à la route.

Si nous nommons a le ſinus total ou les rayons égaux DF, EM, &c. & que nous déſignions par r le ſinus de l'angle de la dérive qui eſt égal à l'angle GDF, nous aurons $KM \times r^2$ pour l'impulſion abſolue CV ſur le flanc KM; & ſi nous remarquons que l'angle VCX eſt auſſi égal à l'angle de la dérive ACI, nous aurons $KM \times \frac{r^2}{a}$ pour la force relative directe CY & $KM \times \frac{r^2\sqrt{a^2-r^2}}{a}$ pour la force relative latérale CX perpendiculaire à la route CI.

Figure 120. L'impulſion de l'eau ſur KM étant déterminée, il nous faut examiner celles que ſouffrent les arcs AG & AM de la proue, & de plus l'arc KQ de la poupe. Je prolonge par la penſée l'arc AM juſqu'en O, en faiſant l'arc MO égal à KQ; & nous n'aurons plus enſuite à conſidérer l'impulſion que ſur les deux arcs de cercle GA & AO. Nous abaiſſerons du point A la ligne AH perpendiculaire ſur le rayon EO. Nous aurons AP & AH pour les ſinus des arcs AG & AO, pendant que GP & OH en ſeront les ſinus verſes. Ces lignes nous ſerviront à trouver les impulſions ſur les arcs AO & AG; & nous les décompoſerons ſelon le ſens direct & le ſens latéral, de même que nous avons décompoſé l'impulſion ſur le flanc KM.

Il eſt facile de démontrer que l'impulſion relative ſur un arc de cercle AO dans le ſens direct parallele au cours du fluide, eſt égale à $OH^2 \times OE - \frac{1}{3} \times OH^3$, & que l'impulſion latérale perpendiculaire à la direction du fluide eſt égale à $\frac{1}{3} \times AH^3$. Par la même raiſon l'impulſion directe parallele à la route ſur l'arc AG eſt $GP^2 \times GD - \frac{1}{3} \times GP^3$, & l'impulſion latérale perpendiculaire à la direction du fluide eſt $\frac{1}{3} \times AP^3$.

Cela ſuppoſé, il eſt évident qu'il faut ajouter les deux impulſions relatives directes avec $CY = KM \times \frac{r^2}{a}$ fournie par le choc de l'eau ſur le flanc de la carene pour avoir l'impulſion relative directe totale CR ſelon la direction du fluide. Mais à l'égard de l'impulſion latérale, celle que reçoit l'arc AG, eſt contraire à celle que ſouffre l'autre côté de la carene; ainſi après avoir fait une ſomme de $CX = KM \times \frac{r^2\sqrt{a^2 - r^2}}{a}$, impulſion latérale que fournit le flanc KM, & de $\frac{1}{3} \times AH^3$ qui eſt l'impulſion relative latérale ſur tout l'arc OA ou ſur les deux arcs QK & MA, il faut retrancher l'impulſion latérale $\frac{1}{3} \times AP^3$ que fournit l'arc AG. On aura par cette opération l'impulſion latérale totale CS, & il ne reſtera plus qu'à achever le

le rectangle $RCSL$ pour avoir dans sa diagonale CL la direction & l'effort absolu de l'eau sur la carene. Figures 120 & 121.

Lorsque le Navire ne sera formé que de deux segments de cercle joints par leur corde commune AB comme dans la figure 121, le calcul sera un peu plus court. Ajoutant la dérive à l'arc AM qui est la moitié de l'arc BMA, & ôtant la dérive de ce même arc, on aura les arcs AO & GA, dont il n'y aura qu'à prendre les sinus droits & les sinus verses dans les Tables trigonométriques, en supposant que le sinus total a de ces Tables représente les rayons ME & FD. On aura ensuite $OH^2 \times a - \frac{1}{3} \times OH^3 + GP^2 \times a - \frac{1}{3} \times PG^3$ pour l'impulsion directe CR, & $\frac{1}{3} \times AH^3 - \frac{1}{3} \times AP^3$ pour l'impulsion latérale CS ou RL. Ainsi il n'y aura plus qu'à résoudre le triangle rectangle CRL dont on connoîtra les deux côtés CR & RL, pour avoir l'angle RSL que fait avec la route la direction absolue CL du choc de l'eau.

Calcul analytique de l'impulsion du fluide sur les surfaces qui sont courbes selon un arc de cercle.

IL est peut-être bon de justifier l'expression que nous assignons à chaque impulsion sur les arcs de cercle. Soit AO (*fig.* 122.) un de ces arcs dont C est le centre, & Figure 122. supposons qu'il soit frappé par un fluide selon une infinité de directions paralleles à AH ou perpendiculaires au rayon CO. Si nous nommons toujours a ce rayon, & que nous désignions le sinus verse variable OL par x, nous aurons $2ax - x^2$ pour le quarré de LK qui est le sinus de l'incidence avec laquelle le petit arc Kk est frappé. En effet le sinus KL est le prolongement de la direction du fluide, & l'angle que fait KL avec la petite partie frappée Kk ou avec la tangente au point K, est mesuré par l'arc OK dont LK est le sinus. Ainsi il faudroit multiplier $2ax - x^2 = LK^2$ par la petite partie Kk pour avoir l'impulsion absolue qui s'exerce selon la perpendiculaire KC : mais

Figure 122. puiſque nous voulons avoir l'impulſion relative directe parallele au cours du fluide, il faut que nous diminuions l'impulſion abſolue dans le même rapport que KL eſt plus petit que KC ou dans le même rapport que KZ eſt moindre que Kk, & il ſuit de là qu'il faut multiplier $2ax - x^2$ par $KZ = Ll = dx$. Nous aurons donc $2axdx - x^2dx$ pour l'impulſion directe ſur la petite partie élémentaire Kk; & pour avoir l'impulſion ſur l'arc entier OK ou ſur l'arc OA, nous n'avons qu'à intégrer, puiſque l'impulſion relative directe ſur l'arc entier OA eſt formée de toutes les petites impulſions relatives directes. Nous aurons donc $ax^2 - \frac{1}{3}x^3$ pour l'impulſion directe ſur l'arc entier. C'eſt-à-dire, qu'après avoir multiplié le rayon OC par le quarré du ſinus verſe OH de l'arc, il faut ôter de ce produit le tiers du cube du même ſinus.

L'impulſion latérale ſe trouve encore plus aiſément. Nommant y le ſinus d'incidence KL ſur la petite partie Kk, il faudroit multiplier y^2 par Kk pour avoir l'impulſion abſolue; mais l'impulſion relative latérale perpendiculaire à la direction du fluide, eſt plus petite que l'abſolue dans le même rapport que LC eſt moindre que KC, ou que Zk eſt plus petite que Kk. Nous aurons donc y^2dy pour l'impulſion latérale élémentaire, & $\frac{1}{3}y^3$ pour l'impulſion latérale ſur tout l'arc, c'eſt-à-dire qu'elle ſera $\frac{1}{3} \times AH^3$ ſur tout l'arc OA.

Figures 120 & 121. Les arcs frappés dans la figure 120 changent préciſément de longueur, comme dans la figure 121, par l'augmentation ou la diminution de l'angle de la dérive. L'arc OA eſt la ſomme de AM & de la dérive, au lieu que AG eſt l'excès du même arc AM ſur la dérive. Il n'y a donc qu'à faire augmenter ce dernier angle, ou la dérive de degré en degré ou de demi degré en demi degré, & faire pour un aſſez grand nombre de différentes routes, les calculs que nous venons d'indiquer. On en formera des tables, & on fera la même choſe pour différentes figures fictices $BQMAF$ en faiſant varier leur longueur & leur largeur. Ce calcul demande quelque travail; mais il ne

renfermera aucune difficulté. Nous le ſuppoſons déja fait ; Figures 120 & 121.
r étant le ſinus de l'angle de la dérive, nous avons trouvé l'angle RCL dont nous nommerons s le ſinus. La voile eſt perpendiculaire à CL. Ainſi $\sqrt{a^2 - s^2}$ ſera le ſinus de l'angle de la voile, non pas avec la quille, mais avec la route, & nous connoîtrons deſormais cet angle.

Sur le choix qu'on doit faire entre les diverſes figures fictices pour repréſenter la carene des Vaiſſeaux.

LES Tables qui marquent la relation entre la ſituation de la voile & la dérive étant conſtruites, on ſaura en mer celle à laquelle on doit s'arrêter, en obſervant la dérive dans une route très-oblique. Il faudroit en rigueur ſe ſonder ici ſur deux différentes obſervations, pour s'aſſurer de la progreſſion que ſuit la dérive dans ſes augmentations. Il ſuffit de l'avoir déterminée une ſeule fois, lorſque le Navire peut ſe rapporter à un rectangle ; mais on a beſoin de deux expériences pour toutes les figures dont il s'agit dans le Chapitre précédent, parce que leur indétermination eſt plus grande. Outre que leur proue peut ſe trouver différente, leur flanc peut encore être plus ou moins long. Lorſqu'il s'agit des Navires qu'on peut rapporter à la figure 120, la forme de leur carene eſt également indéterminée, & il faut obſerver la dérive dans deux diverſes routes. Il faudroit même l'obſerver dans trois routes ſi la proue & la poupe étoient formées par des arcs de différens rayons. Mais ſi on réduit à rien les flancs KM & NF, & que la carene ſoit terminée par deux arcs de cercle égaux, comme dans la figure 121, une ſeule experience ſera ſuffiſante même en rigueur.

Quoi qu'il en ſoit, nous croyons qu'on pourra toujours ſe contenter d'obſerver la dérive dans une route très-oblique, pourvu qu'on rapporte le Navire à une figure fictice, qui ne s'en éloigne pas trop par le trait horiſontal qui l'environne.

Si un Bâtiment conſtruit à peu-près comme les Flûtes Hollandoiſes, avoit ſa proue formée par une ſurface inclinée & ſeulement courbe de haut en bas, & que cette figure de proue diminuât trois ou quatre fois ou même beaucoup davantage l'impulſion de l'eau dans le ſens direct de la quille, il faudroit toujours rapporter ce Bâtiment à un rectangle, & il n'y auroit qu'à le rendre trois ou quatre fois plus étroit que le Navire. Cette comparaiſon ſeroit alors exacte mathématiquement parlant, quoique le rectangle eût une forme fort différente de celle du Navire. Ainſi c'eſt ici comme une exception à la regle que nous venons de donner. Mais ce ne ſera pas la même choſe, ſi la proue eſt non-ſeulement taillée par-deſſous, ſi elle l'eſt auſſi par les côtés, & qu'elle ſoit terminée par des ſurfaces courbes. La comparaiſon avec le rectangle ou avec toute autre figure rectiligne, ceſſeroit alors d'être ſuffiſamment exacte; & il faudroit dans ce cas comparer le Navire à une figure formée de deux ſegments de cercle joints par leur corde commune. Il ne ſeroit plus néceſſaire, après cela, d'attribuer à la carene fictice une longueur ſi exceſſivement grande par rapport à ſa largeur. Il ſuffiroit auſſi toujours dans la pratique, pour bien choiſir entre les différentes figures, de voir celle qui donne pour une route d'une certaine obliquité, la dérive qu'on a effectivement trouvée par l'obſervation.

Nous devons néanmoins ajouter, qu'on ſera quelquefois obligé par une autre raiſon de comparer le Navire à deux diverſes figures, ou de conſulter deux différentes tables, lorſque le vent ſera plus ou moins fort, & qu'il fera plonger dans la mer diverſes parties de la carene, en produiſant une inclinaiſon plus ou moins grande. En effet, le Navire qui s'incline plus ou moins peut devenir comme un Navire tout différent, par rapport à la marche & à la dérive, à cauſe du changement que reçoit ſa partie ſubmergée, quoique ſes voiles ſoient toujours orientées de la même maniere. Il ſeroit donc très-poſſible que le vent étant foible, & ne faiſant incliner le Navire que de 4 ou 5

Digitized by Google

degrés, on dût employer, par exemple, les colonnes premiere & deuxieme de la cinquieme Table; & que le vent ayant beaucoup plus de force, & produiſant une inclinaiſon de 12 ou 13 degrés, on fût obligé de ſe ſervir de la quatrieme colonne, au lieu de la ſeconde. Le Navigateur attentif doit remarquer ces différences; & dans les cas intermédiaires, il prendroit des parties proportionnelles.

CHAPITRE X.

Suite du Chapitre précédent. Trouver pour les Navires dont on vient d'indiquer la forme, la diſpoſition la plus parfaite de la Voile, par rapport à la Quille, pour faire une route donnée.

IL s'agit maintenant, le choix de la carene fictice étant fait, de déterminer l'angle d'incidence du vent, qui eſt le plus avantageux pour chaque diſpoſition de voile. Nos lecteurs ſe ſouviennent qu'il faut, pour réſoudre ce problême, donner par la penſée deux ſituations infiniment voiſines l'une de l'autre à la voile, & faire enſorte qu'elles ſoient abſolument équivalentes, quant à la vîteſſe du Navire. Nommant t, la tangente de l'angle d'incidence apparente du vent, & i l'impulſion abſolue de l'eau ſur la carene, nous ſommes parvenus dans la premiere partie du Chapitre VII. à la formule $t = \frac{2i}{di} \times \overline{PCp - ICi}$, qui convient par ſa généralité à toutes les figures de Navire; quoique nous ayons alors fixé plus particuliérement notre attention ſur la figure 115. L'impulſion i eſt repréſentée dans la figure 120 par CL. Il faut que nous la diviſions par le petit changement di que ſouffre CL, lorſqu'on change la diſpoſition de la voile; nous aurons $\frac{i}{di}$ ou $\frac{CL}{dCL}$, Figure 120.

Figure 120. & il faut enſuite que nous multipliïons le double de cette quantité par la différentielle de l'angle RCL. Nous devons la multiplier ſelon la formule par l'excès $PCp - ICi$ de l'angle PCp de la figure 115 ſur l'angle ICi; mais cet excès n'eſt autre choſe que la variation de l'angle PCI, lequel eſt repréſenté par RCL dans la figure 120.

Nous ſuppoſons donc que l'angle de la dérive dont r eſt le ſinus, augmente d'une quantité infiniment petite, & nous différentions d'abord les deux impulſions relatives $CY = KM \times \frac{r^3}{a}$ & $CX = KM \times \frac{r^2\sqrt{a^2-r^2}}{a}$ que le flanc KM ſouffre ſelon la direction de la route & ſelon le ſens latéral. Ces deux impulſions augmentent de $3KM \times \frac{r^2 dr}{a}$ & de $\frac{2KM \times a^2 r dr - 3KM \times r^3 dr}{a\sqrt{a^2-r^2}}$. La premiere de ces petites augmentations ſe fait ſelon CR & la ſeconde ſelon CX.

Les impulſions ſur la proue & ſur la poupe changent auſſi par l'augmentation de l'angle de la dérive. L'eau frappe un plus grand arc vers l'arriere; elle frappe ſur Kq; & ſi nous tranſportons par la penſée comme ci-devant cet arc en MO, nous aurons Ao pour la ſomme des deux arcs frappés du côté que le Navire dérive. Le contraire arrivera à l'arc AG frappé de l'autre côté; il ſe réduira à Ag. Ainſi la direction IC du fluide faiſant avec la quille un angle plus grand d'une quantité infiniment petite, les arcs frappés ſeront Ao & Ag.

Mais ſi en changeant la longueur de ces arcs par l'extrêmité A, ſi en retranchant le petit arc Aa de l'arc Ao, & en ajoutant le petit arc $A\alpha$ à l'arc gA, on faiſoit enſorte que les arcs $O\alpha$ & $g\alpha$ euſſent exactement la même longueur que dans la premiere diſpoſition, il eſt évident que la direction de l'impulſion totale qu'ils recevroient, auroit enſuite la même ſituation par rapport à la direction du fluide. L'angle ACI ſeroit plus grand, & la direction du fluide ſeroit parallele aux tangentes aux points o & g; mais l'impulſion ſe faiſant ſur les arcs

$o\,a$ & $g\,a$ qui ſont préciſément de la même longueur que les arcs $O\,A$ & $G\,A$, & placés toujours de la même maniere par rapport à la direction du fluide, la direction de l'impulſion abſolue changeroit préciſément de la même quantité que la direction $C\,I$, & l'angle formé par ces deux directions ſeroit toujours le même. Or il ſuit de-là que ſi cet angle n'eſt pas le même, après le changement de route, c'eſt ſimplement parce que l'arc $A\,O$ eſt trop grand du petit arc $A\,a$, & qu'au contraire l'arc $g\,A$ eſt trop petit de l'arc $A\,a$. Pour déterminer donc la quantité de changement, nous n'avons qu'à examiner l'effet dont ſont capables ces deux petits arcs différentiels qui ſont égaux entr'eux de même qu'ils le ſont aux petits arcs $G\,g$, $Q\,q$, $O\,o$. Figure 120.

Le ſinus d'incidence du fluide ſur $A\,a$ eſt $A\,H$. Je nomme P ce ſinus & Q ſon ſinus de complement $H\,E$. Je nomme en même temps p, le ſinus $A\,P$, & q ſon coſinus $D\,P$. Quant au petit arc $A\,a$, il eſt égal à la variation $\frac{a\,dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$, à laquelle nous rendons la dérive ſujette. Ainſi nous avons $\frac{a\,P^2\,dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$ pour l'impulſion abſolue ſur ce petit arc; impulſion qui s'exerce ſelon la perpendiculaire ou ſelon le rayon $A\,E$; mais qu'il faut que nous diminuions dans le même rapport que le ſinus $A\,H = P$ eſt plus petit que le ſinus total, ſi nous voulons obtenir l'impulſion relative que ſouffre la petite partie $A\,a$ dans le ſens direct de la route. Il nous vient $\frac{P^3\,dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$; & c'eſt donc là la petite quantité dont l'impulſion directe ſe trouve plus grande ſur les deux arcs $Q\,K$ & $M\,A$ depuis que nous avons fait augmenter l'angle de la dérive.

Nous ajoutons cette petite augmentation $P^3 \times \frac{dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$ avec celle $3\,K\,M \times \frac{r^2\,dr}{a}$ que nous a donné le flanc $K\,M$ ſelon la même direction de la route; il nous vient $3\,K\,M \times \frac{r^2\,dr}{a} + P^3 \times \frac{dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$. Mais il nous faut retran-

Figure 120. cher de cette quantité l'impulsion relative directe sur Aa qui nous marque combien l'autre côté de la proue souffre moins d'impulsion qu'il en recevoit auparavant. L'incidence avec laquelle ce petit arc seroit frappé a $AP=p$ pour sinus. Ainsi l'impulsion absolue sur ce petit arc seroit $p^2\times\frac{a\,dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$; & si nous en déduisons l'impulsion relative directe, nous aurons $p^2\times\frac{dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$ qu'il faut donc retrancher de $3\,KM\times\frac{r^2\,dr}{a}+P^2\times\frac{dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$, & nous aurons $3\,KM\times\frac{r^2\,dr}{a}+P^2\times\frac{dr}{\sqrt{a^2-r^2}}-p^2\times\frac{dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$ pour la petite augmentation Rr que reçoit l'impulsion directe selon la route, lorsqu'on fait augmenter infiniment peu l'angle de la dérive.

Il ne sera pas plus difficile de trouver la petite augmentation Ss que reçoit en même temps l'impulsion relative latérale perpendiculaire à la route. Nous avons $\frac{2\,KM\times a^2\,r\,dr-3\,KM\times r^3\,dr}{a\sqrt{a^2-r^2}}$ pour la petite augmentation de CX que fournit le flanc KM; nous aurons $\frac{P^2\,Q\,dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$ pour l'impulsion latérale du petit arc Aa. C'est ce que nous trouvons en diminuant la petite impulsion absolue $\frac{aP^2\,dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$, dans le même rapport que $HE=Q$ est moindre que le sinus total. Nous aurons de même $\frac{p^2\,q\,dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$ pour l'impulsion latérale que reconnoît le petit arc Aa; & il faut ajouter cette derniere à la somme des deux autres; car l'impulsion latérale sur l'arc AG, étant à retrancher dans l'impulsion latérale totale, plus l'arc AG devient petit, plus l'impulsion latérale résultante du tout est grande. Ainsi l'impulsion latérale totale augmentera de $Ss=\frac{2\,KM\times a^2\,r\,dr-3\,KM\times r^3\,dr}{a\sqrt{a^2-r^2}}+P^2\times Q\times\frac{dr}{\sqrt{a^2-r^2}}+p^2\,q\times\frac{dr}{\sqrt{a^2-r^2}}$.

Il

Il nous reſte encore à voir combien ces petites augmentations Rr & Ss produiſent de changement dans l'impulſion abſolue CL & dans l'angle RCL dont nous avons nommé s le ſinus. Si la petite augmentation Rr étoit unique elle procureroit à CL la petite augmentation Zl, qu'on trouve par cette analogie fondée ſur la reſſemblance du grand triangle rectangle CRL & du petit lZL; le ſinus total a eſt à $Ll = Rr = 3KM \times \frac{r^2 dr}{a^4} + \frac{P^1 dr - p^1 dr}{\sqrt{a^2 - r^2}}$, comme le ſinus $\sqrt{a^2 - s^2}$ de l'angle CLR eſt à $Zl = \frac{3KM \times r^2 dr \sqrt{a^2 - s^2}}{a^4} + \frac{P^1 - p^1}{\sqrt{a^2 - r^2}} \times \frac{dr\sqrt{a^2 - s^2}}{a}$. Figure 120.

Une autre proportion que nous fournira également la reſſemblance des mêmes triangles, nous donnera $LZ = \frac{3KM \times sr^2 dr}{a^4} + \frac{P^1 - p^1}{a} \times \frac{sdr}{\sqrt{a^2 - r^2}}$, & nous trouverons le petit angle LCl ou ſa meſure à proportion du rayon a, en faiſant cette autre analogie $CL = i$ eſt à LZ, comme le ſinus total a eſt à $\frac{3KM \times sr^2 dr}{a^4 i} + \frac{P^1 - p^1}{i} \times \frac{sdr}{\sqrt{a^2 - r^2}}$, pour la valeur du petit angle LCl, qui eſt la diminution que reçoit l'angle RCL par l'augmentation de CR.

Quant à l'augmentation Ss de l'impulſion latérale CS, elle fait non-ſeulement augmenter l'impulſion abſolue $CL = i$; elle fait auſſi augmenter l'angle RCL. Nous trouvons pour l'augmentation de CL la petite quantité $\xi\lambda = \frac{2KM \times a^2 r - 3KM \times r^3}{a^4} + \frac{P \times Q + P^2 q}{a} \times \frac{sdr}{\sqrt{a^2 - r^2}}$, & ſi nous l'ajoutons avec $Zl = \frac{3KM \times r^2 dr \sqrt{a^2 - s^2}}{a^4} + \frac{P^1 - p^1}{a\sqrt{a^2 - r^2}} \times dr\sqrt{a^2 - s^2}$, nous aurons l'augmentation entiere de CL, $d(CL)$ ou $di = \frac{3KM \times r^2 dr \sqrt{a^2 - s^2}}{a^4} + \frac{2KM \times a^2 r - 3KM \times r^3}{a^4} \times \frac{sdr}{\sqrt{a^2 - r^2}} + \frac{P^1 \times Q + p^2 q}{a} \times \frac{sdr}{\sqrt{a^2 - r^2}} + \frac{P^1 - p^1}{a} \times \frac{dr\sqrt{a^2 - s^2}}{\sqrt{a^2 - r^2}}$.

Figure 110.

Nous aurons outre cela $L\lambda = \frac{2KM\times ar - \frac{3KM\times r^2}{a} + P^2\times Q + p^2 q}{a} \times \frac{dr\sqrt{a^2-s^2}}{\sqrt{a^2-r^2}}$; & $\frac{2KM\times ar - \frac{3KM\times r^2}{a} + P^2\times Q + p^2 q}{i} \times \frac{dr\sqrt{a^2-s^2}}{\sqrt{a^2-r^2}}$ pour le petit angle $LC\lambda$ dont Ss fait croître l'angle RCL; & comme nous avons trouvé précédemment l'angle $LCl = \frac{3KM\times r^2 s dr}{ai} + \frac{P^2-p^2}{i\sqrt{a^2-r^2}} \times s dr$ qui eſt en diminution ſur l'angle RCL, nous aurons, eu égard à tout, $\frac{2KM\times ar - \frac{3KM\times r^2}{a} + P^2 Q + p^2 q}{i} \times \frac{dr\sqrt{a^2-s^2}}{\sqrt{a^2-r^2}} - \frac{3KM\times r^2 s dr}{ai} - \frac{P^2+p^2}{i\sqrt{a^2-r^2}} \times s dr$ pour la différentielle complette de l'angle RCL, ou pour la valeur de $PCp - ICi$, dans la figure 115 ou dans la formule générale $t = \frac{2i}{di} \times \overline{PCp - ICi}$.

Ainſi il ne nous manque plus rien de ce qui doit entrer dans la formule générale de la tangente t de l'incidence la plus avantageuſe du vent. Nous venons de trouver la différentielle de l'angle RCL, & nous avions déja trouvé celle de CL ou de l'impulſion abſolue i. Nous trouvons en les employant $t =$

$$\frac{\left\{\begin{array}{l} 4KM\times ar - \frac{6KM\times r^2}{a} + 2P^2\times Q + 2p^2 q \times \frac{\sqrt{a^2-s^2}}{\sqrt{a^2-r^2}} \\ - \frac{6KM\times r^2 s}{a} - \frac{2P^2+2p^2}{\sqrt{a^2-r^2}} \times s \end{array}\right.}{\left\{\begin{array}{l} \frac{3KM\times r^2\sqrt{a^2-s^2}}{a^2} + \frac{P^2-p^2}{a} \times \frac{\sqrt{a^2-s^2}}{\sqrt{a^2-r^2}} + \frac{2KM\times a^2 r - 3KM\times r^3}{a^2} \\ \times \frac{s}{\sqrt{a^2-r^2}} + \frac{P^2\times Q + p^2 q}{a} \times \frac{s}{\sqrt{a^2-r^2}} \end{array}\right.}$$

$$= \frac{\left\{\begin{array}{l} 4KM\times a^2 r - 6KM\times ar^2 + 2a^2P^2\times Q + 2a^2 p^2 q \times \sqrt{a^2-s^2} \\ - 6KM\times ar^2 s\sqrt{a^2-r^2} - 2P^2 s + 2p^2 s \end{array}\right.}{\left\{\begin{array}{l} 3KM\times r^2\sqrt{a^2-r^2}\sqrt{a^2-s^2} + aP^2 - a^2\sqrt{a^2-s^2} + 2KM\times \\ a^2 rs - r^3 s + aP^2\times Qs + ap^2 qs \end{array}\right.},$$

qui nous donne la tangente t de l'angle d'incidence apparent du vent en grandeurs parfaitement connues. Figure 121.

On ſe ſouvient que a eſt le ſinus total, & le rayon des arcs AM, AF &c. Le ſinus variable de la dérive eſt déſigné par r; c'eſt le ſinus de l'arc FG; l'arc reſtant AG a p & q pour ſinus & pour co-ſinus, pendant que P & Q ſont les ſinus & co-ſinus de l'arc $OA = AM + QK = AM + FG$; enfin s eſt le ſinus de l'angle RCL, complément de l'angle que fait la voile avec la route.

Cette expreſſion de t peut s'abréger un peu en prenant les ſinus de la ſomme ou de la différence de quelques-uns des angles: nous laiſſons cet examen à la recherche des lecteurs. Mais ſi on fait diſparoître les flancs rectilignes MK & NF de la carene, en repréſentant, comme dans la figure 121, la carene entiere par deux ſegments de cercle ſéparés par leur corde commune AB qui ſervira de quille, nous aurons $t = \frac{2P^2 \times Q + 2p^2q \times a\sqrt{a^2 - s^2} - 2aP^2 \times s + 2ap^2s}{P^2 - p^2 \times \sqrt{a^2 - s^2} + P^2 \times Q \times s + p^2qs}$, dont nous croyons qu'on peut faire un grand uſage dans la pratique. Lorſqu'on donne une longueur finie aux flancs rectilignes de la carene fictice, on fait diminuer ſenſiblement la dérive. Mais l'aſſemblage de deux ſegments de cercle nous a paru ſuffiſant pour cet effet. C'eſt ce qui nous a déterminé à conſtruire la Table cinquieme, dans laquelle on trouvera les angles d'incidence les plus avantageux du vent pour trois différents ſegments de cercle. Nous avons ſuppoſé que les deux arcs formoient à la proue & à la poupe des angles curvilignes, de 55^d ou de 60^d ou de 65 degrés.

On parviendra à une expreſſion plus ſimple pour les routes les plus voiſines de la directe, ſi on fait attention que l'arc AO dont les ſinus & co-ſinus ſont P & Q, & l'arc AG dont les ſinus & co-ſinus ſont p & q, different l'un de l'autre du double de l'arc FG dont le ſinus r eſt alors très-petit. Cette remarque nous met en érat de voir

Figure 121. qu'on peut introduire $P - \frac{2Qr}{a}$ à la place de p, & $Q + \frac{2Pr}{a}$ à la place de q; ce qui nous donne $t = \frac{2a \times P \times Q - 4Q^2 \times r + 2P^2 \times r \times a\sqrt{a^2 - s^2} - 6P \times Q \times ars}{3P \times Q \times r\sqrt{a^2 - s^2} + a \times P \times Q \times s - 2Q^2 \times rs + P^2 \times rs}$, lorſqu'on néglige les termes multipliés par les puiſſances de r; & ſuppoſé que la dérive ſoit aſſez petite pour qu'on puiſſe même regarder r comme nulle par rapport aux autres ſinus qui entrent dans la formule, on aura $t = \frac{2a\sqrt{a^2 - s^2}}{s}$. Ainſi dans les routes peu différentes de la directe, la tangente de l'angle d'incidence apparent du vent eſt double de la tangente de l'angle LCS qui eſt égal à celui que fait la voile, non pas avec la quille, mais avec la route.

Nous pouvons par les mêmes ſubſtitutions ſimplifier le rapport entre les impulſions relatives, directe & latérale CR & CS; & nous trouverons $\frac{\frac{3}{4}a^2 - a^2Q + \frac{1}{4}Q^2}{P^2 \times Q} \times \frac{a^2}{r}$ pour la tangente de l'angle LCS. Il n'y a dans cette expreſſion algébrique que r de variable; & il ſuit de là que lorſqu'on a le vent preſque en poupe, les tangentes des angles formés par la voile & par les différentes routes ſont ſenſiblement en raiſon inverſe des ſinus r de la dérive.

On trouvera ces quantités toutes calculées dans notre cinquieme Table; & il n'y aura qu'à s'y conformer ſi on ſuit une route donnée; comme cela arrive preſque continuellement dans le cours de la Navigation. Mais il ne faudra pas ſe contenter de ſuivre cette ſeule regle, ſi on veut ſingler avec la plus grande de toutes les vîteſſes que peuvent fournir les diverſes routes, ou ſi on veut s'éloigner d'une ligne droite donnée de poſition: on ſera obligé, comme nous l'avons vu, de ſe conformer encore à une autre regle de plus dans chacun de ces deux autres cas.

TROISIEME SECTION.

De la diſpoſition la plus avantageuſe des Voiles dans les Navires qui en ont pluſieurs, & qui ſont ſujets à la dérive.

CHAPITRE PREMIER.

Remarques ſur l'effet des Voiles lorſqu'on en employe pluſieurs.

NOUS avons encore beſoin de nouvelles regles auſſitôt que le Navire a pluſieurs mâts & pluſieurs voiles qui ſe couvrent en partie les unes les autres. Nous ne regardons pas comme pluſieurs voiles, celles qui ſont ſur le même mât, les unes placées plus bas & les aurres plus haut : on peur les conſidérer comme une ſeule ſurface. Mais le Navire a preſque roujours pluſieurs mâts arborés en divers endroits de ſa longueur ou au-deſſus de différents points de ſa quille. Ce ſont les voiles ſoutenues par ces différents mâts, qu'il faut abſolument regarder comme différentes, parce qu'elles forment comme différents plans, & que celles de l'arriere dans une infinité de cas rendent en partie celles de l'avant inuriles. Lorſque les voiles forment comme un même plan, l'impulſion qu'elles reçoivent de la part du vent, eſt ſujette à changer, parce que le quarré du ſinus d'incidence ſe trouve plus petir ou plus grand, & que la vîteſſe apparente du vent ſouffre auſſi quelque variarion ; mais lorſqu'il y a pluſieurs voiles les unes au devant des autres, l'impulſion eſt ſujetre dans l'obliquité de routes à un autre changement, puiſque le vent frappe ſur une plus grande ou ſur une moin-

dre partie des voiles de l'avant. Le quarré du ſinus d'incidence augmente ou diminue, & la ſurface frappée change auſſi; ce qui nous oblige de faire entrer une nouvelle conſidération dans nos recherches.

Figure 123. La figure 123 nous repréſente un Navire qui a trois voiles les unes au devant des autres & paralleles entr'elles. La ſurface *EF* repréſentera ſi on veut les voiles du mât d'artimon, la ſurface *GH* les voiles du grand mât, & *LM* celle du mât de miſaine. Il eſt évident que ſi le vent apparent a pour direction des lignes paralleles à *VO* & à *V2Q*, toute la voile *EF* ſera expoſée au vent, de même que la partie *OH* de la voile du milieu, & la partie *QM* de la voile de l'avant. Mais il n'eſt pas moins clair que ces parties ſont variables par la différente obliquité de la route, & qu'on n'eſt donc pas toujours en droit de regarder la ſurface des voiles comme conſtante. On le peut dans les routes très-obliques, ou lorſqu'on va au *plus près*, parce que les voiles de l'arriere n'empêchent pas alors les voiles de l'avant d'être frappées par le vent dans toute l'étendue de leur ſurface. Ainſi les routes très-obliques ſe rapportent au cas que nous avons déja examiné: on peut alors en conſidérant le Navire comme s'il n'avoit qu'une ſeule voile, ſe ſervir des regles que nous avons déja données. Mais ce n'eſt pas la même choſe dans la diſpoſition repréſentée par la figure que nous avons actuellement ſous les yeux.

Heureuſement nous pouvons ſuppoſer pour ſimplifier le nouvel examen qu'il nous faut entreprendre, que le Navire n'a jamais que deux voiles; & il eſt facile de s'aſſurer que cette ſuppoſition eſt preſque toujours permiſe. Si dans la figure 123 on ſupprimoit la voile du milieu, l'impulſion, quant à ſa force, ſeroit toujours la même; car la partie *QP* de la voile de l'avant ſuppléeroit parfaitement à la partie *HO* de la voile du milieu. Il eſt vrai que ces deux diſpoſitions ne ſeroient pas abſolument équivalentes; la direction de l'impulſion du vent ne ſeroit pas la même, & elle ceſſeroit peut-être de ſe trouver directement oppoſée à l'impul-

ſion de l'eau ſur la proue ; mais la ſuppreſſion que nous faiſons de la voile du milieu n'eſt que mentale, & il nous eſt permis de la faire, puiſqu'il ne s'agit ici que de la grandeur de l'impulſion. Figure 123.

Nous pouvons faire pluſieurs autres changements aux voiles par la penſée, leſquels, ſans changer réellement l'état de la queſtion, contribueront à nous en rendre la ſolution plus facile. Nous pouvons, par exemple, retrancher par la penſée de la largeur de la voile LM vers M une certaine partie, & l'ajouter à la voile EF vers E ; la grandeur de l'impulſion ſera toujours la même, pourvu qu'on prenne certaines précautions que la figure fait aſſez ſentir. Il ne faut pas en effet que la partie retranchée de LM ſoit plus grande que QM; car la compenſation ſeroit trop forte lorſqu'on ajouteroit cette partie à la voile EF vers E. Il eſt encore plus évident qu'on peut élargir plus ou moins par la penſée les voiles GH & LM vers G & L ſans que cela tire à conſéquence ; mais il faut toujours ſe reſſouvenir que ces changements ont des limites. Si on attribuoit une trop grande largeur à GH vers G, la partie ajoutée ne ſeroit pas entiérement cachée par la voile de la poupe, & la grandeur de l'impulſion ne ſeroit plus la même.

Les voiles du grand mât ſont plus hautes que celles du mât de miſaine ; la différence eſt ſouvent d'une dixieme partie. Cet excès des voiles du grand mât eſt toujours ſujet à l'impulſion : rien ne peut le couvrir. Mais nous pouvons feindre que cet excès a été retranché, & qu'une ſurface exactement égale a été ajoutée à la largeur de la voile LM vers M, ou à la voile EF vers E, ou à la grande voile même GH vers G, lorſque l'artimon eſt ſerré, comme nous le ſuppoſerons déſormais toujours. Nous diminuerons par la penſée la hauteur de la grande voile, mais nous élargirons cette voile dans le même rapport.

On voit qu'il eſt toujours facile de réduire de cette ſorte toutes les voiles à deux, & de les rapporter à la même hauteur. Ces voiles ſont en trapèzes ; mais nous pouvons en former des rectangles en nous arrêtant à leur largeur

Figure 123. moyenne. Cette réduction eſt encore permiſe, parce que les côtés des trapèzes ont ſenſiblement la même inclinaiſon dans les voiles des deux mâts ; ils ſont à très-peu près paralleles ; ce qui eſt cauſe que lorſqu'on prend le vent plus obliquemen, tla partie des voiles de l'avant qui ſe découvre, a la même largeur partout, par en haut & par en bas.

Qu'il ſeroit très-avantageux de pouvoir élargir ou rétrecir les voiles du grand mât dans les routes obliques.

Tous les changements dont nous venons de parler, ne ſont que fictices ; mais, puiſque l'occaſion s'en préſente, nous ne ferons pas difficulté de dire qu'il ſeroit quelquefois très-à-propos, dans la pratique de la navigation, de pouvoir élargir ou rétrecir réellement les voiles. Si dans la figure 123 on ſupprime en tout ou en partie la portion OH de la grande voile, l'impulſion ſera toujours préciſément la même, quant à ſa force ; mais ce changement pourroit être avantageux en donnant une autre place à la direction de l'impulſion totale, ce qui corrigeroit le défaut de pluſieurs Navires qui ne gouvernent pas bien.

En ſupprimant la partie OH, le vent frapperoit ſur PQ ; mais la direction de l'impulſion ſur OH eſt NR, au lieu que la direction de l'effort ſur PQ eſt moins en dehors ou paſſe à moins de diſtance du centre de gravité commun du Navire, & eſt par conſéquent moins propre à le faire tourner vers la gauche ou vers bas-bord. Suppoſé donc qu'il fût néceſſaire de faire un uſage trop fréquent du gouvernail pour empêcher le Navire d'*arriver* ou d'éloigner ſa proue du vent, il y auroit un avantage réel à ſupprimer la partie OH de la grand-voile ; l'impulſion du vent, qui ſeroit toujours également forte, s'exerceroit enſuite dans une direction plus exactement oppoſée à la direction du choc de l'eau, & l'équilibre entre ces deux forces ſeroit plus parfait. On feroit tout le contraire

ſi le Navire, au lieu d'*arriver*, avoit trop de diſpoſition à venir au vent, on élargiroit la grand-voile vers *H*; & quoique la grandeur de l'impulſion reſtât la même, elle contrebalanceroit mieux l'impulſion de l'eau. Figure 123.

On eſt déja en poſſeſſion dans la Marine d'élargir quelquefois les voiles; mais on ne le fait que lorſqu'on veut augmenter la ſurface frappée, au lieu que nous ſouhaiterions qu'on ſe proposât un ſecond objet qui n'eſt pas moins important que le premier, celui de changer la diſtribution de l'impulſion du vent, ou de faire enſorte que ſa direction coupât la quille dans des points plus ou moins avancés vers la proue. Les grand-voiles coupées par le milieu que propoſoit M. de Radouay, avoient cet avantage. Il vouloit qu'on divisât la grand-voile en deux moitiés dont on pût ſe ſervir ſéparément ſelon l'occaſion. Il ſe préſenteroit peut-être encore quelques autres diſpoſitions qui ſeroient ſenſiblement équivalentes; mais c'eſt aux Manœuvriers de profeſſion à faire des eſſais ſur ce ſujet.

CHAPITRE II.

De la diſpoſition la plus avantageuſe pour ſuivre une route donnée lorſque le Navire a pluſieurs voiles.

NOUS ſuppoſerons d'abord qu'on peut négliger la dérive du Navire dans lequel on navigue. Cette ſuppoſition eſt preſque toujours permiſe lorſqu'il s'agit de routes obliques très-peu différentes de la directe. Les deux voiles ſont marquées par les deux paralleles *GH* & *LM* dans la figure 124, & *AB* eſt le Navire dont *A* eſt la proue. Nous ne nous propoſons pas de chercher immédiatement la diſpoſition qu'il faut donner aux voiles, nous conſidérons toujours le problême ſous un autre aſpect; Figure 124.

Figure 124. nous ſuppoſons qu'on ſuit la route CI, pendant que les voiles ſont, avec la quille, l'angle exprimé dans notre figure, & nous cherchons l'angle d'incidence convenable VQM que la direction apparente du vent doit faire avec les voiles; ce qui nous mettra en état de reconnoître en mer, lorſque nous ferons une route, ſi nous aurons réuſſi à placer réellement le Vaiſſeau & les voiles dans la diſpoſition la plus avantageuſe par rapport au vent.

La voile GH ayant plus de hauteur que la voile LM, je commence à diminuer de ſa hauteur par la penſée, & je l'élargis dans le même rapport, pour gagner ſur une dimenſion ce que je perds ſur l'autre. Il faudroit élargir la voile GH par le côté G; mais, au lieu de faire ce changement à la voile GH, j'en fais un équivalent par la penſée à la voile LM, en imaginant qu'elle s'étend juſqu'en R. Je joins par la droite HR les deux extrêmités H & R, & tirant CZ parallélement à HR, j'ai le point Z pour le milieu de la miſaine fictice que je puis prolonger ſans conſéquence vers L, autant qu'il eſt néceſſaire pour que le point Z ſoit le milieu de cette voile. Je conduis après cela deux perpendiculaires aux voiles, l'une HE qui parte de l'extrêmité H de la grand-voile, & l'autre FK qui paſſe par le milieu de cette même grand-voile. On prendra enſuite ſa largeur GH, qu'on portera depuis E juſqu'en K; & ayant déterminé le point K, on tirera KR juſqu'à l'extrêmité R de la miſaine fictice, & on décrira du même point K pris pour centre, l'arc ES. En tranſportant enfin SR en EQ, on aura le point Q où la direction apparente du vent VQ, qui paſſe par le côté H de la grand-voile, doit venir frapper la miſaine LM.

Cette conſtruction peut s'exécuter très-aiſément par le moyen d'une figure, & on peut la réduire au calcul avec la même facilité. CT eſt la diſtance d'un mât à l'autre, & on peut trouver CF & FT en réſolvant le triangle CFT rectangle en F, dont on connoît l'hypothénuſe CT & l'angle CTL, que font les voiles avec la quille. Au lieu de réſoudre ce triangle CFT, on pourroit prendre

la meſure de ſes côtés par une opération actuelle. On ajoutera enſuite *MR* & *TF* à la demi-largeur *TM* de la miſaine réelle; on aura en tout *FR*. On n'aura plus après cela qu'à chercher l'hypothénuſe du triangle rectangle *KFR*, dont nous venons de trouver le côté *FR* & dont l'autre côté *FK* a pour quarré les trois quarts du quarré de la largeur de la grand-voile. Ayant *KR*, on en retranchera la largeur de la grand-voile, & il nous reſtera *SR* pour la quantité *EQ*, dont le vent doit frapper la miſaine en dedans du point *E* où tombe la perpendiculaire *HE*. Figure 114.

Si au lieu d'employer le calcul précédent, on vouloit conſtruire le problême par une opération faite en grand ſur le Vaiſſeau même, la choſe ſeroit ſouvent très-poſſible. Le triangle *KFE* étant rectangle en *F*, & les angles en *K* & en *E* étant de 30^{d} & de 60, puiſque *KE* eſt double de *FE*, il n'y auroit qu'une analogie à faire pour déterminer *KF*; le ſinus total eſt à la largeur *KE* de la grand-voile, comme le ſinus de 60^{d} eſt à *KF*. Ayant trouvé *KF*, la longueur de cette ligne ſerviroit dans tous les cas; ce ſeroit un nombre conſtant de pieds, dont il faudroit ſe ſouvenir tant qu'on navigueroit dans le même Vaiſſeau. On ôteroit de ce nombre la diſtance perpendiculaire d'une voile à l'autre dans chaque route particuliere, & on auroit la quantité *KC*, dont le point *K* eſt éloigné du milieu *C* de la grand-voile. Il ne reſteroit plus après cela qu'à meſurer avec un fil la ligne *KR* dont on ôteroit la largeur de la grand-voile, & on auroit *SR* qui donneroit la grandeur de *EQ*.

Suppoſé qu'on trouvât trop de difficulté à meſurer *KR*; on n'auroit quelquefois qu'à tranſporter le point *K* en *k* en le faiſant répondre perpendiculairement à l'extrêmité *G* de la grand-voile, & meſurant la diſtance de ce point *k* au centre *Z* de la miſaine fictice, ce ſeroit préciſément la même choſe que ſi on meſuroit *KR*. Le point *Z* eſt toujours également éloigné du mât de miſaine dans le même Vaiſſeau. Car *TZ* eſt l'excès de la demi-largeur de la grand-voile ſur *TR* qui eſt conſtante.

Figure 124. Nous ne devons pas manquer d'avertir qu'il pourra quelquefois arriver dans les routes très-peu obliques que le point *Q* tombe en dehors du point *M*. Alors il ſeroit inutile & même déſavantageux de donner aux voiles & au Navire par rapport au vent, la diſpoſition indiquée par notre conſtruction. Nous nous propoſons, dans cette Section, de tirer le plus grand avantage poſſible de la miſaine, pendant que nous faiſons la route propoſée *CI*. Mais ſi, malgré l'obliquité avec laquelle nous prenons le vent de côté, la miſaine n'eſt pas frappée, & qu'elle ſoit totalement couverte par la voile *GH*, c'eſt une marque qu'on ne doit ſe ſervir que de cette derniere voile. Ainſi, notre Navire étant ſuppoſé exempt de dérive, il faudroit que la tangente de l'angle d'incidence apparent du vent fût double de la tangente de l'angle que fait la voile avec la quille, comme nous l'avons démontré dans la premiere Section de ce troiſieme Livre.

CHAPITRE III.

Uſages de la ſixieme & ſeptieme Tables de la fin de ce Traité, qui indiquent conformément à la conſtruction qu'on vient d'expliquer, les diſpoſitions les plus avantageuſes des Voiles, par rapport au Navire & par rapport au vent.

QUOIQUE les opérations que nous venons d'indiquer ne ſoient pas difficiles, nous avons voulu néanmoins en épargner le travail aux Navigateurs. Nous avons mis entre les largeurs des voiles & la diſtance d'un mât à l'autre, le rapport qu'on y met le plus ordinairement dans la Marine; nous avons fait les réductions indiquées ci-devant, & cherché, par le calcul trigonométrique, l'angle d'inci-

dence apparent du vent, qui convient pour chaque angle que les voiles peuvent faire avec la quille. Ce calcul a été répété pour tous les angles des voiles & de la quille, qui different les uns des autres de $2\frac{1}{2}$ degrés, & nous avons de cette ſorte conſtruit une table qu'on verra à la fin de ce Livre, & qui eſt la ſixieme. Que le Navire ſoit bon ou mauvais voilier, qu'il prenne une grande ou une petite partie de la vîteſſe du vent, la Table marquera toujours également la relation qu'il faut mettre entre la ſituation des voiles & l'angle d'incidence apparent du vent, pourvu que le Navire ne ſoit ſujet à aucune dérive. Mais nous avons ſuppoſé enſuite que le Navire prenoit le quart de la vîteſſe du vent dans la route directe; nous avons calculé en conſéquence les vîteſſes du Navire, celles du vent apparent, & l'angle que font entr'elles les deux directions du vent, la réelle & l'apparente. Nous avons employé à peu-près pour cela les mêmes procédés que dans le Chapitre III de la premiere Section. Il eſt évident que ces autres parties de notre Table n'auront pas une application auſſi générale que la premiere, ou que les deux premieres colonnes. Les angles, par exemple, entre les deux directions du vent, ne ſont tels qu'à cauſe de la ſuppoſition que nous avons faite touchant la vîteſſe du ſillage; au lieu que ſi cette vîteſſe étoit ſi petite qu'on pût négliger la différence qu'elle apporte à l'action du vent, l'angle entre les deux directions diſparoîtroit.

En comparant cette nouvelle Table avec celle que nous avons déja donnée pour les Navires qui n'ont qu'une voile, on verra qu'elles ne different que très-peu l'une de l'autre ſur l'incidence du vent dans les routes qui approchent beaucoup de la directe. Si les voiles ſont, par exemple, un angle de 80^d avec la quille, l'angle d'incidence apparent du vent doit être de $84^d\ 58^m$, lorſque le Navire n'a qu'une voile; au lieu que s'il en a deux, l'angle d'incidence doit être de $84^d\ 29^m$. La raiſon de cette eſpece de conformité s'apperçoit aiſément, en jettant les yeux ſur la figure 124. Lorſque les routes ſont très-peu Figure 124.

Figure 114. obliques, *ER* eſt très-petite & *SR* en eſt ſenſiblement la moitié, parce que l'arc de cercle *ES* eſt preſque une ligne droite, & que le triangle mixtiligne *ESR* devient ſenſiblement un triangle rectiligne rectangle en *S*, dont l'angle *SER* eſt de 30 d. Ainſi *ER* eſt alors à peu-près double de *EQ*. Les angles *RHE* & *QHE* ont ſenſiblement leur tangente dans le rapport de 2 à 1, & leurs tangentes de complément ſont auſſi dans le même rapport, mais inverſement. C'eſt-à-dire, que la tangente de l'angle d'incidence *HQR* eſt preſque double de la tangente de l'angle *HRE* qui eſt à très-peu près égal à celui que les voiles font avec la quille, parce que *HR* & *CT* ſont ſenſiblement paralleles.

Mais auſſi-tôt que les routes ſont conſidérablement obliques, les deux Tables ne s'accordent plus, & l'angle d'incidence apparent du vent le plus avantageux, devient ſenſiblement plus petit lorſqu'il y a deux voiles. Si elles ſont, par exemple, un angle de 40 d avec la quille, l'angle d'incidence doit être de 51 d 45 m pour deux voiles; au lieu que s'il n'y en avoit qu'une, il faudroit que l'angle d'incidence fût de 59 d 13 m. En général, il faut prendre le vent plus obliquement lorſqu'on a deux voiles, que lorſqu'on n'en a qu'une; parce que ſi on perd de l'impulſion par la diminution de l'angle d'incidence, on gagne davantage juſqu'à un certain point par l'augmentation de la ſurface frappée.

Cependant les deux tables redeviennent conformes quant à l'angle d'incidence du vent, lorſqu'on paſſe à des routes encore plus obliques. Alors les voiles de l'arriere ceſſent de couvrir celles de l'avant, & la pluralité des voiles n'empêche pas qu'on ne puiſſe les conſidérer toutes comme une ſeule voile. Ainſi la tangente de l'incidence apparente doit être alors double de celle de l'angle formé par les voiles & par la quille, comme le ſavent tous nos lecteurs.

J'ai marqué ces différences dans la ſeptieme Table. On y voit, que lorſqu'il y a deux voiles, & qu'elles ſont

preſque perpendiculaires à la quille, il ne faut prendre le vent guere plus obliquement que lorſqu'on n'a qu'une voile. Plus enſuite on rend aigu l'angle des voiles & de la quille, plus il faut prendre le vent obliquement ſi on a deux voiles. Mais la différence ceſſe tout-à-coup, auſſitôt que les voiles ne font plus avec la quille qu'un angle d'environ 37½ degrés, nous en avons donné la raiſon: les voiles de l'arriere n'empêchent plus l'effet de celles de l'avant.

De la maniere d'appliquer à tous les Navires les recherches précédentes.

ON s'expoſeroit à ſe tromper extrêmement, ſi on vouloit appliquer ſans diſtinction à tous les Vaiſſeaux les Tables calculées pour les Navires dont on peut négliger la dérive. La figure particuliere de la carene change la loi que ſuivent les impulſions de l'eau qui tombent ſur des directions différentes, & l'angle d'incidence apparent du vent le plus convenable, n'eſt pas le même pour un Navire que pour un autre: cet angle doit avoir une certaine grandeur pour chaque figure de la carene. La Table qui marque la diſpoſition de la voile pour le Navire ſans dérive, lorſqu'il n'a qu'une voile, ne convient donc point aux Navires actuels qui ont preſque toujours quelque dérive. Mais on peut ſoupçonner que la figure de la carene n'influe pas également ſur la diminution particuliere qu'il faut faire ſubir à l'angle d'incidence du vent, lorſqu'on donne deux voiles au Navire, qui n'en avoit d'abord qu'une. La figure de la carene a déja rendu différente l'incidence du vent pour la voile unique. Ainſi, lorſqu'il s'agit après cela de la quantité dont il faut diminuer l'angle d'incidence à cauſe des deux voiles, la figure de la carene doit influer beaucoup moins.

Si cette conjecture eſt bien fondée, nous pouvons nous ſervir pour tous les Vaiſſeaux, de notre ſeptieme Table qui marque les différences des angles d'incidence. S'il s'agit

d'un Bâtiment qu'on puiſſe rapporter à un parallélipipede rectangle, 16 fois plus long que large; que ce Bâtiment n'ait qu'une voile, & qu'elle faſſe, avec la quille, un angle de 45^{d}, la direction apparente du vent doit faire avec la voile un angle de $60^{d}\ 1^{m}$, comme on le voit dans les Tables 3 & 4, & comme on le trouve par les regles que nous avons établies. La détermination de cet angle dépend entiérement de la figure de la carene & lui eſt propre; elle en eſt affectée autant qu'il eſt poſſible. Mais ſi on donne deux voiles au même Navire, en les réglant ſur les proportions qui ſont en uſage, la figure du Navire ne doit pas altérer également la petite quantité dont il faudra diminuer l'angle d'incidence apparent du vent. Nous pourrons donc employer la diminution que nous avons trouvée pour le Navire qui n'éprouve point de dérive. Cette diminution, ſelon la ſeptieme Table eſt de $6^{d}\ 33^{m}$; qui étant ôtée de $60^{d}\ 1^{m}$ nous donne $53^{d}\ 28^{m}$ pour l'angle d'incidence apparent du vent, lorſqu'il y a deux voiles & qu'elles font un angle de 45^{d} avec la quille.

Nous ne propoſons cette méthode que comme une approximation dont on pourra ſe contenter dans la pratique; mais nous ſommes perſuadés qu'elle ne jettera jamais dans aucune erreur ſenſible. Les lecteurs qui nous ſuivront pourront s'en aſſurer par eux-mêmes; car nous donnerons dans le Chapitre VII. la méthode générale de réſoudre le problême qui vient de nous occuper.

CHAPITRE

CHAPITRE IV.

Suite des deux Chapitres précédents. Remarques ſur les vîteſſes du Navire qui eſt pouſſé par pluſieurs voiles : uſage des Tables qui ſont à la fin de ce Livre.

I.

L'USAGE que nous donnons aux Tables conſtruites pour le Navire qui eſt exempt de dérive, mais qui eſt pouſſé par pluſieurs voiles, nous invite à conſidérer un peu plus attentivement les vîteſſes qu'il prend dans ſes différentes routes. *VCA* dans la figure 125 eſt la direction abſolue du vent; le Navire part du point *C*, & lorſqu'il cingle exactement vent en poupe il parvient en *A*, en parcourant un eſpace *CA* que nous avons rendu le quart de la vîteſſe abſolue du vent. Si au lieu de le faire ſuivre cette route, on le fait marcher ſur toute autre direction, en faiſant en ſorte que ſes voiles ſoient diſpoſées de la maniere la plus avantageuſe ou conforme à la ſixieme Table, le Navire parviendra au point *D*, ou *E*, ou *F*, &c. & tous ces points formeront la courbe *ADHC*. Si l'on court de l'autre côté ou ſur l'autre bord; ſi on préſente au vent le flanc gauche du Navire ou de bas-bord, au lieu de lui préſenter le flanc de ſtribord, on aura l'autre moitié de courbe *AE2G2C* parfaitement égale à la premiere. Figure 125.

Les deux moitiés de cette courbe qui peut recevoir le nom de déterminatrice des vîteſſes du Navire, forment un angle en *A* ou une eſpece de point de rebrouſſement: chaque partie de la courbe fait en *A* avec l'axe *CA* ou la direction réelle du vent, un angle dont la tangente eſt égale au double de la largeur de la grand-voile réduite,

Figure 125. pendant que la distance d'un mât à l'autre est prise pour sinus total. Cet angle est ici d'environ $69^d\,27^m$; de sorte que l'angle total que font les deux parties de la courbe dans l'ombilic *A* est d'environ $138^d\,54^m$. En *C* il y a un vrai point de rebroussement, les deux moitiés de la courbe viennent s'y rencontrer en s'y touchant.

La perpendiculaire *G2CG* à la direction réelle du vent sépare les routes qui font gagner au vent, de celles qui portent sous le vent. Ces dernieres, comme on le sait, & comme on le voit, sont en plus grand nombre que les autres. Les deux routes *CE* & *CE2* portent également sous le vent que la directe *CA*; elles font un angle d'environ $29^d\,11^m$ avec *CA*: mais ce qui est très-remarquable, on peut suivre deux autres routes *CD* ou *CD2* également éloignées de *CA*, lesquelles portent beaucoup plus sous le vent que la route directe. Ces deux routes *CD* & *CD2* font avec la direction réelle du vent un angle d'environ $14^d\,20^m$, & il suit de là que la pluralité des voiles donne aux Navires une propriété dont ils ne jouissent pas lorsqu'ils n'ont qu'une voile. On perd toujours dans ces derniers lorsqu'on substitue à la route directe deux routes un peu obliques consécutives, comme nous l'avons fait voir sur les figures 109 & 110: au lieu que ce n'est pas la même chose dans le Navire poussé par plusieurs voiles. Supposé que la roure qu'on se propose de faire tombe exactement sur la direction réelle du vent, il est moins avantageux de la suivre, que d'embrasser successivement deux routes dont l'obliquité soit de $14^d\,20'$, mais de différents côtés de la direction absolue du vent.

Nous avions remarqué dans la premiere Section, que les Navires qui n'ont qu'une voile peuvent cingler mieux dans une route d'une certaine obliquité, que dans la route directe. En cinglant obliquement, ils rendent inutile par leur fuite une moindre partie de la vîtesse du vent. Cette propriété doit être encore plus marquée dans le Navire qui porte deux voiles, parce que l'obliquité de la route, fait que la misaine prend plus de part à l'impul-

ſion. Auſſi notre ſixieme Table nous apprend-elle, que le Navire qui ne prend que 100 degrés de vîteſſe dans la route directe, en a preſque 118 dans les routes CF & $CF2$, qui ſont avec CA un angle d'environ $47^{d}\ 8^{m}$. Ces vîteſſes ſont des *maximum maximorum*, qu'on obtient en obſervant la regle ou conſtruction expliquée dans le Chapitre précédent, & en ſe conformant outre cela à une autre regle que nous indiquerons dans un inſtant, & que nous démontrerons dans la ſuite. Figure 125.

II.

Quant à la route CH ou $CH2$ qui conduit vers le vent le plus qu'il eſt poſſible, elle feroit un angle ACH de $126^{d}\ 40^{m}$ avec CA ou de $53^{d}\ 20^{m}$ avec CV, s'il étoit poſſible de donner aux voiles une ſituation aſſez oblique par rapport à la quille, pour que l'angle fût réellement de $16^{d}\ 40^{m}$. On eſt gêné lorſqu'on oriente les voiles très-obliquement, comme nous l'avons déja fait remarquer; & ſi on ne leur donne qu'une obliquité de 25^{d}, l'angle ACH ne ſera que de $122^{d}\ 30'$ ou l'angle HCV de $57^{d}\ 30^{m}$, & on gagnera environ une 16me partie moins au vent que dans la diſpoſition parfaite. Au ſurplus nous n'avons rien à ajouter à ce que nous avons déja dit ſur ce ſujet; car dans ces routes dont l'obliquité eſt ſi grande, le Navire doit être conſidéré comme s'il n'avoit qu'une ſeule voile.

Mais la pluralité des mâts nous fournit une ſingularité très-remarquable, lorſqu'il s'agit de s'éloigner d'une côte ou de toute ligne droite donnée de poſition comme CL, & que cette côte fait, avec la direction abſolue CA du vent, un angle ACL qui n'eſt pas au deſſous de $69^{d}\ 27^{m}$. Alors il y a un plus grand nombre de points dans la courbe $CBAB2$ dont les diſtances à la ligne LC ſont des *maximum*. On voit ceci très-clairement ſur la figure. La déterminatrice $CBAB2$ des vîteſſes du ſillage eſt parallele en deux endroits & même en quatre à la droite CL. On s'éloignera de cette droite le plus

Figure 125. qu'il ſera poſſible en ſe rendant en *M* ou en *M2*, ou bien, ſi en cinglant au plus près, on ſe rend en *m* ou en *m2*. Au lieu de quatre *maximum* il n'y en aura plus que trois, ſi l'angle *ACL* eſt de moins de $69^{d}\ 27^{m}$, parce qu'il n'y aura plus alors vers *2M* de partie de la courbe qui ſoit parallele à la droite *CL*.

III.

Nous avons ajouté à nos autres Tables la huitieme qui marque les diſpoſitions les plus avantageuſes pour s'éloigner d'une ligne donnée de poſition. Il eſt facile de juger, que lorſque le Navire a pluſieurs voiles, & qu'elles ſe couvrent en partie, l'angle que fait la route avec la droite dont on veut s'éloigner, ne doit plus être égal à l'angle formé par la direction abſolue du vent & par la voile, comme lorſqu'il n'y avoit qu'une voile; on ne peut même trouver la grandeur que doit avoir cet angle que par une opération aſſez longue. Mais la méthode que nous employerons ſera applicable à tous les Vaiſſeaux; outre cela nous croyons que notre huitieme Table ſera d'un uſage abſolument général, pourvu qu'on ait égard à quelques corrections qui ſe préſentent aſſez naturellement.

Un exemple éclaircira aiſément ce que nous voulons dire. Nous ſommes en mer, nous travaillons à nous éloigner d'une ligne droite donnée de poſition; nous voulons nous écarter d'une côte, ou bien nous voulons couper le chemin à un autre Navire; il faut pour cela nous éloigner, le plus qu'il eſt poſſible, de la ligne droite tirée d'un Navire à l'autre dans leur premiere poſition, & il s'agit pour nous de ſavoir ſi nous avons tout bien diſpoſé pour cet effet. Nous meſurons d'abord l'angle que font les voiles avec la quille; nous le trouvons par exemple de 60^{d}, il faudroit que l'angle d'incidence apparent du vent fût, ſelon la 8me Table, de $70^{d}\ 25^{m}$, ſi nous étions dans un Navire exempt de dérive; mais nous ne pouvons pas nous ſervir de cet angle ſans y faire quelque correction.

Supposé que le Navire, dans lequel nous nous trouvons, puisse se rapporter à un parallélipipede rectangle seize fois plus long que large, l'angle d'incidence apparent du vent seroit de $72^d\ 30^m$ selon la troisieme ou quatrieme Table, s'il n'y avoit qu'une seule voile; j'en retranche $3^d\ 29^m$, parce que notre Navire a deux voiles, ce qui me donne $69^d\ 1^m$ pour l'angle d'incidence apparent. Cet angle est moindre de $1^d\ 24^m$ que celui qui est marqué dans notre derniere Table, laquelle convient au Navire exempt de dérive. Je retranche donc cette même quantité $1^d\ 24^m$ de $84^d\ 29^m$, indiqués dans la même Table pour l'angle que doit faire la route avec la ligne droite dont on veut s'éloigner: il vient $83^d\ 5^m$, & c'est l'angle qu'il faut que fasse, non pas la quille, mais la route avec la ligne droite, ou la côte dont on se propose de s'écarter le plus qu'il est possible.

CHAPITRE V.

Reconnoître par une construction géométrique si les Voiles sont bien orientées & le Navire bien disposé: 1°. lorsqu'on veut s'éloigner d'une ligne droite donnée de position; 2°. lorsqu'on veut courir avec la plus grande de toutes les vîtesses.

NOUS ne recommandons aux lecteurs l'usage de la huitieme Table, que pour leur épargner la peine d'employer l'opération que nous allons indiquer, qui est applicable à tous les Vaisseaux. Les voiles sont orientées, par rapport au Navire, de la maniere représentée dans la figure 126; la ligne VG est parallele à la direction absolue du vent, la direction apparente est uG, & nous voulons trouver quel gissement il faut qu'ait une ligne Figure 126.

Figure 126. droite ou une côte, pour que la quantité, dont on s'en éloigne, ſoit un *maximum*. Je prolonge la voile *ML* juſqu'à la rencontre *D* de la direction apparente *uG* du vent. Du point *D* j'éleve une perpendiculaire *DK* aux voiles juſqu'à la rencontre *K* de la direction abſolue *VG* du vent. Je prends le milieu *N* de *DK*, & je tire du point *N* une parallele *Nm* aux voiles. J'éleve au point *G* une perpendiculaire *GQ* à la direction réelle du vent; & ayant diviſé *DQ* par la moitié en *O*, j'éleve la petite perpendiculaire *OP* aux voiles juſqu'à la ligne *Nm*.

Enfin j'éleve à l'extrêmité *M* de la voile *LM* une perpendiculaire *MV*; du point *V* je conduis une ligne droite juſqu'au point *P*, & j'ai l'angle *VPm* pour l'angle requis, c'eſt-à-dire que toutes les diſpoſitions repréſentées dans la fig. 126 ſont les plus avantageuſes pour s'éloigner d'une ligne droite qui fait, avec la route *CI*, un angle égal à l'angle *VPm*.

Cette conſtruction étant générale doit comprendre le cas dans lequel le Navire n'a qu'une voile. Si nous rapprochons aſſez les deux voiles *GH* & *LM* l'une de l'autre pour qu'elles ſe confondent, ce ſera la même choſe que ſi le Navire n'en avoit qu'une. Alors les points *D*, *K* & *Q* ſe confondront avec le point *G*, de même que les points *O* & *P*; & l'angle *VPm* ſe changera dans l'angle *VGH* formé par la direction abſolue du vent & de la voile. Ainſi notre conſtruction s'accorde parfaitement avec la regle que nous avons déja donnée pour les Navires qui n'ont qu'une voile.

Diſtinguer celle de toutes les routes qui rend le ſillage le plus rapide, dans un Navire qui a pluſieurs Voiles.

Nous avons fait voir dans les Chapitres VII & VIII de la premiere Section, qu'il falloit remplir deux différentes conditions ou obſerver deux différentes regles, lorſqu'avec une ſeule voile, on vouloit choiſir la route

ſur laquelle on cingle avec la plus grande de toutes les vîteſſes. C'eſt encore la même choſe lorſque le Navire a pluſieurs mâts. La conſtruction de la fig. 124 nous donne, pour le Navire exempt de dérive, l'angle d'incidence apparent du vent qui convient à la diſpoſition actuelle des voiles; mais rien ne nous aſſure que les voiles ne puiſſent être mieux diſpoſées. Il nous faut, pour le reconnoître, avoir recours à un autre examen; il faut voir, ſi en laiſſant les voiles dans la même diſpoſition, l'impulſion qu'elles reçoivent, qui eſt un plus grand relativement à la route, eſt en même temps un *maximum* abſolu.

Voici donc à quoi ſe réduit le problême dont nous allons donner la conſtruction, & dont nous ferons ſuivre la démonſtration. Lorſque les voiles ſont diſpoſées par rapport à la quille, & qu'on a pris le vent avec l'obliquité convenable, conformément à la méthode indiquée dans le Chapitre II, il s'agit de reconnoître ſi la ſituation qu'on a donnée au Navire, rend l'impulſion du vent la plus grande qu'il eſt poſſible. S'il n'y avoit qu'une voile, il faudroit qu'elle ſe trouvât ſituée perpendiculairement à la direction abſolue du vent, comme on l'a vu dans le Chapitre VII de la premiere Section de ce troiſieme Livre; mais ce n'eſt pas ici la même choſe, parce qu'en recevant le vent un peu obliquement, on rend utile une plus grande partie de la voile de la proue, ce qui fait augmenter l'impulſion.

Je réduis les deux voiles GH & LM (*fig.* 127.) à des rectangles de même hauteur, en ajoutant à la voile LM la partie MR pour tenir lieu de l'excès d'étendue qu'a la voile GH en hauteur. Du point G je tire une diagonale GR juſqu'au point R. J'éleve en ce point R une perpendiculaire RN à cette diagonale. Je trouve la longueur qu'il faut donner à cette perpendiculaire en abaiſſant du point H la perpendiculaire HE ſur la voile LM; & en faiſant l'angle KHE égal à celui que forment entre elles les deux directions du vent, la réelle & l'apparente. J'ai KE pour la longueur de la perpendiculaire RN. Du Figure 127.

Figure 127. point *N*, comme centre, je décris l'arc de cercle *RO*; & enfin tirant par les points *G* & *N* la ligne *GO*, elle me marque la largeur des voiles que le vent apparent doit frapper. Ainſi, ſuppoſé qu'on retranche ſur *GO* la partie *GP* égale à *GH*, il reſtera *PO* pour la partie *RQ* de la voile réduite *LR* qui doit être découverte par le vent, pour que l'impulſion totale ſur les deux voiles ſoit un *maximum* abſolu. Cette conſtruction s'applique à tous les Navires. Mais ſi elle s'accorde avec l'opération de la figure 124 à donner la même largeur *RQ* à la partie de la voile de la proue frappée par le vent, le navire doit cingler avec la plus grande de toutes les vîteſſes.

CHAPITRE VI.

Démonſtration de la derniere Pratique expliquée dans le Chapitre précédent, pour rendre l'impulſion du vent ſur les Voiles la plus grande qu'il eſt poſſible, ou Calcul analytique dont cette Pratique eſt tirée.

Nous ne pouvons pas nous diſpenſer de donner la démonſtration des conſtructions que nous venons d'expliquer. Nous commencerons par la derniere; mais au lieu de la démontrer ſynthétiquement, nous expliquerons la route que nous avons ſuivie pour la découvrir. La ſituation des voiles, par rapport au Navire, étant donnée, il s'agit de déterminer l'obliquité avec laquelle il faut recevoir le vent, pour que l'impulſion ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible.

I.

Nous ſuppoſerons d'abord que la vîteſſe du vent eſt comme infinie, lorſqu'on la compare à celle du Navire.

Les

Les voiles *GH* & *LR* (*fig.* 128) font un angle donné avec la quille, & nous voulons découvrir la ſituation que nous devons donner au Navire par rapport au vent dont *VQ* eſt la direction, pour que l'impulſion que reçoivent les voiles ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible. Figure 128.

Après avoir abaiſſé la perpendiculaire *HE* de l'extrêmité *H* de la grand-voile ſur la miſaine *LR*, nous décrivons ſur cette perpendiculaire, comme diametre, un demi-cercle *HSE* qui nous fournira la meſure des angles d'incidence. Ces angles, lorſqu'on prend la perpendiculaire *HE* pour ſinus total, ont les cordes comme *HS* pour ſinus droits, car les angles d'incidence *HQE* ſont égaux aux angles *HES*. Nous avons beſoin après cela des quarrés des lignes *HS*, puiſque les impulſions des fluides ſont proportionnelles aux quarrés des ſinus d'incidence. Mais *HE* eſt à *HS* comme *HS* eſt à *HT*; ainſi les quarrés des *HS* ſont égaux à *HE* multiplié par *HT*, & ils ſont donc proportionnels à *HT*.

Cela ſuppoſé, je tranſporte la largeur *GH* de la grand-voile en *RF*; & j'ai *FQ* pour toute l'étendue de la ſurface qui eſt frappée par le vent lorſque *VQ* eſt ſa direction. Il nous faut après cela multiplier l'étendue *FQ* de la ſurface par *HT*, & c'eſt ce que nous exécuterons très-aiſément en tirant *HF* & en conſidérant que *HE* : *FQ* :: *HT* : *NS*; car *NS* ſera égale au produit de *FQ* par *HT* diviſé par *HE*; & comme la perpendiculaire *HE* eſt conſtante, il s'enſuit que *NS* eſt proportionnelle au produit de *FQ* par *HT* qui tient lieu de quarré du ſinus d'incidence. Ainſi *NS* repréſente la grandeur de l'impulſion lorſque *VQ* eſt la direction du vent. Si cette direction étoit *uq* & coupoit le demi-cercle *HSE* en quelqu'autre point *s*, il n'y auroit de même qu'à tirer une parallele *sn* aux voiles juſqu'à la rencontre de *HF*; & cette parallele exprimeroit également la grandeur de l'impulſion pour cette direction *uq* du vent.

Nous n'avons donc, pour choiſir la direction du vent qui rend l'impulſion la plus grande, qu'à prendre le point

Figure 128. *S* où la circonférence du demi-cercle eſt exactement parallele à *HF*. Lorſque le vent frappe les deux voiles perpendiculairement, & que *HE* eſt ſa direction, l'impulſion eſt repréſentée par *FE*. Cette impulſion devient plus grande lorſqu'on reçoit le vent un peu plus obliquement; *NS* eſt plus grande que *FE*; mais ſi on reçoit le vent encore plus obliquement, l'impulſion diminue; elle devient *ns*, & à la fin elle ſe réduiroit à rien. Le *maximum* en un mot eſt indiqué par le point *S* où le demi-cercle eſt parallele à *HF*, de même qu'à la diagonale *GR* tirée de l'extrêmité la plus éloignée *G* de la grand-voile à l'extrêmité *R* de la miſaine qui eſt vers le vent. Mais il ſuit de là que le rayon *DS* eſt perpendiculaire à *HF* & à la diagonale *GR*, de même que *DE* eſt perpendiculaire à *GH* & *ES* à *HQ*.

Les trois côtés du triangle *HGP* ſont donc perpendiculaires aux trois côtés du triangle *EDS*. Ces deux triangles ſont ſemblables & iſoſcelles, le côté *GP* eſt égal à *GH*; & comme le triangle *PRQ* eſt auſſi iſoſcelle, à cauſe du paralléliſme des deux voiles, il s'enſuit que la ſomme des largeurs frappées des deux voiles, ſavoir *GH* + *RQ* eſt exactement égale à la diagonale *GR*.

Ainſi nous avons un moyen tout-à-fait ſimple pour déterminer l'incidence du vent la plus avantageuſe, lorſque la ſituation des voiles eſt donnée par rapport au Navire, & qu'on peut regarder la vîteſſe du vent comme infinie, nous n'avons qu'à tranſporter la largeur *GH* de la grand-voile en *GP* ſur la diagonale *GR*, & le reſte *PR* nous marquera la largeur de la partie *QR* de la voile de devant que le vent doit frapper.

II.

Le problême eſt beaucoup plus difficile lorſqu'on a égard à la diſtinction qu'il faut mettre preſque toujours entre les deux différentes directions du vent, la réelle & Figure 127. l'apparente. Nous repaſſons à la figure 127, dans laquelle

nous nommons a la largeur totale des voiles frappées par un vent perpendiculaire, c'eſt-à-dire, que $a = GH + ER$: nous déſignons en même temps par e la diſtance perpendiculaire HE d'une voile à l'autre; le Navire parcourt la ligne CI en même temps que le vent parcourt CD. La vîteſſe relative ou apparente du vent ſera donc ID que nous nommerons v. Enfin ayant conduit HQ parallele à la direction apparente ou relative ID, nous nommerons z la partie EQ de la voile de la proue que le vent frappe en conſéquence de ſon obliquité; prenant de plus $HE = e$ pour ſinus total, nous déſignerons par θ la tangente de l'angle CDI que font entr'elles les deux directions du vent, la réelle & l'apparente. Figure 127.

L'étendue entiere de la ſurface frappée ſera exprimée par $a + z$, & nous trouverons le ſinus de l'angle d'incidence HQM par cette analogie; $HQ = \sqrt{HE^2 + EQ^2} = \sqrt{e^2 + z^2}$ eſt au ſinus total e comme $HE = e$ eſt au ſinus $\frac{e^2}{\sqrt{e^2 + z^2}}$ de l'angle HQE; & ſi nous multiplions ſon quarré par le quarré v^2 de la vîteſſe apparente du vent & par l'étendue $a + z$ de la ſurface frappée, il nous viendra $\frac{ae^2v^2 + e^2v^2z}{e^2 + z^2}$ pour l'impulſion abſolue du vent qu'il s'agit de rendre la plus grande qu'il eſt poſſible. Nous avons multiplié la ſurface des voiles par le quarré du ſinus d'incidence apparente & par le quarré de la vîteſſe apparente; parce que c'eſt effectivement avec cette incidence & avec cette vîteſſe que le vent frappe les voiles.

La différentielle de cette impulſion eſt

$$\frac{2ae^2vdv + 2az^2vdv + 2e^2zvdv + 2z^2vdv + e^2v^2dz - 2av^2zdz - v^2z^2dz}{e^2 + z^2}$$

qu'il s'agit de rendre égale à zéro; mais pour y réuſſir d'une maniere utile, il faut que nous cherchions la relation qu'il y a entre les différentielles particulieres dz & dv, afin de pouvoir les faire diſparoître.

La variation de $EQ = z$ fait naître le petit angle

Figure 127. QHq qui eſt égal à $\frac{e^2 dz}{e^2+z^2}$ ou qui a pour meſure le petit arc de cercle $\frac{e^2 dz}{e^2+z^2}$, dont $HE=e$ eſt le rayon. Ce petit angle eſt auſſi égal à l'angle DId, puiſque Hq doit être parallele à Id comme HQ l'étoit à ID. Ce petit changement répond au changement Dcd de la direction abſolue du vent; car nous continuons, pour notre commodité ou pour la netteté de notre figure, à attribuer à la direction abſolue du vent, les petits changements qui ne viennent réellement que de la différente ſituation que nous donnons au Navire. Malgré cela la vîteſſe abſolue CD ou Cd du vent doit toujours être la même, puiſque nous devons ſuppoſer que le vent ſouffle toujours réellement avec la même force.

Nous devons regarder auſſi la vîteſſe CI du Navire comme conſtante, lorſque nous faiſons un *maximum* de l'impulſion du vent ſur les voiles. La route CI fait toujours le même angle avec la quille, puiſque la ſituation des voiles par rapport au Navire eſt donnée; ainſi l'eau frappe toujours les mêmes parties de la carene, & puiſque nous rendons égale à zéro la différentielle de l'impulſion du vent, ce doit être auſſi la même choſe de la différentielle de CI.

Mais les directions apparentes ID & Id du vent faiſant entr'elles le petit angle $DId=QHq=\frac{e^2 dz}{e^2+z^2}$, nous trouvons FD par cette analogie; $HE=e$ eſt à $\frac{e^2 dz}{e^2+z^2}$ comme $ID=v$ eſt à $FD=\frac{ev dz}{e^2+z^2}$. Si nous conſidérons enſuite que le petit triangle DFd eſt rectangle en F & que l'angle FDd eſt égal à celui dont θ eſt la tangente que font entr'elles les deux directions du vent, la réelle & l'apparente, nous trouverons Fd qui eſt la différentielle de v par cette analogie; le ſinus total e eſt à $FD=\frac{ev dz}{e^2+z^2}$ comme la tangente θ de l'angle FDd eſt à $Fd=dv=\frac{\theta v dz}{e^2+z^2}$. Nous n'avons plus qu'à

ſubſtituer cette valeur dans la différentielle de l'impulſion ; Figure 117.
& l'égalant à zéro, nous la réduirons à $\frac{2ae^2\theta+2a\theta z^2+2e^2\theta z+2\theta z^2}{e^2+z^2}$
$-2az+e^2-z^2=0$ & à $2a\theta+2\theta z-2az+e^2-z^2=0$
qui étant ordonnée par rapport à z, devient $z^2-2\theta z$
$+2az=2a\theta+e^2$, qu'on peut conſtruire avec la plus grande facilité.

Cette équation étant réſolue donne $z+a=\theta+\sqrt{a^2+e^2+\theta^2}$, qui répond à l'opération que nous avons expliquée dans le Chapitre précédent. En effet, ſi on fait l'angle EHK égal à l'angle que forment entr'elles les deux directions du vent la réelle & l'apparente, nous aurons EK pour la valeur θ de la tangente de cet angle, puiſque nous avons pris HE pour ſinus total. D'un autre côté, la diagonale GR eſt égale à $\sqrt{GX^2+XR^2}=\sqrt{a^2+e^2}$; & ſi nous élevons RN perpendiculairement à cette diagonale, & que nous la faſſions égale à $EK=\theta$, nous aurons GN pour la valeur de $\sqrt{a^2+e^2+\theta^2}$; & y ajoutant $NO=\theta$, il nous viendra toute la ligne GO pour la largeur $GH+RQ$, des voiles que le vent doit frapper.

CHAPITRE VII.

Détermination analytique de l'angle d'incidence du vent, pour une route donnée, lorſque le Navire a pluſieurs voiles, & qu'il eſt ſujet à la dérive. Démonſtration de la regle indiquée dans le Chap. II.

IL faudra avoir recours à une autre conſtruction, lorſqu'il s'agira de ſuivre une route donnée. Nous ſuppoſerons dans la figure 129, qu'on donne aux voiles GH & LR deux Figure 129.
diſpoſitions différentes infiniment voiſines l'une de l'autre.

Figure 129. Le Navire ſuivra différentes routes CI & Ci; mais au lieu de lui donner une autre ſituation, afin que l'angle de la route & de la direction abſolue du vent ſoit toujours le même, nous feindrons que VC & uC ſont les directions réelles du vent, & nous ferons l'angle infiniment petit VCu, exactement égal à l'angle ICi. La vîteſſe du Navire étant un *maximum*, CI & Ci ſeront égales de même que CD & Cd qui repréſentent la vîteſſe réelle du vent, & il eſt évident que la vîteſſe apparente ou relative ID ou id ſera auſſi la même.

Je nomme b la largeur GH de la grand-voile, & je prends cette largeur pour ſinus total; je nomme en même temps c, la ligne HR qui eſt égale & parallele à la diſtance d'un mât à l'autre, parce que nous ſuppoſons que les deux voiles ſont égales. Nous déſignerons par q le ſinus de l'angle ACS, que fait la quille avec la perpendiculaire CS à la voile. t ſera la tangente de l'angle apparent HQR d'incidence du vent, la ligne HQ étant parallele à ID. Ainſi $\sqrt{b^2+t^2}$ ſera la ſécante du même angle, & $\frac{bt}{\sqrt{b^2+t^2}}$ en ſera le ſinus. Nous prendrons outre cela i pour marquer l'impulſion de l'eau ſur la proue, en tant qu'elle dépend de la figure de la carene; il y a une relation connue, comme nous l'avons montré ci-devant entre cette impulſion & la ſituation de la voile, ou entre cette impulſion & les angles ACH & ACS. C'eſt ce qui nous autoriſe à ſuppoſer $\frac{di}{i} = \frac{hdq}{q}$. La grandeur h ſe trouvera très-aiſément pour toutes les différentes figures que nous avons déja examinées. Enfin, nous prendrons k pour exprimer combien le petit angle SCs contient de fois l'angle ICi.

Nous trouverons HE & ER, en réſolvant le triangle rectangle HER, dont l'hypothénuſe HR, eſt égale à c & dont l'angle RHE a q pour ſinus, pendant que b eſt le ſinus total; il nous viendra $ER = \frac{cq}{b}$ & $HE = \frac{c\sqrt{b^2-q^2}}{b}$, & nous aurons QE dans le triangle rectangle

HEQ, en nous reſſouvenant que t eſt la tangente de l'angle HQE. Il nous viendra $QE = \frac{c\sqrt{b^2-q^2}}{t}$; & ſi nous ajoutons enſemble $GH = b$, $ER = \frac{cq}{b}$ & $QE = \frac{c\sqrt{b^2-q^2}}{t}$, il nous viendra $b + \frac{cq}{b} + \frac{c\sqrt{b^2-q^2}}{t}$ pour la ſurface frappée par le vent. Nous multiplions cette ſurface par le quarré $\frac{b^2t^2}{b^2+t^2}$ du ſinus d'incidence, & il nous vient $\frac{b^2t^2+bcqt^2+b^2ct\sqrt{b^2-q^2}}{b^2+t^2}$ pour l'impulſion du vent. Figure 119.

Nous pouvons nous diſpenſer de faire entrer dans ce produit le quarré de la vîteſſe apparente ID, puiſqu'elle eſt comme conſtante. Par la même raiſon, nous exprimerons l'impulſion de l'eau ſimplement par i ſans la multiplier par le quarré de la vîteſſe du ſillage; mais il faudra ſe reſſouvenir que l'égalité $\frac{b^2t^2+bcqt^2+b^2ct\sqrt{b^2-q^2}}{b^2+t^2} = i$, que nous mettons entre les deux impulſions, n'eſt, à proprement parler, qu'une égalité de rapport.

Pour que cette égalité ſubſiſte malgré les petits changements que nous allons faire à la ſituation de la voile & à l'incidence du vent, il faut que le premier & le ſecond membres reçoivent des changements exactement proportionels. Le ſecond membre augmentera de la petite quantité di lorſque le Navire embraſſe la route Ci. Il faudra donc que la différentielle du premier membre diviſée par ce même membre ſoit égale à $\frac{di}{i}$. Alors la vîteſſe du ſillage ſera exactement la même ou la différentielle ſera égale à zéro; puiſque la réſiſtance de l'eau augmentée de di à cauſe de la maniere dont la carene eſt frappée, aura contr'elle une impulſion du vent augmentée préciſément dans le même rapport. En un mot, nous différentions logarithmétiquement notre équation; mais ce ſera encore la même choſe de ne faire cette opération qu'après en avoir multiplié les deux membres par b^2+t^2, ou d'ajouter la différentielle logarithmétique de b^2+t^2 au

Figure 119. ſecond membre, parce que la multiplication fait diſparoître le dénominateur du premier. Il nous vient l'équation différentielle $\frac{2b^2tdt+2bcqtdt+bct^2dq+b^2cdt\sqrt{b^2-q^2}-\frac{b^2ctqdq}{\sqrt{b^2-q^2}}}{b^2t^2+bcqt^2+b^2ct\sqrt{b^2-q^2}} = \frac{b^2di+t^2di+2itdt}{b^2i+it^2} = \frac{di}{i}+\frac{2tdt}{b^2+t^2}$, qui détermine donc la vîteſſe du ſillage à être un *maximum*.

Il ne s'agit maintenant dans cette équation, que de réduire toutes les différentielles particulieres à la même; & nous le pouvons ſans peine, puiſque nous connoiſſons la relation qu'il y a entr'elles. Nous mettrons $\frac{hdq}{q}$ à la place de $\frac{di}{i}$, c'eſt-à-dire, que nous ferons $h = \frac{qdi}{idq}$. D'un autre côté, le petit angle SCs a pour ſa meſure le petit arc $\frac{bdq}{\sqrt{b^2-q^2}}$, qui répond à la variation dq du ſinus de l'angle ACS. Nous aurons donc $\frac{bdq}{k\sqrt{b^2-q^2}}$ pour le petit angle ICi, qui eſt plus petit que l'autre, le nombre de fois k. Le petit angle ICi eſt égal au petit changement VCu, que nous attribuons à la direction abſolue du vent, parce que nous voulons que l'angle de la route & de la direction abſolue du vent ne change pas. Il eſt auſſi égal au changement de ſituation de la direction apparente ID ou HQ, & on doit remarquer que c'eſt une petite diminution à faire ſur l'angle d'incidence apparent HQR, pendant que cet angle augmente par le changement de ſituation des voiles. L'angle RTr eſt égal à l'angle SCs, il a donc $\frac{bdq}{\sqrt{a^2-q^2}}$ pour ſa meſure; & ayant égard à tout, nous aurons $\frac{bdq}{\sqrt{b^2-q^2}} - \frac{bdq}{k\sqrt{b^2-q^2}}$ ou $\frac{k-1}{k} \times \frac{bdq}{\sqrt{b^2-q^2}}$, pour la petite augmentation de l'angle d'incidence apparente dont t eſt la tangente. Cette petite augmentation eſt auſſi exprimée par $\frac{b^2dt}{b^2+t^2}$, petit arc qui répond à la variation dt de la tangente. Nous aurons par

par conſéquent $\frac{k-1}{k} \times \frac{b\,dq}{\sqrt{b^2-q^2}} = \frac{b^2\,ds}{b^2+s^2}$, & rien ne nous empêche maintenant de tout réduire à une unique différentielle dans notre grande équation. Nous en diviſerons enſuite tous les termes par cette différentielle, & nous donnerons à l'équation une forme finie. Figure 129.

Il nous viendra

$$\frac{2b^3s+2bcqs+\frac{k}{k-1}\times\frac{b^2cs^2\sqrt{b^2-q^2}}{b^2+s^2}+b^2c\sqrt{b^2-q^2}-\frac{k}{k-1}\times\frac{b^2cqs}{b^2+s^2}}{b^2s^2+bcqs^2+b^2cs\sqrt{b^2-q^2}}$$

$$=\frac{hk}{k-1}\times\frac{b\sqrt{b^2-q^2}}{q\times b^2+s^2}+\frac{2s}{b^2+s^2},$$ qui étant multipliée par b^2+s^2, & par $b^2s^2+bcqs^2+b^2cs\sqrt{b^2-q^2}$ ſe change en $2b^3s+2bcqs+\frac{k}{k-1}\times cs^2\sqrt{b^2-q^2}+b^2c\sqrt{b^2-q^2}$ $-\frac{k}{k-1}\times bcqs=\frac{hk}{k-1}\times\frac{b^2s^2\sqrt{b^2-q^2}}{q}+\frac{hk}{k-1}\times cs^2\sqrt{b^2-q^2}$ $+\frac{hk}{k-1}\times\frac{b^2cs}{q}-\frac{hk}{k-1}\times bcqs+cs^2\sqrt{b^2-q^2}$, & en $2b^3s+b^2c\sqrt{b^2-q^2}=\frac{hk}{k-1}\times\frac{b^2s^2\sqrt{b^2-q^2}}{q}+\frac{hk-1}{k-1}$ $\times cs^2\sqrt{b^2-q^2}+\frac{hk}{k-1}\times\frac{b^2cs}{q}+\frac{2-k-hk}{k-1}\times bcqs$; & ſi on l'arrange par rapport à s, en faiſant encore quelques légeres réductions, on aura la *formule*,

$$\left.\begin{array}{l} +hkbc\sqrt{b^2-q^2} \\ s^2+\overline{2-k}\times\frac{bcq^2}{\sqrt{b^2-q^2}} \\ +\overline{2-2k}\times\frac{b^2q}{\sqrt{b^2-q^2}} \end{array}\right\} s=\frac{\overline{k-1}\times b^2cq}{\overline{hk-1}\times cq+hkb^2},$$

qui nous apprend qu'il n'y a toujours qu'une équation du ſecond degré à réſoudre pour trouver l'angle d'incidence apparent du vent qui convient à chaque diſpoſition des voiles dans les Vaiſſaux de toutes les formes imaginables.

La maniere dont les voiles ſont orientées eſt déterminée par q, qui eſt le coſinus de l'angle qu'elles font

Figure 129. avec la quille. Ce ſinus étant donné, on a les valeurs de k & de h, que l'on déduit de la figure de la carene. Tout eſt enſuite connu dans notre formule, ſi on excepte la tangente t de l'angle d'incidence apparent du vent qu'on découvrira en cherchant les racines de l'équation.

Cette ſolution, la plus générale vraiſemblablement qu'on puiſſe donner, doit renfermer le cas dans lequel le Navire n'a qu'une voile. Nous n'avons, pour le voir, qu'à ſuppoſer nulle la diſtance c d'un mât ou d'une voile à l'autre: il faudra donc effacer tous les termes qui contiennent la lettre c, & il nous viendra $t = \frac{2k-2}{hk} \times \frac{bq}{\sqrt{b^2-q^2}}$, *formule* qu'on peut appliquer encore à tous les Navires, mais qui ne donne la tangente de l'angle d'incidence apparent du vent que lorſque le Navire n'a qu'une voile.

Application de la Formule générale aux Navires dont on peut comparer la carene à des parallélipipedes rectangles.

NOUS avons examiné beaucoup ci-devant les carenes formées en parallélipipede rectangle, & nous avons fait
Figure 114. voir ſur la figure 114, que les tangentes des angles de dérive ACI ſont moyennes proportionnelles géométriques entre la tangente de l'angle conſtant ACD & celle de l'angle variable ACP que fait, avec la quille, la perpendiculaire à la voile. Si nous nommons x la tangente de ce dernier angle & f celle de l'angle conſtant ACD, nous aurons $\sqrt{fx}$ pour la tangente de l'angle de la dérive ACI; & ſi faiſant varier x, nous cherchons la variation que reçoivent en même temps les angles mêmes, nous n'aurons qu'à voir combien l'un contient l'autre, pour avoir la valeur de $k = \frac{2b^2+2fx}{b^2+x^2}\sqrt{\frac{fx}{f}}$.

Nous ne répétons point ici ce que nous avons dit ſur ce ſujet dans le Chapitre VII de la Section précédente. La tangente de l'angle ACP étant x, le ſinus de cet

angle est $\frac{bx}{\sqrt{b^2+x^2}}$, & c'est la valeur de q. Les lecteurs se souviennent aussi que l'impulsion i est proportionnelle à la sécante de l'angle DCZ (toujours dans la fig. 114) & cette impulsion est $\frac{\sqrt{b^2+x^2}}{b^2+fx}$. Il n'est donc question que de différentier logarithmétiquement $\frac{bx}{\sqrt{b^2+x^2}}$ valeur de q, & $\frac{\sqrt{b^2+x^2}}{b^2+fx}$ valeur de i, & de diviser une différentielle par l'autre, pour avoir $h = \frac{q\,di}{i\,dq}$: on trouve $\frac{x^2-fx}{b^2+fx}$. Ainsi, pour appliquer notre formule générale à tous les Navires qu'on peut rapporter à des parallélipipedes rectangles, nous n'avons qu'à introduire $\frac{x^2-fx}{b^2+fx}$ à la place de h; $\frac{2b^2+2fx}{b^2+x^2}\sqrt{\frac{x}{f}}$ à la place de k; $\frac{bx}{\sqrt{b^2+x^2}}$ à la place de q, & mettre en même temps la largeur de la grand-voile à la place de b, la distance d'un mât à l'autre à la place de c, & la tangente de l'angle ACD à la place de f, en prenant b pour sinus total. Figure 114.

Supposé que le rectangle, auquel on peut comparer la carene du Vaisseau, soit 16 fois plus long que large, la tangente f sera en parties décimales 0. 0625, le sinus total étant l'unité. Nous supposerons de plus que la largeur de la voile étant aussi exprimée par l'unité, la distance c d'un mât à l'autre soit 0. 750, & que les voiles fassent avec la quille un angle de 45^d, ce qui rendra $x = 1$. Nous trouverons $k = \frac{17}{4} = 4.\ 2500$ & $h = \frac{15}{17} = 0.\ 8823$. Le sinus q sera 0. 7071; & si nous introduisons toutes ces quantités dans notre formule générale, elle deviendra $t^2 - \frac{91.\ 2722}{83.\ 3343}t = \frac{17.\ 5769}{83.\ 3343}$, qui étant résolue, nous donne $t = 1.\ 3298$, & nous apprend que la direction apparente du vent doit faire, avec les voiles, un angle d'incidence de $53^d\ 3^m$.

L'opération sera la même pour toutes les autres situations de voiles; & il sera facile, si on n'est pas content des moyens d'approximation que nous avons proposés ci-

* *Dans le Chap. III.* devant *, de conſtruire une Table qui ſera parfaitement exacte. Le calcul ſera incomparablement plus ſimple ſi on peut négliger la largeur du Navire, ce qui rendra la dérive nulle. Alors on aura $f = 0$: ce changement rendra infinie $k = \frac{2b^2+2bf}{b^2+x^2}\sqrt{\frac{x}{f}}$, & $h = \frac{x^2-fx}{b^2+fx}$ ſe réduira à $\frac{x^2}{b^2}$. La grandeur infinie de k changera notre formule générale en

Figure 114.

$$\left.\begin{matrix} +hcq \\ +hb^2 \end{matrix}\right\} t^2 - \left.\begin{matrix} +hbc\sqrt{b^2-q^2} \\ \frac{bcq^2}{\sqrt{b^2-q^2}} \\ -\frac{2b^2q}{\sqrt{b^2-q^2}} \end{matrix}\right\} = b^2cq,$$ dont on

tire $$t^2 - \left.\begin{matrix} +hbc\sqrt{b^2-q^2} \\ \frac{bcq^2}{\sqrt{b^2-q^2}} \\ -\frac{2b^2q}{\sqrt{b^2-q^2}} \end{matrix}\right\} = \frac{b^2cq}{hcq+hb^2}$$; & ſi on fait

enſuite les autres ſubſtitutions, on aura $t^2 - \frac{2b^2\sqrt{b^2+x^2}}{cx^2+bx\sqrt{b^2+x^2}} \times t = \frac{b^2c}{cx^2+bx\sqrt{b^2+x^2}}$; qui en nous fourniſſant $t = \frac{b^2\sqrt{b^2+x^2}+b^2\sqrt{c^2x^2+bcx\sqrt{b^2+x^2}}}{cx^2+bx\sqrt{b^2+x^2}}$, nous marque d'une maniere aſſez ſimple pour les Navires dont on peut négliger la dérive, mais qui ont pluſieurs voiles, la relation qu'on doit mettre entre la tangente t de l'angle d'incidence apparent du vent & la co-tangente x de l'angle que les voiles font avec la quille.

Figure 129. Mais nous pouvons exprimer cette relation d'une maniere beaucoup plus élégante. Si dans la figure 129 nous nommons e la perpendiculaire HE, ſi nous déſignons par x la partie ER de la voile de la proue, qui ſe trouve en dehors de cette perpendiculaire, & que nous nommions z la partie EQ que l'obliquité du vent lui fait frapper de plus, nous aurons $\frac{bz}{e}$ pour la tangente de l'angle

EHR, & comme cet angle eſt égal à l'angle ACS dont nous continuons à déſigner la tangente par x, nous aurons $x = \frac{bx}{e}$. L'autre triangle rectangle QEH nous donnera $\frac{be}{z}$ pour la tangente de l'angle d'incidence HQE, que nous avons déja nommée t, & introduiſant ces valeurs de x & de t dans notre derniere équation $t^2 - \frac{2b^3\sqrt{b^2+x^2}}{cx^2+bx\sqrt{b^2+x^2}} \times t = \frac{b^4c}{cx^2+bx\sqrt{b^2+x^2}}$, nous la changerons en $z^2 + \frac{2b\sqrt{e^2+x^2}}{c} \times z = x^2 + \frac{bx\sqrt{e^2+x^2}}{c}$. Figure 129.

Celle-ci eſt la même que $z^2 + 2bz = x^2 + bx$; puiſque c ou HR eſt égale à $\sqrt{HE^2+ER^2} = \sqrt{e^2+x^2}$. On en déduit $z = -b + \sqrt{b^2+bx+x^2}$, ou $z = -b + \sqrt{\frac{1}{4}b^2 + (\frac{1}{2}b+x)^2}$, dont on tire la conſtruction expliquée dans le Chapitre II ſur la figure 124. La largeur FR eſt exprimée par $\frac{1}{2}b+x$, & le quarré de KF eſt égal à $\frac{1}{4}b^2$. Ainſi on a $KR = \sqrt{\frac{1}{4}b^2 + (\frac{1}{2}b+x)^2}$, & lorſqu'on en retranche $KS = KE = b$, il reſte SR pour la largeur EQ $(= z)$ que le vent frappe à cauſe de ſon obliquité, lorſque tout eſt diſpoſé de la maniere la plus avantageuſe pour faire la route CI.

Lorſqu'on ſe conformera à ces ſolutions on ſera ſûr que les voiles ſeront bien diſpoſées par rapport au Navire & par rapport au vent pour chaque route. Mais ſi on combinoit le *maximum* que nous avons actuellement pour objet, avec le *maximum* que nous avons examiné dans le Chapitre précédent, ou ſi on rendoit l'impulſion abſolue du vent ſur les voiles la plus grande qu'il eſt poſſible, on obtiendroit un *maximum maximorum*, & on marcheroit ſur la route qui donne la plus grande de toutes les vîteſſes.

Trois différents *maximum*, comme on l'a vu dans tout le cours de ce troiſieme Livre, & comme nous l'avons dit expreſſément un très-grand nombre de fois, demandent à être conſidérés dans la partie de la Manœuvre qui

Figure 129. nous occupe. Le *maximum* dont nous venons de marquer les conditions, eſt d'un uſage preſque continuel en mer, parce qu'il s'agit preſque toujours de cingler ſur une route preſcrite. Mais on doit le combiner avec le premier ou le ſecond des deux autres ſelon qu'on ſe propoſe de marcher avec la plus grande de toutes les vîteſſes quand la route n'eſt pas donnée, ou qu'on veut s'éloigner le plus promptement qu'il eſt poſſible d'une ligne droite donnée de poſition. Il nous reſte à traiter de ce dernier *maximum* en donnant la plus grande généralité à nos recherches.

CHAPITRE VIII.

Démonſtration analytique de la conſtruction générale, expliquée dans le Chapitre V. pour s'éloigner, le plus vîte qu'il eſt poſſible, d'une ligne droite dont la poſition eſt donnée.

I.

Nous traiterons ce problême à peu-près de la même maniere que la plupart des autres que nous avons déja réſolus, quoique celui-ci demande des attentions particulieres, & qu'il ſoit plus difficile de le réduire à une forme ſimple. Nous conſidérerons les voiles *GH* & *LM*

Figure 130. (*fig.* 130) comme déja orientées par rapport au Navire & par rapport au vent, & nous chercherons quel eſt le giſſement de la ligne droite *CZ*, dont le Navire s'éloigne d'une plus *grande quantité IP*. Nous nous ſommes déja conformés à une autre regle, en choiſiſſant la diſpoſition la plus parfaite pour faire la route *CI*. La vîteſſe du Navire eſt un *maximum*, tant que l'angle *VCI* de la route & de la direction du vent reſte le même. Nous avons pour diſpoſer nos voiles, conſulté nos Tables, ou bien

nous avons réſolu l'équation du ſecond degré dont dépend leur conſtruction. Actuellement nous voulons que la quantité IP dont nous nous éloignons de la ligne droite CZ ſoit auſſi un *maximum*, & nous devons chercher la direction qu'il faut pour cela qu'ait cette ligne. Figure 130.

Nous nommons a toute la largeur $GH+EM$ des voiles qui ſeroit frappée par un vent perpendiculaire. Nous indiquons en même temps par e la diſtance perpendiculaire HE d'une voile à l'autre. La vîteſſe abſolue CD du vent ſera déſignée par c, & nous prendrons cette même quantité pour ſinus total. La vîteſſe CI du Navire ſera nommée u, celle ID du vent apparent ſera v; le ſinus de l'angle d'incidence apparent HFM ſera p, le ſinus de l'angle CID que fait la route avec la direction apparente du vent ſera s, & le ſinus de l'angle CDI, que font entr'elles les deux directions du vent, la réelle & l'apparente ſera σ. Enfin t ſera la tangente de l'angle ICZ que nous voulons découvrir.

Le triangle HEF rectangle en E, nous donne $\frac{e\sqrt{c^2-p^2}}{p}$ pour FE, qui étant ajoutée à a, nous fournit $a+\frac{e\sqrt{c^2-p^2}}{p}$ pour la largeur $GH+FM$, frappée actuellement par le vent oblique. Nous multiplions cette largeur ou étendue par le quarré p^2 du ſinus d'incidence du vent, & par le quarré v^2 de ſa vîteſſe apparente ou relative; & il nous vient $ap^2v^2+ev^2p\sqrt{c^2-p^2}$ pour l'impulſion abſolue du vent, laquelle doit être égale à l'impulſion de l'eau. Quant à cette derniere, nous pouvons l'exprimer par le quarré u^2 de la vîteſſe du Navire; d'où il ſuit que nous avons l'équation $u^2=ap^2v^2+ev^2p\sqrt{c^2-p^2}$.

II.

IL faudroit, pour rendre l'équation abſolument parfaite, que nous multipliaſſions le quarré u^2 de la vîteſſe du Navire, par la denſité de l'eau & par l'étendue du plan

Figure 130. auquel la ſurface de la carene eſt équivalente. Mais la route CI, faiſant, avec la quille, un angle conſtant pendant tout le temps que nous travaillerons à ce problême, la ſurface frappée eſt toujours la même, & elle eſt auſſi frappée avec la même obliquité. Ainſi l'équation $u^2 = ap^2v^2 + ev^2p\sqrt{c^2-p^2}$ eſt une égalité de rapport, & il nous ſuffit pour en avoir exactement la différentielle, de la différentier à la maniere des quantités logarithmiques; puiſque les quantités conſtantes qui multiplient tout un membre ne changent rien dans ſa différentielle logarithmique. Il nous viendra $\frac{2udu}{u} = \frac{2av^2pdp - 2ap^2vdv + ev^2dp\sqrt{c^2-p^2} - 2epvdv\sqrt{c^2-p^2} - \frac{ev^2p^2dp}{\sqrt{c^2-p^2}}}{a^2p^2v^2 + ev^2p\sqrt{c^2-p^2}}$ ou

$$\frac{du}{u} = \frac{2avpdp - 2ap^2dv + evdp\sqrt{c^2-p^2} - 2epdv\sqrt{c^2-p^2} - \frac{evp^2dp}{\sqrt{c^2-p^2}}}{2ap^2v + 2evp\sqrt{c^2-p^2}}.$$

Il eſt évident que la différentielle de CI eſt du premier degré. Car CI étant un plus grand, ſa différentielle ſeroit nulle, ſi en changeant la diſpoſition de la voile nous prenions auſſi d'une maniere convenable le vent plus ou moins obliquement afin que l'angle VCI, formé par le vent & par la route, fût toujours le même: mais nous laiſſons les voiles dans la même ſituation par rapport au Navire, & nous prenons ſimplement le vent un peu moins obliquement; ce qui doit produire néceſſairement un petit changement ſur la vîteſſe CI, puiſque cette vîteſſe étoit un *maximum*. Dans la ſeconde diſpoſition, la direction abſolue du vent eſt Cd, & la direction relative ou apparente eſt id. Des points I & d je tire les petites perpendiculaires IQ & Rd à Id; & je prolonge Rd juſqu'en S, en faiſant Sd égale à QI, afin que IS ſoit parallele à id. L'angle FHf, dont nous faiſons changer l'angle d'incidence apparent, a pour meſure le petit arc $\frac{cdp}{\sqrt{c^2-p^2}}$, & c'eſt auſſi la meſure du petit angle

RIS;

RIS; puiſque Hf eſt parallele à id ou à IS, comme HF l'étoit à IR. Figure 130.

Il ſuit de-là que nous trouverons RS par cette proportion, le ſinus total c eſt à $\frac{cdp}{\sqrt{c^2-p^2}}$, comme $IR=v$ eſt à $RS=\frac{vdp}{\sqrt{c^2-p^2}}$. De ce petit arc ou de cette petite ligne droite, je retranche $Sd=IQ$ que me fournit le petit triangle rectangle IQi. Dans ce triangle l'hypothénuſe eſt $Ii=du$, & s eſt le ſinus de l'angle i. Ainſi on a $QI=\frac{sdu}{c}$; nous aurons donc $Rd=RS-Sd=\frac{vdp}{\sqrt{c^2-p^2}}-\frac{sdu}{c}$; & ſi nous conſidérons que dans le petit triangle rectangle DRd, l'angle D eſt égal au complément de l'angle CDI, que font entr'elles les deux directions du vent la réelle & l'apparente, & que σ eſt le ſinus de ce dernier angle, nous aurons $Dd=\frac{cvdp}{\sqrt{c^2-\sigma^2}\sqrt{c^2-p^2}}-\frac{sdu}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}$.

Ce même petit triangle DRd, nous donne cette analogie $\sqrt{c^2-\sigma^2}:Rd=\frac{vdp}{\sqrt{c^2-p^2}}-\frac{sdu}{c}::\sigma:DR=\frac{\sigma vdp}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}-\frac{\sigma sdu}{c\sqrt{c^2-\sigma^2}}$, & l'autre petit triangle IQi nous fournira $\frac{du\sqrt{c^2-s^2}}{c}$ pour la valeur de Qi. Mais la vîteſſe apparente ID du vent croît de cette petite quantité par l'extrêmité I, pendant qu'elle diminue de DR par l'autre extrêmité. Ainſi nous aurons pour la valeur de dv, l'excès de DR ſur iQ; c'eſt-à-dire, $dv=\frac{\sigma vdp}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}-\frac{\sigma sdu}{c\sqrt{c^2-\sigma^2}}-\frac{du\sqrt{c^2-s^2}}{c}$.

Nous introduiſons cette expreſſion dans notre équation différentielle $\frac{du}{u}=$

$$\frac{2avpdp-2ap^2dv+evdp\sqrt{c^2-p^2}-2epdv\sqrt{c^2-p^2}-\frac{evp^2dp}{\sqrt{c^2-p^2}}}{2ap^2v+2evp\sqrt{c^2-p^2}}$$

Figure 130. & nous changerons cette équation en $\frac{du}{u} =$

$$\frac{\left\{\begin{array}{l} 2avpdp - \frac{2abvp^2dp}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}} + \frac{2ap^2\sigma sdu}{c\sqrt{c^2-\sigma^2}} + \frac{2ap^2du\sqrt{c^2-s^2}}{c} + evdp\sqrt{c^2-p^2} \\ - \frac{2e\sigma vpdp}{\sqrt{c^2-\sigma^2}} + \frac{2ep\sigma sdu\sqrt{c^2-p^2}}{c\sqrt{c^2-\sigma^2}} + \frac{2epdu\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-s^2}}{c} - \frac{evp^2dp}{\sqrt{c^2-p^2}} \end{array}\right.}{2ap^2v + 2epv\sqrt{c^2-p^2}}.$$

Dégageant enſuite du, il nous viendra $du =$

$$\frac{2avpdp - \frac{2a\sigma vp^2dp}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}} + evdp\sqrt{c^2-p^2} - \frac{e\sigma vpdp}{\sqrt{c^2-\sigma^2}} - \frac{evp^2dp}{\sqrt{c^2-p^2}}}{\left\{\begin{array}{l} \frac{2ap^2v}{u} + \frac{2evp\sqrt{c^2-p^2}}{u} + \frac{2ap^2\sigma s}{c\sqrt{c^2-\sigma^2}} + \frac{2ap^2\sqrt{c^2-s^2}}{c} + \frac{2ep\sigma s\sqrt{c^2-p^2}}{c\sqrt{c^2-\sigma^2}} \\ + \frac{2ep\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-s^2}}{c} \end{array}\right.},$$

qu'il faut ſubſtituer dans l'expreſſion de $Dd =$ $\frac{cvdp}{\sqrt{c^2-\sigma^2}\sqrt{c^2-p^2}} - \frac{sdu}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}$ pour avoir $Dd =$

$$\frac{\left\{\begin{array}{l} \frac{2avspdp}{\sqrt{c^2-\sigma^2}} + \frac{evsdp\sqrt{c^2-p^2}}{\sqrt{c^2-\sigma^2}} - \frac{evsp^2dp}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}} + \frac{2acv^2p^2dp}{u\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}} \\ + \frac{2cev^2pdp}{u\sqrt{c^2-\sigma^2}} + \frac{2avp^2dp\sqrt{c^2-s^2}}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}} + \frac{2evpdp\sqrt{c^2-s^2}}{\sqrt{c^2-\sigma^2}} \end{array}\right.}{\left\{\begin{array}{l} \frac{2ap^2v}{u} + \frac{2evp\sqrt{c^2-p^2}}{u} + \frac{2a\sigma sp^2}{c\sqrt{c^2-\sigma^2}} + \frac{2ap^2\sqrt{c^2-s^2}}{c} + \frac{2ep\sigma s\sqrt{c^2-p^2}}{c\sqrt{c^2-\sigma^2}} \\ + \frac{2ep\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-s^2}}{c} \end{array}\right.}.$$

III.

Nous n'avons plus qu'une remarque à faire pour parvenir à la ſolution de notre problême. Nous avons rapporté toutes nos différentielles à la différentielle particuliere dp. Notre route fait, dans la premiere ſituation du Navire, l'angle ICP avec la droite dont nous voulons nous éloigner ; & elle fait dans la ſeconde ſituation l'angle ICp. Il faut donc que le petit angle ZCz ſoit parfaitement égal à l'angle DCd, puiſque la ligne dont nous voulons nous éloigner fait un angle donné avec la direction réelle du vent. Il eſt outre cela évident qu'il faut que les ſinus

des angles ICZ, & iCz ſoient en raiſon inverſe des vîteſſes CI & Ci du Navire, pour que les quantités PI & pi ſoient égales entr'elles ou pour qu'elles forment un *maximum*. Figure 130.

Dans la premiere diſpoſition du Vaiſſeau, l'angle ACZ eſt plus petit; le Navire préſente moins la poupe à la côte ou à la ligne droite donr on veut s'écarter; mais en récompenſe la vîteſſe CI du ſillage eſt plus grande. Ainſi dans les termes où nous avons porté la queſtion, elle ſe réduit à trouver deux angles ICP, ICp infiniment peu différents l'un de l'autre, dont la différence ZCz eſt donnée; elle eſt égale à l'angle DCd qui eſt meſuré par l'arc Dd, puiſque CD nous ſert de ſinus total; & il faut que les ſinus de ces deux angles ſoient dans le même rapport que CI & Ci, ou que la différentielle de leur ſinus ait le même rapport à leur égard que Ii à l'égard de CI.

Mais conformément à un lemme dont nous avons déja fait uſage pluſieurs fois, & en dernier lieu dans le Chap. VI de la Section précédente ſur la fig. 117, au lieu de mettre le rapport preſcrit entre la différentielle de ces ſinus & les ſinus mêmes, nous n'avons qu'à l'introduire entre le petit arc qui meſure la différence des deux angles, & la tangente de ces angles; c'eſt-à-dire, que nous n'avons qu'à faire cette analogie, $Ii = du$ eſt à $CI = u$, comme le petit arc Dd qui meſure l'angle DCd ou le petit angle ZCz eſt à la tangente t de l'angle que la route CI doit faire avec la ligne droite dont il s'agit de s'éloigner. Nous trouvons $t =$

$$\frac{\left\{\begin{array}{l}\frac{2avspu}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}+\frac{evus\sqrt{c^2-p^2}}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}-\frac{evsp^2u}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}+\frac{2acv^2p^2}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}\\ +\frac{2cev^2p}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}+\frac{2auvp^2\sqrt{c^2-s^2}}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}+\frac{2euvp\sqrt{c^2-s^2}}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}\end{array}\right.}{2avp-\frac{2avp^2}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}+ev\sqrt{c^2-p^2}-\frac{2cvp}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}-\frac{evp^2}{\sqrt{c^2-p^2}}},$$

équation qui eſt délivrée de différentielle, & qui nous

Figure 130. fournit la valeur de la tangente t, en grandeurs que nous ſommes cenſés connoître.

I V.

Il eſt vrai que la forme ſous laquelle elle nous préſente la valeur de t n'eſt pas commode pour la pratique, & qu'on pourroit perdre beaucoup de temps à la réduire ſi l'on ne s'y prenoit pas bien. Il étoit naturel de penſer qu'on gagneroit à diminuer le nombre des grandeurs connues, par la relation qu'on ſait qu'il y a entr'elles. Le grand triangle CDI nous donne $\frac{c\sigma}{t}$ pour l'expreſſion de $CI = u$; & ſi nous l'introduiſons dans notre formule, elle ſe changera en $t =$

$$\frac{\left\{\begin{array}{l}\frac{2acp\sigma}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}+\frac{cc\sigma\sqrt{c^2-p^2}}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}-\frac{cc\sigma p^2}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}+\frac{2ac\sigma p^2}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}\\ +\frac{2cc\sigma p}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}+\frac{2ac\sigma p^2\sqrt{c^2-s^2}}{s\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}+\frac{2cc\sigma p\sqrt{c^2-s^2}}{s\sqrt{c^2-\sigma^2}}\end{array}\right.}{2ap-\frac{2a\sigma p^2}{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}+c\sqrt{c^2-p^2}-\frac{2c\sigma p}{\sqrt{c^2-\sigma^2}}-\frac{cp^2}{\sqrt{c^2-p^2}}}$$

qui n'eſt pas ſenſiblement plus ſimple.

Nous pouvons auſſi chaſſer v. Nous n'avons pour cela, en employant le ſinus s de l'angle I & le ſinus σ de l'angle CDI, qu'à chercher le ſinus de l'angle DCI que la direction réelle du vent fait avec la route. La Trigonométrie donne $\frac{s\sqrt{c^2-\sigma^2}-\sigma\sqrt{c^2-s^2}}{c}$ pour ce ſinus, & on aura en conſequence ; $s : CD = C :: \frac{s\sqrt{c^2-\sigma^2}-\sigma\sqrt{c^2-s^2}}{c} : ID = v = \sqrt{c^2-\sigma^2}-\frac{\sigma\sqrt{c^2-s^2}}{s}$.

Faiſant enſuite entrer cette valeur dans notre formule, il viendra $t =$

$$\frac{2acp\sigma\sqrt{c^2-p^2}+c^2e\sigma-2cc\sigma p^2+2acp^2\sqrt{c^2-\sigma^2}+2ccp\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}}{2ap\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\sigma^2}-2a\sigma p^2+c^2e\sqrt{c^2-\sigma^2}-2cp^2\sqrt{c^2-\sigma^2}-2c\sigma p\sqrt{c^2-p^2}},$$

qui nous donne effectivement la tangente t d'une maniere moins embaraſſée.

Mais nous éprouvons ici qu'il eſt preſque toujours

avantageux d'avoir tenté la ſolution de quelques cas particuliers d'un problême avant que de travailler à le réſoudre d'une maniere plus étendue. On retire ordinairement de ces examens, qu'on peut regarder comme préliminaires, des vues qui ſont très-utiles dans les recherches qu'on rend enſuite plus générales. Figure 130.

Nous nous ſommes aſſurés que, lorſque les Navires n'ont qu'une voile, l'angle que nous cherchons dépend uniquement de la ſituation de la direction réelle du vent par rapport à la voile. Nous nommons donc π le ſinus de l'angle VCH, que fait la direction abſolue du vent avec les voiles; ce qui nous mettra en état de chaſſer de notre formule quelqu'autre quantité. Nous continuerons à nommer p, le ſinus de l'angle HFE d'incidence apparent du vent; la différence de cet angle & de l'angle VCH ſera égale à l'angle CDI que font les deux directions, la réelle & l'apparente, dont σ eſt le ſinus: nous aurons donc $\frac{\pi\sqrt{c^2-p^2}-p\sqrt{c^2-\pi^2}}{c}$, pour ſa valeur, & $\frac{\sqrt{c^2-p^2}\sqrt{c^2-\pi^2}+p\pi}{c}$ pour celle du ſinus de complément $\sqrt{c^2-\sigma^2}$.

Introduiſant enfin ces expreſſions dans notre formule, nous la convertirons en $t=\frac{ac+\frac{ce\sqrt{c^2-\pi^2}}{2\pi}+\frac{ce\sqrt{c^2-p^2}}{2p}}{\frac{a\sqrt{c^2-\pi^2}}{\pi}+\frac{c^2e\sqrt{c^2-\pi^2}}{2p\pi\sqrt{c^2-p^2}}-\frac{ep\sqrt{c^2-\pi^2}}{2\pi\sqrt{c^2-p^2}}-\frac{1}{2}e}$,

qui ne différe pas de $t=\frac{\frac{ac\pi}{\sqrt{c^2-\pi^2}}+\frac{1}{2}ce+\frac{ce\pi\sqrt{c^2-p^2}}{2p\sqrt{c^2-\pi^2}}}{a+\frac{c^2e}{2p\sqrt{c^2-p^2}}-\frac{ep}{2\sqrt{c^2-p^2}}-\frac{e\pi}{2\sqrt{c^2-\pi^2}}}$,

$=\frac{\frac{ac\pi}{\sqrt{c^2-\pi^2}}+\frac{1}{2}ce+\frac{ce\pi\sqrt{c^2-p^2}}{2p\sqrt{c^2-\pi^2}}}{a+\frac{c^2e-ep^2}{2p\sqrt{c^2-p^2}}-\frac{e\pi}{2\sqrt{c^2-\pi^2}}}$, qui ſe réduit à $t=$

$\frac{\frac{ac\pi}{\sqrt{c^2-\pi^2}}+\frac{1}{2}ce+\frac{ce\pi\sqrt{c^2-p^2}}{2p\sqrt{c^2-\pi^2}}}{a+\frac{e\sqrt{c^2-p^2}}{2p}-\frac{e\pi}{2\sqrt{c^2-\pi^2}}}$; & il n'eſt pas poſſible

apparemment de réduire déſormais cette formule à une expreſſion plus ſimple.

V.

C'eſt cette derniere équation qui nous a fourni la
Figure 126. conſtruction que nous avons expliquée ſur la figure 126, dans le premier Article du Chap. V. Les lignes VGK & uGD y marquent la direction abſolue du vent & la direction apparente. GF ou HE eſt déſignée par e; on a $\frac{e\sqrt{c^2-p^2}}{p}$ pour FD; & FQ terminée par la perpendiculaire GQ à la direction réelle du vent eſt exprimée par $\frac{e\pi}{\sqrt{c^2-\pi^2}}$. Ainſi DO moitié de DQ eſt $\frac{e\sqrt{c^2-p^2}}{2p}+\frac{e\pi}{2\sqrt{c^2-\pi^2}}$; & ſi on ôte cette ligne de $DM=FM+DF=a+\frac{e\sqrt{c^2-p^2}}{p}$, on aura $a+\frac{e\sqrt{c^2-p^2}}{2p}-\frac{e\pi}{2\sqrt{c^2-\pi^2}}$ pour OM ou pour Pm, qui repréſente le dénominateur de la fraction qui conſtitue notre formule.

On a d'une autre part $\frac{e\sqrt{c^2-p^2}}{p}$ pour GR, & dans le triangle GRK, on trouvera $RK=\frac{e\pi\sqrt{c^2-p^2}}{p\sqrt{c^2-\pi^2}}$. Ainſi Sm ou $RN=\frac{1}{2}RD+\frac{1}{2}RK$ ſera égale à $\frac{1}{2}e+\frac{e\pi\sqrt{c^2-p^2}}{2p\sqrt{c^2-\pi^2}}$; & ſi on y ajoute SV qui eſt égale à $\frac{a\pi}{\sqrt{c^2-\pi^2}}$, on aura toute la ligne Vm pour la valeur de $\frac{a\pi}{\sqrt{c^2-\pi^2}}+\frac{1}{2}e+\frac{e\pi\sqrt{c^2-\pi^2}}{2p\sqrt{c^2-\pi^2}}$. Or il y a même rapport de cette derniere quantité à la tangente de l'angle VPm que de Pm au ſinus total C, c'eſt-à-dire, que la quantité $\frac{\frac{ac\pi}{\sqrt{c^2-\pi^2}}+\frac{1}{2}ce+\frac{ce\pi\sqrt{c^2-p^2}}{2p\sqrt{c^2-\pi^2}}}{a+\frac{e\sqrt{c^2-p^2}}{2p}-\frac{e\pi}{2\sqrt{c^2-\pi^2}}}$ exprime la tangente

de l'angle VPm; mais puiſqu'elle exprime auſſi la tangente t de l'angle que la route doit faire avec la ligne droite dont on veut s'éloigner, il eſt démontré que ce dernier angle doit être égal à l'angle VPm. Figure 126.

Il eſt facile de remarquer que lorſque le vent frappe les voiles en faiſant un fort grand angle, le point Q qui eſt déterminé par la perpendiculaire GQ à la direction abſolue du vent, peut ſe trouver très-avancé vers M & même ſe trouver plus en dehors. Les points O & P changent alors de place en avançant vers le même côté; & s'ils ſe trouvoient en dehors de la droite MV, l'angle VPm ſe trouveroit ſitué dans un ſens contraire, & ſeroit négatif par rapport à la ſituation qu'il a ordinairement. La ſituation extraordinaire eſt repréſentée dans la figure 130; au lieu que l'autre eſt marquée dans les figures 102, 107 & 108, par la ligne CL. Ces deux cas ſont ſéparés dans les Navires qui ont pluſieurs voiles par la route qui donne au ſillage la plus grande de toutes les vîteſſes.

FIN du Troiſieme & dernier Livre.

Diſpoſitions les plus avantageuſes lorſque la route eſt donnée, que le Navire dans lequel on navigue n'a qu'une voile, & qu'on peut négliger ſa dérive.

Angles de la voile avec la quille.		Angles d'incidence apparens du vent.		Angles de la direction appar. du vent & de la route.		Lorſque le Navire prend la huitieme partie de la viteſſe réelle du vent dans la route directe.				Lorſque le Navire prend le quart de la viteſſe réelle du vent dans la route directe.			
						Angles des deux direct. du vent, la réelle & l'apparente.		Angles de la direction réelle du vent & de la route.		Viteſſes apparentes du vent.	Viteſſes du Navire.	Angles des deux direct. du vent.		Direct. réelle du vent avec la route.		Viteſſes apparentes du vent	Viteſſes du Navire.
D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.			D.	M.	D.	M.		
90	0	90	0	180	0	0	0	180	0	350	50	0	0	180	0	300	100
87	30	88	45	176	15	0	28	176	43	350	50	0	56	177	11	300	100
86	25	88	12	174	37	0	40	175	17	350	50	1	20	175	57	300	100
85	0	87	30	172	30	0	56	173	26	351	50	1	52	174	22	301	100
82	30	86	14	168	44	1	24	170	8	351	50	2	48	171	32	301	100
80	0	84	58	164	58	1	51	166	49	352	50	3	44	168	42	302	100
77	30	83	40	161	10	2	18	163	28	353	49½	4	37	165	47	304	100
75	0	82	22	157	22	2	43	160	5	354	49	5	29	162	52	307	99
72	30	81	3	153	33	3	7	156	40	355	49	6	20	159	53	309	99
70	0	79	41	149	41	3	31	153	12	357	49	7	10	156	41	311	99
67	30	78	18	145	48	3	54	149	42	359	48	7	58	153	47	314	99
65	0	76	53	141	53	4	14	146	7	361	48	8	44	150	36	318	98
62	30	75	25	137	55	4	33	142	28	364	47	9	24	147	19	322	98
60	0	73	54	133	54	4	50	138	44	366	47	10	3	143	59	327	97
57	30	72	20	129	50	5	5	134	55	369	46	10	41	140	31	331	96
55	0	70	42	125	42	5	17	130	59	372	45	11	13	136	55	336	96
52	30	69	1	121	31	5	27	126	58	375	45	11	40	133	11	342	95
50	0	67	14	117	14	5	34	122	48	378	44	12	1	129	15	348	94
47	30	65	23	112	53	5	38	118	31	382	43	12	17	125	12	355	92
45	0	63	26	108	26	5	38	114	4	385	41	12	26	120	52	362	91
42	30	61	23	103	53	5	35	109	28	388	40	12	27	116	18	369	89
40	0	59	13	99	13	5	28	104	41	392	39	12	20	111	33	377	86
37	30	56	55	94	25	5	17	99	42	395	37	11	59	106	24	385	84
35	0	54	28	89	28	5	2	94	30	399	35	11	38	101	6	393	81
32	30	51	53	84	23	4	43	89	6	402	33	10	59	95	22	400	77
30	0	49	6	79	6	4	21	83	27	405	31	10	18	89	23	407	73
27	30	46	9	73	39	3	55	77	34	407	28	9	19	82	58	414	67
25	0	43	0	68	0	3	27	71	27	409	26	8	15	76	15	419	62
22	30	39	38	62	8	2	56	65	4	410	23	7	3	69	11	423	56
20	0	36	2	56	2	2	24	58	26	411	20	5	48	61	50	425	48
17	30	32	15	49	45	1	53	51	38	411	17	4	32	54	17	425	41
15	0	28	11	43	11	1	23	44	34	410	14	3	19	46	30	424	34

La viteſſe réelle ou abſolue du vent eſt exprimée par 400.

SECONDE

SECONDE TABLE.

Diſpoſitions les plus avantageuſes pour s'éloigner d'une côte ou d'une ligne droite dont le giſſement eſt donné, lorſqu'on navigue dans un Navire dont on peut négliger la dérive, & qui n'a qu'une voile.

	Direc. réelle du vent avec le giſſement de la côte.	Lorſque le Navire prend la huitieme partie de la viteſſe du vent.							Lorſque le Navire prend le quart de la viteſſe réelle du vent.							
		La voile avec la quille.		Incidence apparente du vent.		Incidence réelle du vent.		La route avec la direct. réelle du vent.	Quantité dont on s'éloigne de la côte.	La voile avec la quille.		Incidence apparente du vent.		Incidence réelle du vent.		La route avec la direct. réelle du vent.		Quantité dont on s'éloigne de la côte.
	D.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	Parti.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	Part.
Le vent vient de la mer.	80	16	15	30	13	31	51	48	6	8	15	23	28	48	32	19	47	42	19
	90	18	27	33	41	35	46	54	2	12	17	18	31	55	36	21	53	39	24
	100	20	57	37	24	40	0	60	0	14	19	17	34	57	40	23	59	40	30
	110	23	5	40	24	43	27	66	32	16	22	18	37	54	44	21	65	39	36
	120	25	32	43	41	47	14	72	46	19	23	23	40	49	48	17	71	43	43
	130	28	9	46	55	50	55	79	4	22	25	35	43	44	52	14	77	49	50
	140	30	48	50	5	54	33	85	27	26	27	52	46	36	56	4	83	56	56
	150	33	48	53	13	58	6	91	54	29	30	19	49	28	59	51	90	10	63
	160	36	53	56	19	61	33	98	33	32	33	0	52	24	63	31	96	31	69
	170	39	53	59	7	65	34	104	27	35	35	53	55	19	67	4	102	57	75
	180	43	50	62	28	68	5	111	55	38	39	1	58	17	70	29	109	30	80
Le vent vient de terre.	180	43	50	62	28	68	5	111	55	38	39	1	58	17	70	29	109	30	80
	170	47	42	65	32	71	10	118	52	40	42	27	61	20	73	47	116	16	85
	160	51	55	68	33	74	1	125	56	43	46	20	64	29	76	49	123	9	89
	150	56	25	71	37	76	47	133	12	44	50	38	67	42	79	40	132	18	92
	140	61	16	74	40	79	22	140	38	46	55	38	71	6	82	11	137	49	95
	130	66	28	77	43	81	45	148	13	48	61	15	74	39	84	23	145	38	97
	120	72	0	80	48	84	0	156	0	49	67	29	78	17	86	16	153	46	98
	110	77	50	83	51	86	5	163	55	50	74	14	82	12	87	40	162	24	99
	100	83	55	86	54	88	2	171	57	50	82	3	86	0	88	58	171	1	100
	90	90	0	90	0	90	0	180	0	50	90	0	90	0	90	0	180	0	100

La viteſſe abſolue du vent eſt de 400 parties.

TROISIEME TABLE.

Diſpoſitions les plus avantageuſes lorſque la route eſt donnée, & qu'on navigue dans un Navire qu'on peut rapporter à un parallélipipede rectangle, & qui n'a qu'une voile.

		Pour le parallélipipede ſeize fois plus long que large.				Pour le parallélipipede huit fois plus long que large.			
La voile avec la quille.		Dérivet.		Incidence apparente du vent.		Dérives.		Incidence apparente du vent.	
D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
90	0	0	0	90	0	0	0	90	0
87	30	3	0	90	20	4	14	105	0
86	25	3	35	90	0	5	5	96	7
85	0	4	14	88	46	5	58	92	50
82	30	5	13	87	0	7	19	89	38
80	0	6	0	85	23	8	21	87	30
77	30	6	43	83	50	9	27	85	39
75	0	7	23	82	17	10	22	83	53
72	30	8	0	80	37	11	14	82	11
70	0	8	35	79	10	12	2	80	30
67	30	9	9	77	35	12	49	78	47
65	0	9	42	75	57	13	34	77	4
62	30	10	14	74	14	14	19	75	18
60	0	10	46	72	30	15	2	73	28
57	30	11	18	70	41	15	46	71	34
55	0	11	50	68	47	16	29	69	35
52	30	12	22	66	47	17	24	67	30
50	0	12	55	64	39	17	57	65	18
47	30	13	58	62	25	18	41	62	57
45	0	14	3	60	1	19	28	60	27
42	30	14	39	57	27	20	16	57	45
40	0	15	7	54	42	21	6	54	50
37	30	15	57	51	43	21	59	51	40
35	0	16	39	48	29	22	54	48	12
32	30	17	24	44	57	23	53	44	24
30	0	18	14	41	6	24	57	40	12
27	30	19	8	36	53	26	6	35	33
25	0	20	8	32	13	27	22	30	24
22	30	21	15	27	5	28	47	24	38
20	0	22	32	21	26	30	22	18	13
17	30	24	1	15	10	32	12	11	5
15	0	25	48	8	17	34	20	3	11

Les diſpoſitions les plus avantageuſes avec les vîteſſes que prend le Navire qu'on peut rapporter à un parallélipipede rectangle ſeize fois plus long que large, lorſque ce Navire n'a qu'une voile & que la route eſt donnée.

La voile avec la quille.		Dérives.		Incidence apparente.		Angles que font entre elles les deux direct. du vent.		La route & la direction reelle du vent.		Viteſſes apparentes du vent.	Viteſſes du Navire.
D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	Parties.	Parties
90	0	0	0	90	0	0	0	180	0	300	100
87	30	3	0	90	20	0	12	180	38	300	100
86	25	3	35	90	0	0	0	180	0	300	100 1/4
85	0	4	14	89	46	0	30	178	30	300	100
82	30	5	13	87	0	1	19	176	2	300	100
80	0	6	0	85	23	2	8	173	31	301	100
77	30	6	43	83	50	2	57	171	0	302	100
75	0.	7	23	82	17	3	46	168	26	303	99
72	30	8	0	80	37	4	36	165	43	305	99
70	0	8	35	79	10	5	21	163	6	307	98
67	30	9	9	77	35	6	7	160	21	309	98
65	0	9	42	75	57	6	51	157	30	312	97
62	30	10	14	74	14	7	34	154	33	315	97
60	0	10	46	72	30	8	15	151	31	319	96
57	30	11	18	70	41	8	53	148	22	323	95
55	0	11	50	68	47	9	28	145	5	327	94
52	30	12	22	66	47	9	59	141	38	332	93
50	0	12	55	64	39	10	26	138	0	338	91
47	30	13	58	62	25	10	47	134	10	343	90
45	0	14	3	60	1	11	2	130	6	350	88
42	30	14	39	57	27	11	10	125	46	357	85
40	0	15	7	54	42	11	11	121	0	364	82
37	30	15	57	51	43	10	59	116	9	372	79
35	0	16	39	48	29	10	38	110	46	380	73
32	30	17	24	44	57	10	4	104	55	388	70
30	0	18	14	41	6	9	17	98	37	395	64
27	30	19	8	36	53	8	16	91	47	402	58
25	0	20	8	32	13	7	2	84	23	408	50
22	30	21	15	27	5	5	37	76	27	412	41
20	0	22	32	21	26	4	6	68	4	413	32
17	30	24	1	15	10	2	35	59	16	411	22
15	0	25	48	8	17	1	12	50	17	407	11

La viteſſe abſolue du vent eſt de 400 parties, & le Navire en prend le quart dans la route directe.

CINQUIEME TABLE.

Diſpoſitions lorſque la route eſt donnée, qu'on eſt dans un Navire qui n'a qu'une voile, & qu'on peut rapporter à une figure formée de deux arcs de cercle.

	Lorſque l'angle curviligne de la proue eſt de 55 degrés.				Lorſque l'angle curviligne de la proue eſt de 60 degrés.				Lorſque l'angle curviligne de la proue eſt de 65 degrés.			
Dérives.	La voile avec la quille.		Incidence apparente du vent.		La voile avec la quille.		Incidence apparente du vent.		La voile avec la quille.		Incidence apparente du vent.	
D. M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
0 0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0
0 30	81	52	85	26	83	15	86	7	84	16	86	39
1 0	74	5	81	7	76	38	82	8	78	43	83	18
1 30	66	52	76	15	70	26	78	17	73	19	79	52
2 0	60	24	71	39	64	40	74	21	68	15	76	22
2 30	54	43	67	2	59	31	70	23	63	36	73	5
3 0	49	51	62	34	54	38	66	21	61	3	69	37
3 30	45	37	58	1	50	47	62	33	55	34	66	16
4 0	41	59	53	37	47	7	58	33	51	51	62	41
4 30	38	51	49	9	44	4	54	46	48	42	59	8
5 0	36	11	44	56	41	7	50	39	45	50	55	35
5 30	33	35	40	26	38	38	46	50	43	18	52	2
6 0	31	54	36	42	36	39	43	16	41	0	48	31
6 30	30	5	32	44	34	31	39	14	38	47	44	44
7 0	28	31	28	57	32	48	35	31	37	36	41	22
7 30	27	10	25	22	31	16	31	52	35	26	37	59
8 0	25	56	21	49	29	56	28	24	33	55	34	27
8 30	25	3	18	48	28	41	24	55	32	35	31	2
9 0	23	58	15	30	27	28	21	22	31	21	27	49
9 30	23	6	12	25	26	35	18	21	30	14	24	31
10 0	22	20	9	38	25	42	15	32	29	15	21	31
11 0	21	0	4	27	24	9	9	43	27	25	15	26
12 0	19	55	0	13	22	51	4	40	25	55	10	2
13 0	19	0			21	45	0	18	24	39	4	55
14 0	18	15			20	46			23	34	0	54
15 0	17	37			20	2			22	37		
16 0	17	0			19	20			21	49		
17 0	16	30			18	47			21	4		
18 0	16	14			18	11			20	31		
19 0	15	38			17	42			19	52		
20 0	15	16			17	15			19	19		

SIXIEME TABLE.

Diſpoſitions les plus avantageuſes lorſque la route eſt donnée, & qu'on eſt dans un Navire dont on peut négliger la dérive, mais qui a deux voiles.

La voile avec la quille.		Incidences apparentes du vent.		Angles que font entr'elles les deux directions du vent.		La route avec la direct. réelle du vent.		Viteſſes apparentes du vent.	Viteſſes du Navire
D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	Parties	Parties
90	0	90	0	0	0	180	0	300	100
88	45	89	21	0	29	178	35	299	101
87	30	88	42	0	58	177	10	298	102
86	15	88	3	1	28	175	46	298	103
85	0	87	23	1	58	174	21	297	104
83	45	86	41	2	29	172	55	297	104
82	30	85	58	3	1	171	29	296	105
80	0	84	29	4	6	168	35	296	107
77	30	82	58	5	12	165	40	296	108
75	0	81	23	6	19	162	42	297	110
72	30	79	43	7	22	159	40	298	111
70	0	77	59	8	34	156	34	300	112
67	30	76	12	9	41	153	23	303	114
65	0	74	21	10	46	150	8	306	115
62	30	72	24	11	49	146	43	310	116
60	0	70	25	12	48	143	14	314	116
57	30	68	21	13	43	139	35	320	117
55	0	66	13	14	33	135	47	326	118
53	12	64	37	15	3	132	52	331	118
52	30	64	0	15	15	131	45	333	118
50	0	61	43	15	49	127	33	341	117
47	30	59	20	16	14	113	4	350	117
45	0	56	53	16	27	119	21	360	116
42	30	54	22	16	26	113	18	370	114
40	0	51	45	16	12	107	58	381	112
37	30	56	55	16	5	110	31	376	111
35	0	54	28	15	37	105	5	386	108
32	30	51	53	14	55	99	19	397	103
30	0	49	6	13	58	93	4	407	98
27	30	46	9	12	47	86	27	416	92
25	0	43	0	11	22	79	22	424	85
22	30	39	38	9	46	71	54	430	77
20	0	36	3	8	3	64	7	434	68
17	30	32	14	6	18	56	2	435	58
16	40	30	55	5	44	53	19	434	54
15	0	28	11	4	37	47	49	433	47

La viteſſe abſolue du vent eſt de 400 parties, & le Navire en prend le quart dans la route directe.

VIIe. TABLE.

Quantités dont les angles d'incidence apparents du vent doivent être plus petits lorſque le Navire a deux voiles que lorſqu'il n'en a qu'une ſeule.

Angles des voiles avec la quille.		Diminution de l'angle d'incidence apparent du vent.	
D.	M.	D.	M.
90	0	0	0
87	30	0	3
85	0	0	7
82	30	0	16
80	0	0	29
77	30	0	42
75	0	0	45
72	30	1	20
70	0	1	42
67	30	2	6
65	0	2	32
62	30	3	1
60	0	3	29
57	30	3	59
55	0	4	29
52	30	5	1
50	0	5	31
47	30	6	3
45	0	6	33
42	30	7	1
40	0	7	28
37	30	0	0
35	0	0	0
32	30	0	0
30	0	0	0

HUITIEME TABLE.

Diſpoſitions pour s'éloigner d'une côte ou d'une ligne donnée de poſition lorſqu'on eſt dans un Navire dont on peut négliger la dérive, mais qui a deux voiles.

La voile avec la quille.		Incidences apparentes du vent.		La route avec la direction réelle du vent.		La route avec la ligne dont on veut s'éloigner.		La direction réelle du vent avec la ligne dont on veut s'éloigner.	
D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
90	0	90	0	180	0	69	27	110	33
88	45	89	21	178	35	70	0	108	35
87	30	88	42	177	10	70	32	106	38
85	0	87	23	174	25	71	36	102	45
82	30	85	58	171	29	72	43	98	46
80	0	84	29	168	35	73	51	94	44
77	30	82	58	165	40	75	40	90	0
75	0	81	23	162	23	76	7	86	16
72	30	79	43	159	40	77	20	82	20
70	0	77	59	156	33	78	38	77	55
67	30	76	12	153	23	79	56	73	27
65	0	74	21	150	11	81	17	68	54
62	30	72	24	146	43	82	54	63	49
60	0	70	25	143	13	84	29	58	44
57	30	68	21	139	34	86	15	53	19
55	0	66	13	135	46	88	8	47	36
53	12	64	37	132	52	90	0	42	52
50	0	61	43	127	32	87	29	35	1
47	30	59	20	123	4	84	58	28	2
45	0	56	33	118	20	81	19	19	39
42	30	54	22	113	18	79	7	12	25
40	0	51	45	107	57	75	44	3	41
37	30	56	55	110	30	73	0	3	30

Le Navire eſt ſuppoſé prendre le quart de la viteſſe du vent dans la route directe.

FIN DES TABLES.

608289

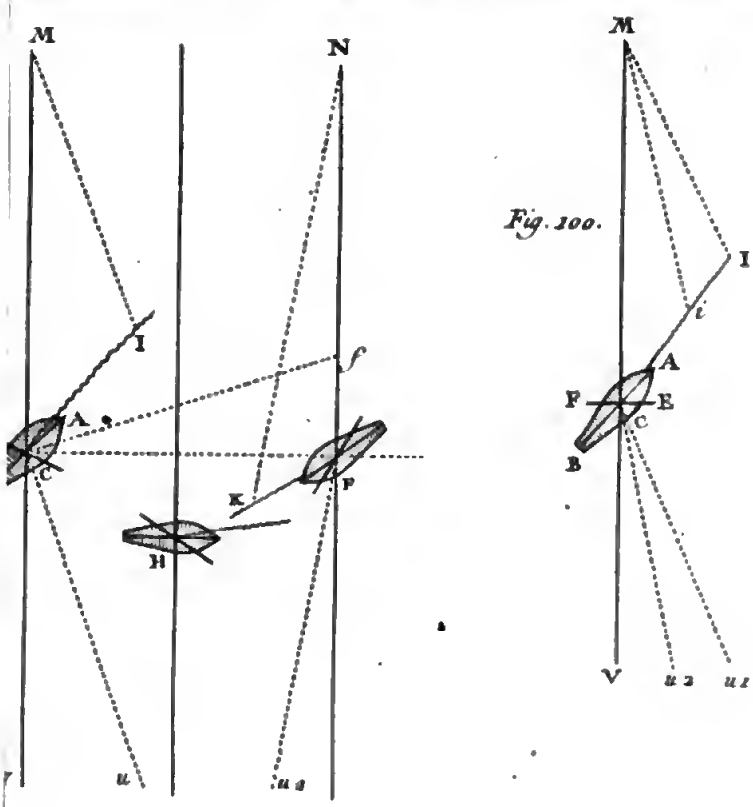


Fig. 100.

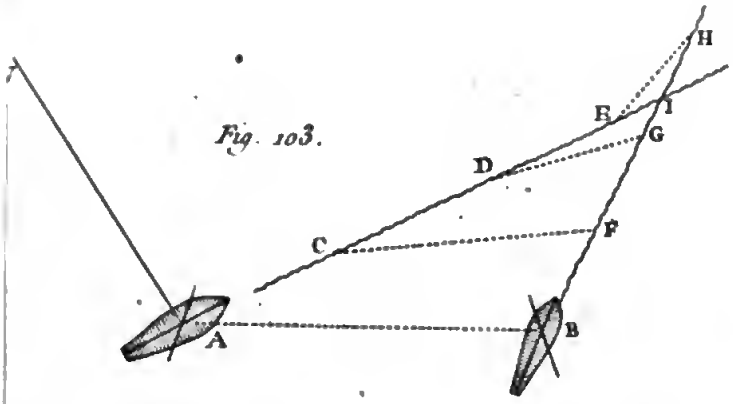


Fig. 103.

Digitized by Google

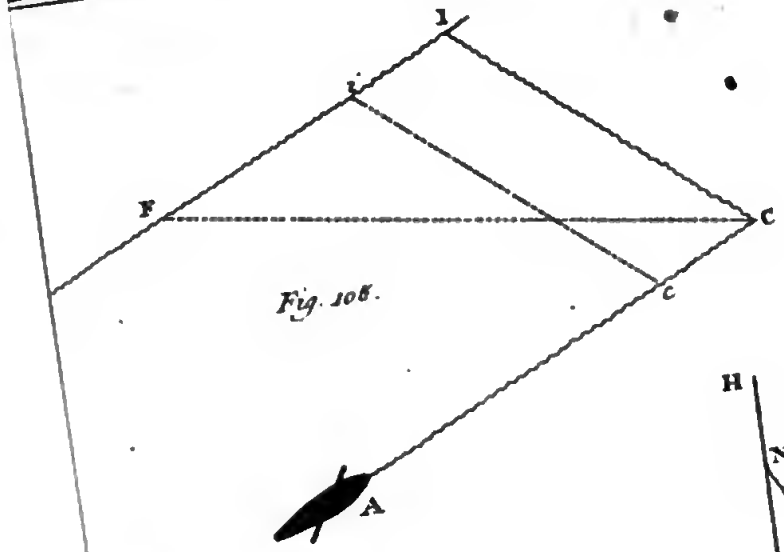


Fig. 108.

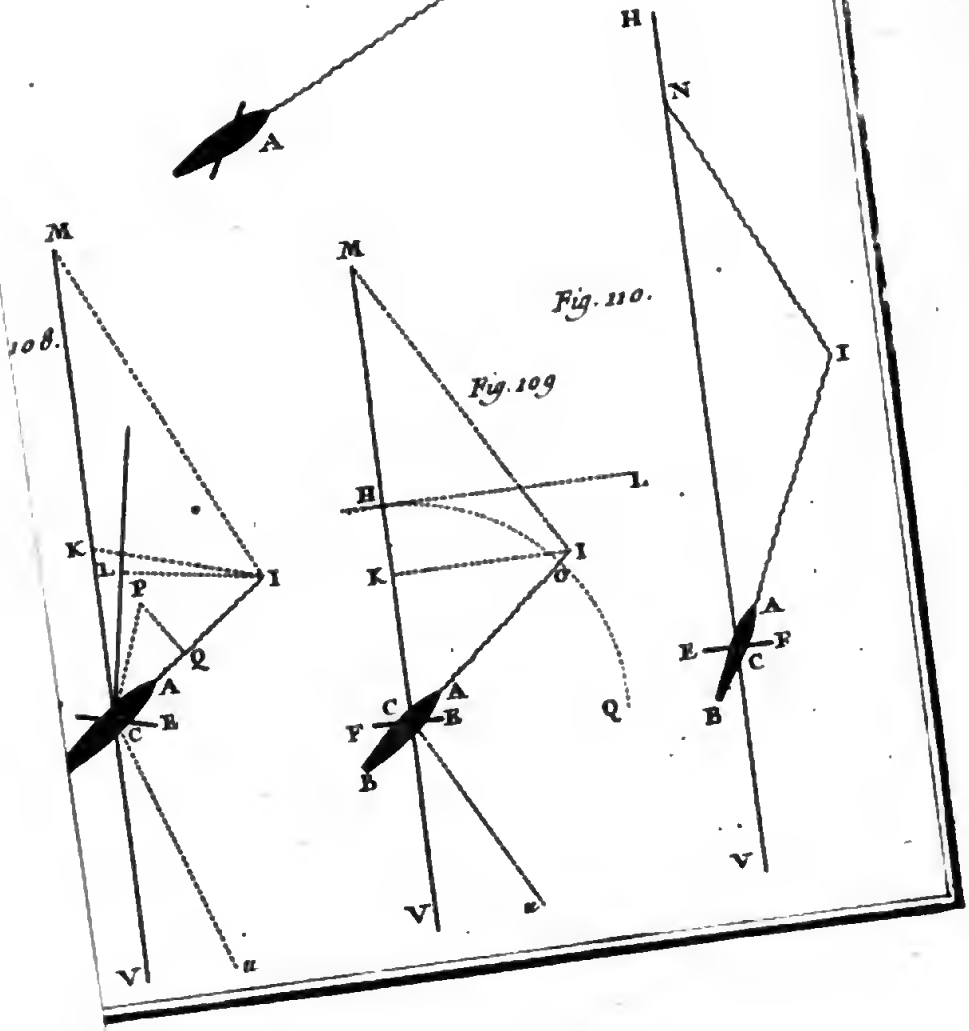


Fig. 110.

Fig. 109

NAPOLI

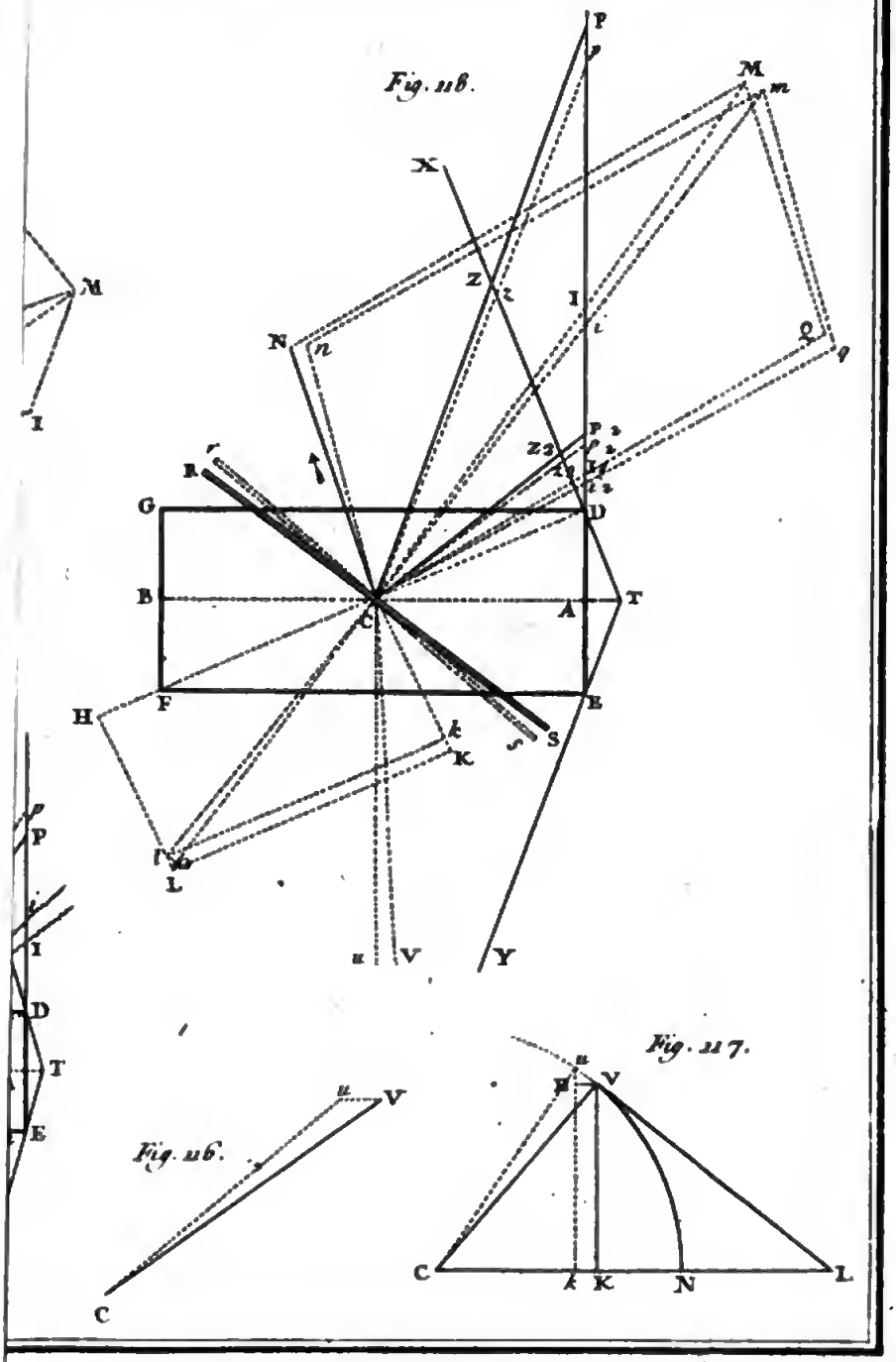
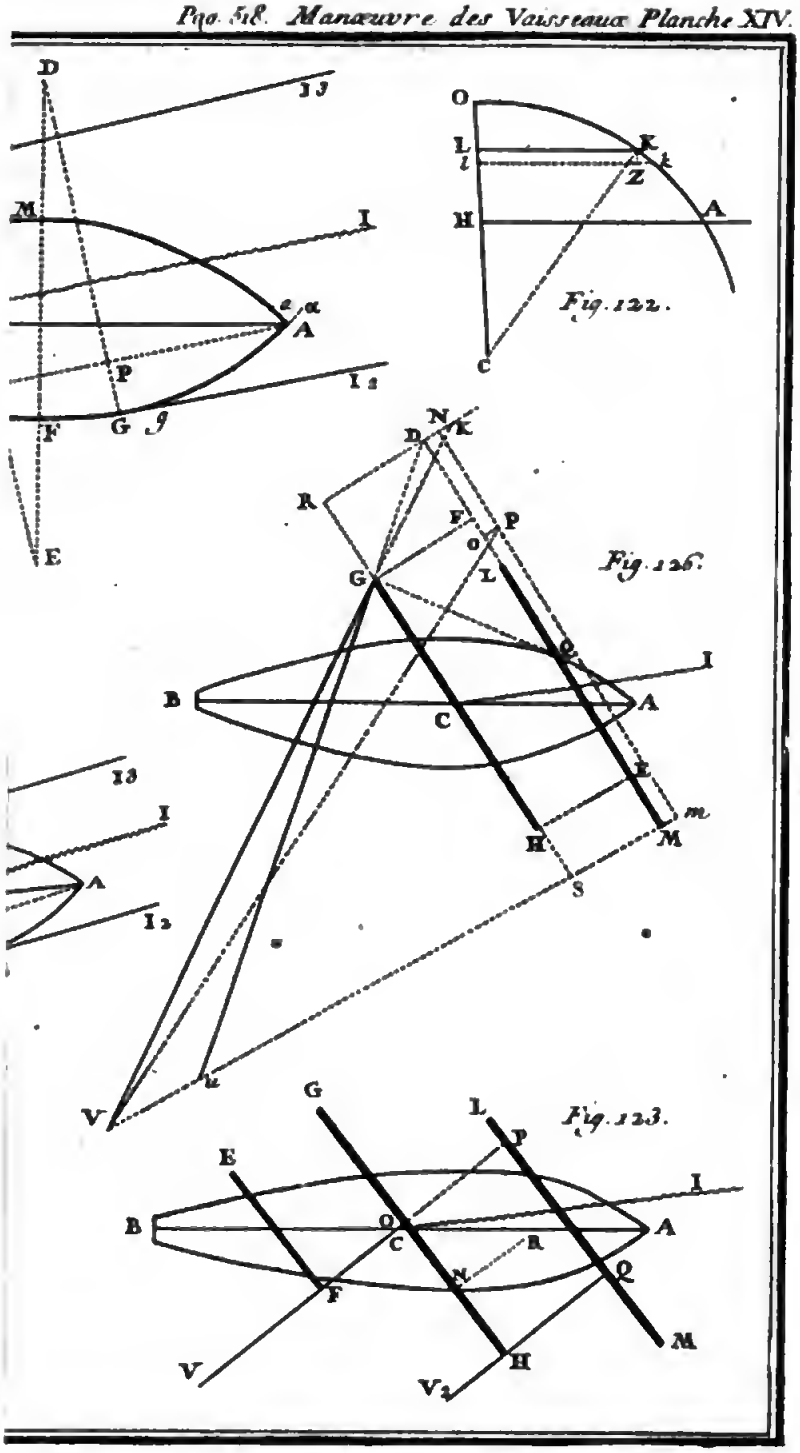


Fig. 116.
P
M
X
Z
I
N
G
D
B
C
A
T
F
E
H
K
L
S
V
Y
Fig. 116.
Fig. 117.

Digitized by Google


D
M
I
A
P
F
G
E
O
L
K
Z
H
A
C
Fig. 122.
N
R
P
G
Fig. 126.
B
C
A
I
H
M
S
V
Fig. 123.
E
B
C
A
F
V
H
M

Digitized by Google

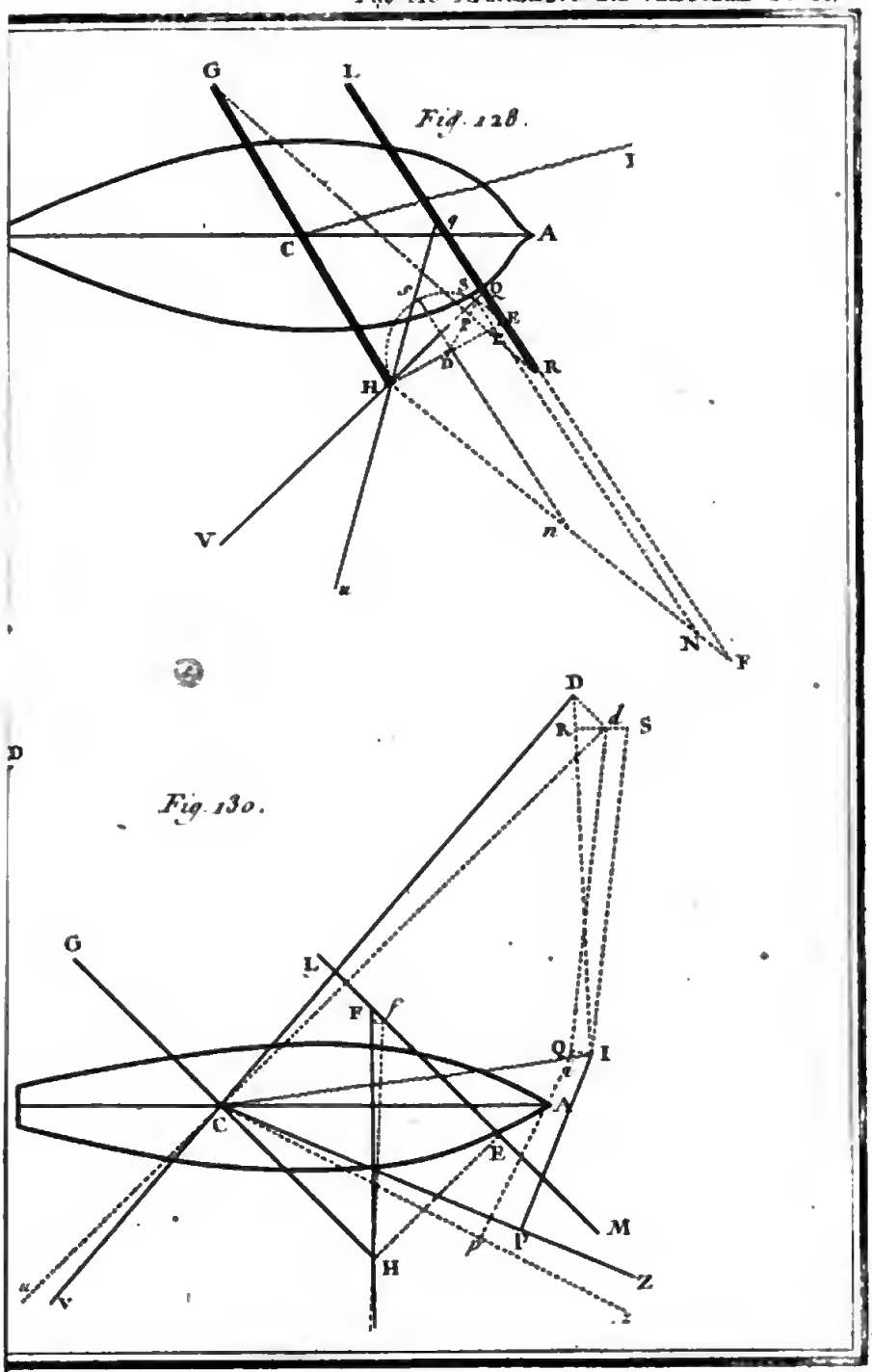


Fig. 128.

Fig. 130.

Digitized by Google

Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 4. Septembre 1756.

MESSIEURS CLAIRAUT & DE MONTIGNY, qui avoient été nommés pour examiner un Ouvrage de M. BOUGUER, intitulé : *De la Manœuvre des Vaiſſeaux, ou Traité de Méchanique & de Dynamique, dans lequel on réduit à des ſolutions très-ſimples les Problèmes de Marine les plus difficiles, qui ont pour objet le mouvement du Navire*, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de l'Impreſſion : en foi de quoi j'ai ſigné le préſent Certificat. A Paris le 4. Septembre 1756.

Signé, GRANDJEAN DE FOUCHY, Sécretaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences.

Extrait des Regiſtres de l'Académie de Marine.

Du 22. Juillet 1756.

MESSIEURS DUHAMEL DU MONCEAU & CAMUS, qui avoient été nommés par l'Académie de Marine pour examiner un Ouvrage de M. BOUGUER, qui a pour titre : *De la Manœuvre des Vaiſſeaux, ou Traité de Méchanique & de Dynamique, dans lequel on réduit à des ſolutions très-ſimples les Problèmes de Marine les plus difficiles, qui ont pour objet le mouvement du Navire*, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé que cet Ouvrage eſt d'autant plus digne de l'Impreſſion qu'il étend davantage la connoiſſance des différentes cauſes des mouvements du Navire. En foi de quoi j'ai ſigné le préſent Certificat.

Signé, BIGOT DE MOROGUES, Sécretaire de l'Académie de Marine.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre : A nos amés & féaux Conſeillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, SALUT. Nos bien-amés LES MEMBRES DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES de notre bonne Ville de Paris, Nous ont fait expoſer qu'ils auroient beſoin de nos Lettres de Privilege pour l'impreſſion de leurs Ouvrages: A CES CAUSES, voulant favorablement

traiter les Expoſans, nous leur avons permis & permettons par ces Préſentes de faire imprimer, par tel Imprimeur qu'ils voudront choiſir, toutes les Recherches ou Obſervations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Aſſemblées de ladite Académie Royale des Sciences, les Ouvrages, Mémoires ou Traités de chacun des Particuliers qui la compoſent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & qu'ils ſont jugés dignes de l'impreſſion, en tels volumes, forme, marge, caracteres, conjointement ou ſéparément, & autant de fois que bon leur ſemblera, & de les faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de vingt années conſécutives, à compter du jour de la date des Préſentes; ſans toutefois qu'à l'occaſion des Ouvrages ci-deſſus ſpécifiés, il puiſſe en être imprimé d'autres qui ne ſoient pas de ladite Académie : faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance; comme auſſi à tous Libraires & Imprimeurs d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre & débiter leſdits Ouvrages, en tout ou en partie, & d'en faire aucunes traductions ou extraits, ſous quelque prétexte que ce puiſſe être, ſans la permiſſion expreſſe & par écrit deſdits Expoſans, ou de ceux qui auront droit d'eux, à peine de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans; dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers auſdits Expoſans, ou à celui qui aura droit d'eux, & de tous dépens, dommages & interêts; à la charge que ces Préſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion deſdits Ouvrages ſera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en bon papier & beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie; qu'avant de les expoſer en vente, les Manuſcrits ou Imprimés qui auront ſervi de copie à l'impreſſion deſdits Ouvrages, ſeront remis ès mains de notre très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en ſera enſuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un en celle de notre Château du Louvre, & un en celle de notredit très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, le tout à peine de nullité deſdites Préſentes : du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir leſdits Expoſans & leurs ayans cauſe, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Préſentes qui ſera imprimée tout au long, au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages, ſoit tenue pour dûëment ſignifiée; & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez féaux Conſeillers & Sécrétaires, foi ſoit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis, de faire, pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant Clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires; CAR tel eſt notre plaiſir. DONNÉ à Paris le dix-neuviéme jour du mois de Mars, l'an de grace mil ſept cens cinquante, & de notre Regne le trente-cinquiéme. Par le Roi en ſon Conſeil. MOL.

Regiſtré ſur le Regiſtre XII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 430. fol. 309. conformément au Reglement de 1723, qui fait défenſes, article 4. à toutes perſonnes, de quelque qualité qu'elles ſoient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre, ſoit qu'ils s'en diſent les Auteurs ou autrement; à la charge de fournir à la ſuſdite Chambre huit Exemplaires de chacun, preſcrits par l'art. 108. du même Réglement. A Paris le 5. Juin 1750. Signé, LE GRAS, Syndic.

Digitized by Google